АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXV 1979 Вып. 3

УДК 534.843.7

# РАССЕЯННЫЙ ЗВУК И РЕВЕРБЕРАЦИЯ НА ГОРОДСКИХ УЛИЦАХ И В ТУННЕЛЯХ

*М. В. Сергеев*

Даны формулы для стационарного уровня звукового давления вблизи источника и при удалении от него, а также для спада уровня после выключения источника в одномерных и двумерных помещениях.

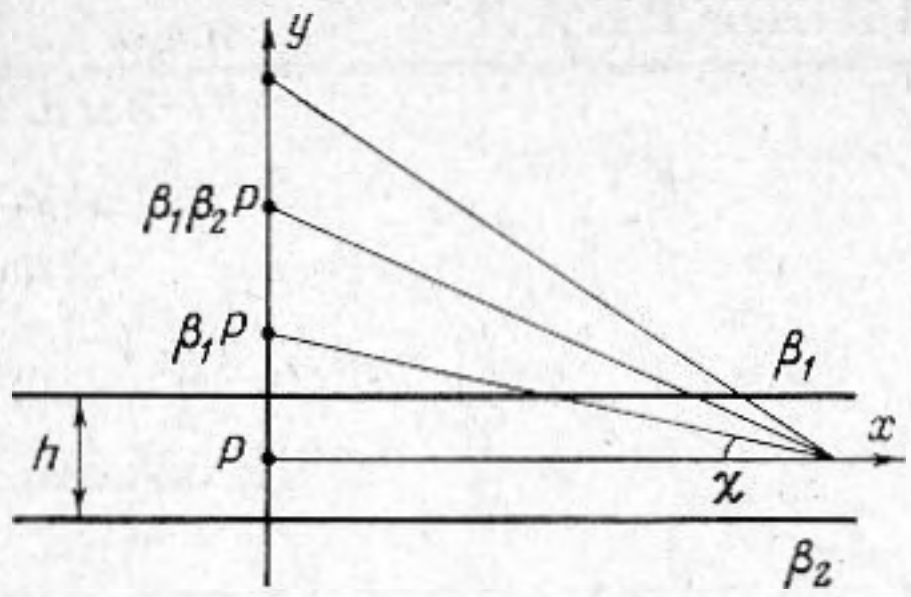
Рассмотрим звуковое поле некогерентного точечного источника в помещениях двух типов: а) одномерных, образованных двумя параллельными ограждениями (и, может быть, третьим, перпендикулярным первым двум), например навес над землей без боковых стен или городская улица с многоэтажными домами, и б) двумерных, образованных отрезком канала прямоугольного сечения (открытым с одной или обеих сторон), например туннель, колодец, двор городского дома.

Теория собственных мод слоев [1] и каналов (Ф. Морз, Л. Кремер, см. [2]) позволяет предсказать распределение звукового давления в указанных помещениях, однако расчеты становятся весьма трудными на высоких частотах, когда возбуждается много собственных мод. В этом случае удобнее пользоваться методом мнимых источников геометрической акустики. На большие возможности этого метода, в широких пределах эквивалентного волновому рассмотрению [3—5, 1], было указано еще в 1947 г. в работе [4], однако до сих пор такие возможности использованы лишь в малой степени. Более того, работы сорокалетней давности [3, 6, 7], к сожалению, мало известные, содержат решение методом мнимых источников ряда вопросов, которые только ставятся в некоторых современных исследованиях (см., например, работы [8, 9]). Эти обстоятельства и определили тему настоящей работы. Мы выведем единым методом ряд известных и новых результатов.

Пусть точечный источник шума расположен между плоскостями, характеризуемыми коэффициентами отражения $\beta_1$ и $\beta_2$ (или поглощения $\alpha_1$, $\alpha_2$; $\alpha=1-\beta$), и средняя длина излучаемых им волн мала по сравнению с расстоянием между плоскостями $h$. Поле рассеянного звука создается бесконечной цепочкой некогерентных мнимых излучателей (фиг. 1). Примем, что источник расположен посредине между плоскостями. Его передвижения по оси $y$ слабо влияют на результат, и их можно учесть впоследствии. Расстояние точки наблюдения от источника вдоль плоскостей обозначим $x$, а основную искомую величину — плотность звуковой энергии (прямого+рассеянного звука) в точке наблюдения — $w=w_{\text{прям}}+w_{\text{р}}$. Уровень $L$ звукового давления $p$ определяется по формуле

$$L(\text{Дб})-L_0=10\lg p^2=10\lg \rho c^2 w. \tag{1}$$

В центральной области ($0<x\lesssim h$, $-{}^1/_2h<y<{}^1/_2h$) плотность энергии рассеянного звука $w_{\text{р}}$ почти постоянна, убывает с $x$ медленнее, чем по закону $1/x$ (здесь происходит формирование поля цилиндрической симмет-




Фиг. 1. Мнимые источники в системе двух параллельных ограждений

рии как суммы сферических полей мнимых излучателей). Плотность $w_p$ вблизи источника равна сумме вкладов от $m$-х излучателей $P\beta^m/4\pi c(mh)^2$:

$$w_p=\frac{P}{4\pi ch^2}\times$$

$$\times 2\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\frac{\beta_1^{n-1}\beta_2^{n-1}}{(2n-1)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{\beta_1^n\beta_2^n}{(2n)^2}\right).$$

где $P$ — акустическая мощность источника *. В практически интересных случаях малого поглощения $0{,}5<\beta\leqslant 1$ можно с погрешностью в несколько процентов заменить в первом члене среднее арифметическое $(\beta_1+\beta_2)/2$ средним геометрическим, и тогда поле будет определяться средним коэффициентом отражения

$$w_p=\frac{P}{2\pi ch^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^n}{n^2},\qquad \beta=\beta_{cp}=\sqrt{\beta_1\beta_2}. \tag{2}$$

Для оценок сумму удобно аппроксимировать табулированным интегралом [10]:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^n}{n^2}\simeq gf\int_1^{\infty}\frac{e^{r\ln\beta}}{r^2}dr=gfE_2(-\ln(1-\alpha))\simeq \tag{3}$$

$$\simeq\begin{cases}3/2+\alpha\ln\alpha, & \text{при } \alpha\to 0,\\ 1-\alpha, & \text{при } \alpha\to 1,\end{cases}$$

$$g=-\frac{\ln(1-\alpha)}{\alpha};\qquad f=1+\frac{1-\alpha}{2},$$

где весовые множители $g$ и $f$ обеспечивают правильный переход к интегралу при $\alpha>0{,}2$ и к точному результату $\sum_{n=1}^{\infty}1/n^2=\pi^2/6\simeq 3/2$ при $\alpha\to 0$ соответственно.

Чтобы учесть здесь поглощение звука в воздухе (существенное на высоких частотах), очевидно, следует положить

$$\beta\to\beta e^{-mh}\ \text{или}\ \alpha\to\alpha+mh\ (\text{при}\ \alpha+mh\ll 1), \tag{4}$$

где $m$ — показатель поглощения звуковой энергии на единицу длины пути [11, 12].

Так же можно оценить звуковую энергию вблизи поверхности $y=h/2$ (у стены здания на транспортной магистрали):

$$w=\frac{2P}{2\pi c}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^n}{(h/2+nh)^2}=\frac{4P}{\pi ch^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\beta^n}{(2n+1)^2}. \tag{5}$$

---

* При рассмотрении транспортного шума на городской магистрали нужно удвоить $P$, чтобы учесть мнимый источник под дорожным полотном.

Даже при полном отражении $\beta=1$ сумма равна $\pi^2/8\simeq1{,}25$, т. е. вклад рассеянного звука составляет $\leqslant 1/4$ от прямого и им можно пренебречь, что и делается обычно при расчете шума на городских улицах.

Рассеянный звук может преобладать над прямым, если рассматривать не один источник шума, а весь поток машин на транспортной магистрали, поскольку при удалении от источника рассеянный звук спадает значительно медленнее, чем прямой. Однако здесь мы исследуем только закон спада $w_р$ с удалением от одиночного источника.

Вне центральной области, при $X>1$ ($X=x/h$ — приведенное расстояние)

$$w_р=\frac{P}{2\pi ch^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^n e^{-mh\sqrt{n^2+X^2}}}{n^2+X^2}\simeq\frac{P}{2\pi ch^2}g\int_1^{\infty}\frac{e^{r\ln(1-\alpha)-mh\sqrt{r^2+X^2}}}{r^2+X^2}dr. \tag{6}$$

При $m=0$ сумма (6) определялась численно в работе [8]. Интегральная оценка рассматривалась в работе [7], но без весовой функции $g$ (3), необходимой при $\alpha>0{,}2$. Кроме того, в отсутствие поглощения можно воспользоваться известной формулой

$$\sum_{n=1}^{\infty}(n^2+X^2)^{-1}=(\operatorname{cth}\pi X-1/\pi X)\pi/2X$$

и оценивать по ней $w_р$ при малом поглощении в переходной области $X\sim1$.

К сожалению, в работах [6—8] не учитывалась зависимость $\beta$ от угла падения звука, существенная при скользящем падении и определяющая $w_р$ на больших расстояниях. Ограничиваясь жесткими ограждениями, аппроксимируем зависимость $\beta(\chi)$ формулой ($\chi$ — угол скольжения, на фиг. 1 $\chi_n=\operatorname{arctg} nh/x=\operatorname{arctg} n/X$)

$$\beta=e^{-d/\chi}\text{ при }0\leqslant\chi<\pi/6;\ \beta=\text{const при }\pi/6\leqslant\chi\leqslant\pi/2 \tag{7}$$

(см. Приложение). Из формулы (6) мы получаем для интервалов углов (7) по отдельности выражения

$$w_р=\frac{P}{2\pi ch^2X}(I_1+I_2);\ I_1=\int_{1/X}^{1/\sqrt{3}}\frac{dy}{1+y^2}e^{-dX-mx\sqrt{1+y^2}}\simeq\frac{1}{2}e^{-(d+mh)X}; \tag{8}$$

$$I_2=g\int_{1/\sqrt{3}}^{\infty}\frac{dy}{1+y^2}e^{yX\ln\beta-mx\sqrt{1+y^2}},$$

откуда вытекает следующий характер спадания поля с расстоянием. В центральной области энергия рассеянного звука почти постоянна и определяется формулами (2)—(4). Затем на промежуточных расстояниях ($X>1$, $(\alpha+mh)X\ll1$) следует спадание [10]

$$w_р\simeq\frac{P}{2\pi ch^2}\left[\frac{3}{2}\frac{1}{X}+(\alpha+mh)(\ln(\alpha+mh)X+0{,}6)\right], \tag{9}$$

переходящее при $(-\ln(1-\alpha)+mh)X\sim1$ в зависимость

$$w_р\simeq\frac{P}{2\pi ch^2}\frac{1}{X^2}\frac{\sqrt{3}}{1-(1-\alpha)e^{-mh}}\exp\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}(mh-\ln(1-\alpha))X\right] \tag{10}$$

(ср. $w_{\text{прям}}=(P/4\pi cx^2)\exp(-mx)$). Наконец, при $(-\ln(1-\alpha)+mh)X\gg 1$

$$(11)\qquad w_{\text{р}}\simeq\frac{P}{2\pi ch^2}\frac{1}{2X}e^{-(d+mh)X}$$

(нулевая нормальная волна [1] при идентичных (7) граничных условиях).

Чтобы рассчитать по этим формулам вклад рассеянного звука в уровень шума, нужно знать $\alpha$ для ограждений. Обычно $\alpha$ измеряют по скорости затухания звука на данном участке после выключения источника [9]. Через время $t$ после выключения излучателя (и всех его изображений) в микрофон продолжает поступать звук от мнимых источников, расположенных на расстоянии $ct$ и дальше. Поэтому

$$(12)\qquad w(t)=\frac{P}{2\pi ch^2}I(t);\ I(t)=\sum_{n=ct/h}^{\infty}\frac{\beta^n}{n^2}\simeq g\int_{ct/h}^{\infty}e^{r\ln\beta}\frac{dr}{r^2}=$$

$$=\frac{gh}{ct}\int_{1}^{\infty}e^{(rct/h)\ln\beta}\frac{dr}{r^2}$$

(для краткости пишем здесь $\beta$ вместо комбинации (4)). На начальном этапе, пока $(ct/h)\,|\ln(1-\alpha)|\ll 1$ (это возможно лишь, если $\alpha\ll 1$, поскольку $ct/h>1$), затухание, согласно (3), идет по закону $I_{\text{нач}}(t)=3\,gh/2ct$. Затем спадание ускоряется и при $(ct/h)\,|\ln(1-\alpha)|\gg 1$ [10]

$$(13)\qquad I_{\text{конеч}}(t)=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{h}{ct}\right)^2\exp\left(\frac{ct\ln(1-\alpha)}{h}\right).$$

Затухание неэкспоненциально и спадание на логарифмической шкале нелинейно, однако если в регистрирующем устройстве ввести компенсирующий сигнал $-2\ln t$, то по наклону получающегося прямолинейного участка кривой можно определить $\ln(1-\alpha)$ ограждений. Закон спадания $t^{-2}\exp(-at)$ был впервые получен в работе [6].

Рассмотрим теперь вклад рассеянного звука $w_{\text{р}}$ в плотность энергии в туннеле прямоугольного сечения $l_1\times l_2$ с излучателем в точке $O$ на осевой линии. Пусть размеры $l_1$ и $l_2$ одного порядка величины, $l_1\sim l_2$ и длины излучаемых волн много меньше $l_1$ и $l_2$. Пусть сперва поглощение $\alpha$ на стенах однородное.

Все мнимые источники расположены в плоскости $xOy$, причем источники, отвечающие $n$ раз отраженному звуку (т. е. мощности $\beta^nP$), расположены на $n$-м ромбе, описанном около исходного прямоугольника (фиг. 2). Учесть дискретно все источники невозможно да и не нужно: микрофон суммирует некогерентные вклады источников данного направления, регистрируя примерно изотропное в плоскости $xOy$ поле. Поэтому, сохраняя симметрию ромба, «размажем» $4n$ источников, находящихся на $n$-м ромбе, по его периметру.

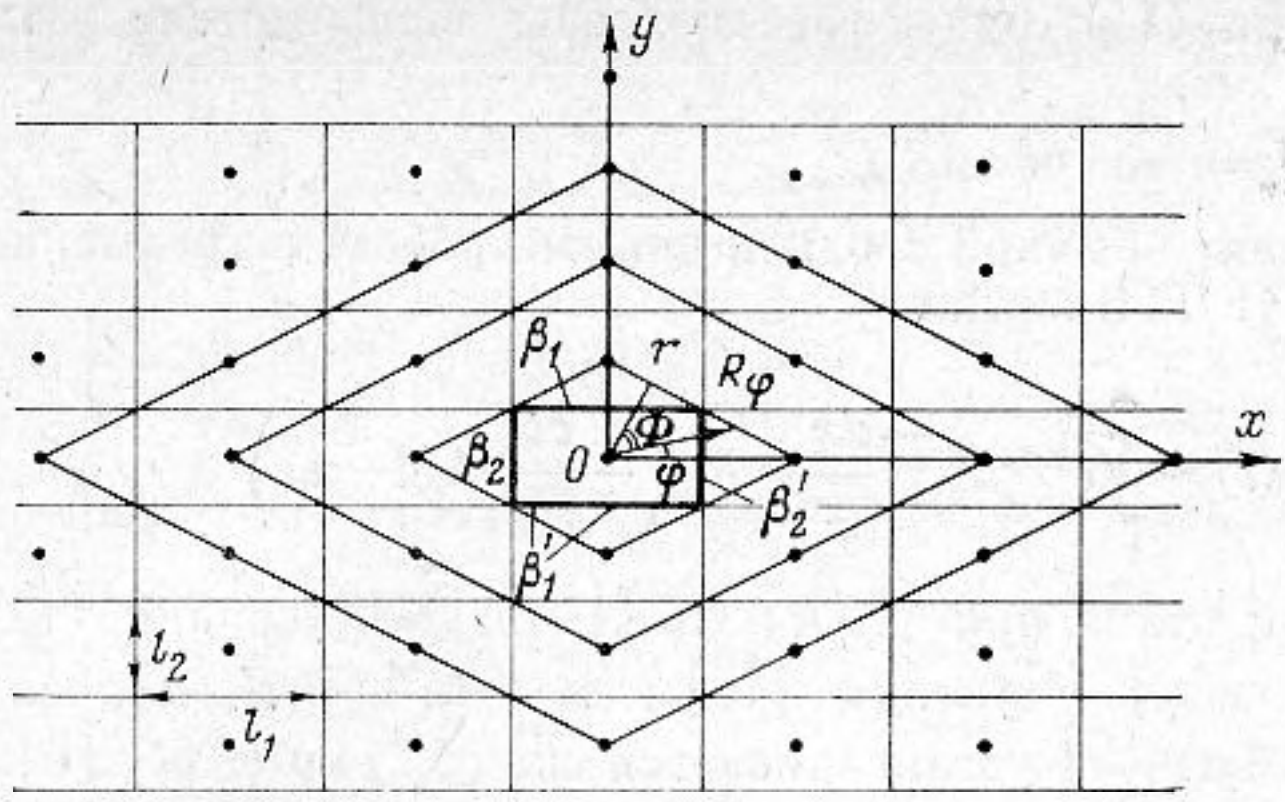
Число $n$-х источников, приходящееся на элемент угла $d\varphi$ в направлении $\varphi$, будет

$$(14)\qquad dN_n(\varphi)=(r/S)\,nR_\varphi d\varphi/\cos\Phi,$$

$$(15)\qquad r=\left(\frac{1}{l_1^2}+\frac{1}{l_2^2}\right)^{-1/2}=\frac{S}{\sqrt{l_1^2+l_2^2}}\cdot\quad R=\frac{r}{\cos\Phi}\cdot$$

$$\cos\Phi=r\left(\frac{\cos\varphi}{l_1}+\frac{\sin\varphi}{l_2}\right),$$

где $r$ — расстояние между соседними ромбами, $S$ — площадь сечения туннеля, $R_\varphi$ — радиус-вектор точки на стороне ромба, $\Phi$ — угол падения $R_\varphi$ на сторону.




Фиг. 2. Картина мнимых источников в поперечном сечении туннеля

Плотность энергии рассеянного звука в участке туннеля вблизи излучателя выражается через интеграл по всем направлениям от интенсивности

$$w_{\text{р}} = \frac{4}{c}\int_0^{\pi/2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^n P}{4\pi(nR_\varphi)^2}\,dN_n(\varphi) = -\frac{P}{2cS}\ln\alpha, \tag{16}$$

поскольку $\sum_{n=1}^{\infty}(1-\alpha)^n/n = -\ln\alpha$. Итак, при малых $\alpha$ уровень звукового давления рассеянного звука может быть весьма высоким. Коэффициент поглощения $\alpha$ здесь считается не зависящим от угла (усредненным по углам). Равномерное распределение мнимых источников по $n$-м ромбам (14) позволило нам уточнить и упростить подобную (16) формулу работы [7], где источники «размазывались» по всей плоскости $xOy$ и плотность $w_{\text{р}}$ вместо $\ln\alpha$ включала $\int_a^{\infty} dx x^{-1}\exp(x\ln(1-\alpha))$, $a \simeq {}^1/_2$, без необходимого весового множителя $g$ (3).

Закон затухания звука после выключения излучателя выводится тем же приемом, что и раньше,— заменой дискретного процесса отражений непрерывным спадом:

$$w(t) \sim \int_0^{\pi/2} d\varphi \sum_{n=ct/R_\varphi}^{\infty}\frac{\beta^n}{n} \simeq g\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_{ct/R_\varphi}^{\infty} e^{x\ln\beta}\frac{dx}{x} =$$

$$= g\int_0^{\pi/2} d\varphi \int_1^{\infty}\frac{dx}{x}\exp\left(\frac{x\,ct\ln\beta}{r}\cos\Phi\right).$$

При $l_1 \sim l_2$ можно с малой погрешностью заменить здесь $\cos\Phi$ его средним значением:

$$\overline{\cos\Phi} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\Phi\,d\varphi = \frac{2}{\pi}r\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2} = \frac{r}{\pi}\frac{L}{S}, \quad L = 2(l_1+l_2). \tag{17}$$

Правомерность такой замены, а также точность метода равномерного

распределения (14) будут рассмотрены впоследствии. Заметим только, что [7]

$$\overline{R_\varphi}=r/\overline{\cos\Phi}=\pi S/L \tag{18}$$

есть эквивалент обычной средней длины пробега в трехмерном помещении [11, 12] $\overline{R}=4V/S$. Энергия

$$w(t)\sim\int_1^\infty e^{xct\ln\beta/\overline{R_\varphi}}\frac{dx}{x}=E_1\left(-\frac{ct}{\overline{R_\varphi}}\ln(1-\alpha)\right) \tag{19}$$

на начальном этапе при $(ct/\overline{R_\varphi})\,|\ln(1-\alpha)|\ll 1$ (сравни (12)) спадает по логарифмическому закону [10] $w\sim-\ln[(ct/\overline{R_\varphi})\alpha]$, а затем при $(ct/\overline{R_\varphi})\,|\ln(1-\alpha)|\gg 1$ устанавливается спад $t^{-1}\exp(-at)$ [6]:

$$w_{\text{конеч}}(t)=\frac{\pi P}{2c\alpha Lct}\exp\left(\frac{c\ln(1-\alpha)}{\overline{R_\varphi}}t\right). \tag{20}$$

Учесть в этих формулах поглощение звука в воздухе можно по правилу (4) с заменой в нем $h$ на $\overline{R_\varphi}$ (18).

Вне центральной области при $z>\overline{R_\varphi}$ ($z$ — расстояние по оси туннеля от излучателя) звуковое поле спадает с расстоянием вследствие поглощения на стенах и в воздухе. Мнимые источники плоскости $xOy$ создают в точке $z$, согласно (14)—(18) поле

$$w_{\text{р}}(z)=4\int_0^{\pi/2}d\varphi\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\beta^n P}{4\pi cS}\frac{nr^2/\cos^2\Phi}{n^2r^2/\cos^2\Phi+z^2}e^{-m\sqrt{n^2r^2/\cos^2\Phi+z^2}}\simeq \tag{21}$$

$$\simeq\frac{P}{2cS}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+X^2}\beta^n e^{-m\overline{R_\varphi}\sqrt{n^2+X^2}},\qquad X=\frac{z}{\overline{R_\varphi}}>1.$$

Подобные суммы и интегралы без учета зависимости $\beta$ от угла падения изучались в работах [7, 8]. Взяв для туннеля эту зависимость в форме (7) (граница воздух — плотная среда) и выполнив в формуле (21) замену $\sum_{n=1}\to\int dx$, находим

$$w_{\text{р}}=\frac{P}{2cS}(I_1+I_2), \tag{22}$$

$$I_1=\int_{1/X}^{1/\sqrt{3}}\frac{ydy}{1+y^2}e^{-dX-mz\sqrt{1+y^2}}\simeq\frac{1}{8}e^{-(d+m\overline{R_\varphi})X},$$

$$I_2=g\int_{1/\sqrt{3}}^{\infty}\frac{ydy}{1+y^2}e^{yX\ln\beta-mz\sqrt{1+y^2}};$$

здесь $I_2$ ведет себя как интегральная экспонента $E_1$ в (19).

В результате получается следующий характер спадания поля с расстоянием. В центральной области ($X=z/\overline{R_\varphi}\leqslant 1$) энергия рассеянного звука почти постоянна и определяется формулами (16), (4). Затем на промежуточных расстояниях ($X>1$, $(\alpha+m\overline{R_\varphi})X\ll 1$) следует логарифмическое спадание [10]

$$w_{\text{р}}\simeq\frac{P}{2cS}[-0{,}6-\ln(\alpha+m\overline{R_\varphi})X], \tag{23}$$

переходящее при $(-\ln(1-\alpha)+m\overline{R_\varphi})X\sim 1$ в зависимость

$$(24)\qquad w_{\text{р}} \simeq \frac{P}{2cS}\frac{\sqrt{3}}{2X}\frac{1}{1-(1-\alpha)\exp(-m\overline{R_\varphi})}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{2}{\sqrt{3}}(m\overline{R_\varphi}-\ln(1-\alpha))X\right].$$

Наконец, при $(-\ln(1-\alpha)+m\overline{R_\varphi})X\gg 1$ убывание экспоненциально:

$$(25)\qquad w\simeq\frac{P}{16cS}e^{-(d+m\overline{R\varphi})X}$$

и практически такое же, какое получается для основной нормальной волны при идентичных (7) граничных условиях (отличие лишь в множителе $\pi/4\simeq 0{,}8$ при показателе $d$).

Итак, метод мнимых источников, успешно использованный Бреховских [1, 3] в анализе спадания звукового поля в море, позволил в данной задаче о туннеле (и выше — для плоского волновода) не только воспроизвести результат волновой теории (25) для расстояний, где высшие моды уже затухли, но и эффективно просуммировать все моды на малых и средних расстояниях (16), (23), (24).

Посмотрим теперь, как изменятся эти результаты, если стены туннеля имеют различные коэффициенты отражения $\beta_i$. Согласно фиг. 2, звук, идущий от $n$-х источников с направления $\varphi$, пересекает на своем пути $nR_\varphi\sin\varphi/l_2$ горизонтальных ограждений и $nR_\varphi\cos\varphi/l_1$ вертикальных. Следовательно, в первом равенстве (16) $\beta$ заменяется на

$$(\beta_1\beta_1')^{l_1\sin\varphi/2(l_1\sin\varphi+l_2\cos\varphi)}(\beta_2\beta_2')^{l_2\cos\varphi/2(l_1\sin\varphi+l_2\cos\varphi)}=$$
$$=e^{\cos\Phi'/\cos\Phi}\equiv\beta(\varphi),$$

где $\cos\Phi'$ получается из $\cos\Phi$ (15) заменой $l_1\to l_1/\ln\sqrt{\beta_2\beta_2'}$ и аналогично для $l_2$. Поглощение $1-\beta(\varphi)$ становится функцией угла $\varphi$, и поле в поперечной плоскости перестает быть изотропным. Второе равенство (16) заменяется на

$$(26)\qquad w_{\text{р}}=-\frac{P}{2cS}\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}d\varphi\ln[1-\beta(\varphi)].$$

Если все $\beta_i$ одного порядка величины (например, если все $\alpha_i$ не близки к единице: так $\alpha_1=0{,}01$ и $\alpha_2=0{,}5$, отличающиеся в 50 раз, дают $\beta_1\sim\beta_2$), то интегрирование по $\varphi$ можно заменить усреднением формулы (17) по отдельности для $\cos\Phi$ и $\cos\Phi'$. В результате для $\beta_{\text{ср}}$ получается формула [7], обобщающая формулу (2);

$$(27)\qquad \beta=\beta_{\text{ср}}=\prod_{i=1}^{4}(\beta_i)^{l_i/L},$$

откуда для малых $\alpha_i$ следует обычная связь $\alpha_{\text{ср}}=\Sigma\alpha_i l_i/L$ ($l_i/L$ — относительная площадь $i$-й стены). Формула (27) несколько уточняет расчет $\beta_{\text{ср}}$ при не малых значениях коэффициентов поглощения. Однако это уточнение незначительно при оговоренных выше условиях $l_1\sim l_2$ и близости по порядку величины всех $\beta_i$.

Если одна из поверхностей (например, потолок) сильно поглощает звук ($\beta_1\ll 1$), а остальные его хорошо отражают ($\beta_i\leqslant 1$, $i\neq 1$), то замена $\cos\Phi'\to\overline{\cos\Phi'}$ — грубое приближение. Помещение становится близким к одномерному, и естественно выделить в $w_{\text{р}}$ основной вклад от цепочки мнимых источников в направлении сильного отражения, а остальные

источники рассматривать в среднем:

$$w_{\text{р}} = \frac{P}{2\pi c l_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_2^n}{n^2} + \frac{P}{2cS} \left[ -\ln(1-\beta_{\text{ср}}) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{\text{ср}}^n}{n^2} \right]. \tag{28}$$

Вычитание во втором члене необходимо, чтобы не превысить полное число мнимых источников. Оценка показывает, что при близких $\beta_i$ всех поверхностей второе слагаемое в формуле (28) много больше первого, как и следовало ожидать. Однако второе слагаемое сравнимо с первым и меньше его, если, например $\beta_1 \leqslant 0{,}1$ и остальные $\beta_i = 0{,}98$ ($\beta_{\text{ср}} = 0{,}5$).

Заметим, что в случае такого резко неоднородного поглощения на стенах туннеля криволинейное реверберационное спадание уровня труднее для расшифровки, чем формула (20), поскольку звук, приходящий с различных направлений $\varphi$, затухает с разными скоростями, определяемыми $\beta(\varphi)$ для данного направления.

*Приложение*

При малых углах скольжения коэффициент отражения звука от границы воздух – плотная среда [1] (в пренебрежении упругостью сдвига) представим в виде

$$\beta = |V(\chi)|^2 = \left| \frac{m \sin\chi - \sqrt{n^2 - \cos^2\chi}}{m \sin\chi + \sqrt{n^2 - \cos^2\chi}} \right|^2 \simeq \left| \frac{p\chi - 1}{p\chi + 1} \right|^2 \simeq \tag{29}$$

$$\simeq \exp\left( -\frac{4p'\chi}{1 + |p|^2\chi^2} \right),$$

где $m = \rho_{\text{среды}}/\rho \sim 10^3$; $n = c/c_{\text{среды}} \sim 1/5$; $p = m/\sqrt{n^2 - 1} = Z/\rho c$ – импеданц границы при скользящем падении; $p' = \operatorname{Re} p \ll |p|$ – действительная часть импеданца, обусловленная поглощением во второй среде, которое описывается комплексным $n = n_0(1 + i\alpha)$, $\alpha \leqslant 0{,}01$ [1].

Начиная от $\chi = 0$, $\beta(\chi)$ убывает от 1 до минимального значения $\exp(-2p'/|p|) \simeq 1 - 2 \cdot 10^{-2}$, достигаемого при $\chi = 1/|p| \sim 10^{-3}$. Затем $\beta$ возрастает по закону $\exp \times (-4p'/|p|^2\chi)$ вплоть до границы применимости разложения (29) $\chi \leqslant \pi/6$. Эта зависимость и представлена в формуле (7), $d = 4 \operatorname{Re}(\rho c/Z)$. Узкий начальный участок $\chi \leqslant 10^{-3}$ исключен, поскольку даже для нижайших нормальных волн при данных граничных условиях, как можно показать, фронты составляющих плоских волн наклонены под углом $\sim \lambda/2\overline{R_\varphi} > 10^{-3}$; кроме того, при столь малых $\chi$ геометрический метод неприменим. Дальнейшее при $\chi > \pi/6$ изменение $\beta(\chi)$, несущественное для наших целей, аппроксимировано в формуле (7) константой.

В заключение сделаем ряд замечаний.

Зависимость типа (7) при малых $\chi$, как легко показать, характерна также для стен конечной толщины. При этом $d = -4|p|^2 \operatorname{Im}(p \operatorname{ctg}(2\pi\sqrt{n^2 - 1} \times H/\lambda))$ зависит от отношения толщины стены $H$ к длине волны, а усредненное значение $\alpha$ для $\chi > \pi/6$ может быть гораздо больше, чем для границы с бесконечной средой, вследствие резонансного пропускания звука сквозь стену при некоторых углах. Кроме того, при анализе спадания поля с расстоянием в таких помещениях нужно учесть возможность распространения звука в стенах и обратного излучения в воздух (аналог «боковых» волн [1]). Если поглощение звука в материале стен меньше, чем в воздухе, то этот эффект может быть значительным на промежуточных расстояниях.

Если $|p| \sim 1$ в (29), то $\beta(\chi) \simeq \exp(-d\chi)$. Этот случай (граница воды с морским дном) был изучен в работах Бреховских [1, 3].

Необходимо подчеркнуть, что, хотя при частном виде зависимости $\beta(\chi)$ (7) результаты метода мнимых источников оказались верными на любых расстояниях $x$ от излучателя, в общем случае имеются ограничения на $x$ из-за неприменимости геометрической картины отражений при малых $\chi$ [1, 4, 5] (т. е. больших $x$) и из-за когерентности мнимых источ-

ников при $x > 2R_\varphi^2 \Delta\lambda/\lambda^2$, где $\Delta\lambda$ — ширина излучаемой полосы. В большинстве случаев область применимости метода $\chi \gtrsim 10^{-2}-10^{-3}$. Не слишком малыми должны быть также размеры отражающих участков плоскостей [4]. Это касается, например, минимальной высоты зданий в оценке шума на транспортной магистрали по формулам (2), (9)—(11).

Очевидно, полученные выше результаты для туннеля прямоугольного сечения в основном применимы и для круглого и других сечений.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах, 1-е изд. М., Изд-во АН СССР, 1957.
2. *Лапин А. Д.* Звукоизоляция в волноводах (обзор). Акуст. ж., 1975, *21*, 3, 337–350.
3. *Бреховских Л. М.* Распространение звука и радиоволн в слоях. Изв. АН СССР. Сер. физ., 1946, *10*, 5–6, 491–504.
4. *Бреховских Л. М.* Пределы применимости некоторых приближенных методов, употребляемых в архитектурной акустике. Успехи физ. наук, 1947, *32*, 4, 464–479.
5. *Ingard U.* On the reflection of a spherical sound wave from an infinite plane. J. Acoust. Soc. America, 1951, *23*, 3, 329–335.
6. *Чигринский Г. А.* Картина отражений и реверберация незамкнутых пространств. ЖТФ, 1939, *9*, 16, 1484–1489.
7. *Розенберг Л. Д.* Метод расчета звуковых полей, образованных распределенными системами излучателей, работающими в закрытых помещениях. ЖТФ, 1942, *12*, 4–5, 220–248.
8. *Galaitsis A. G., Patterson W. N.* Prediction of noise distribution in various enclosures from free-field measurements. J. Acoust. Soc. America, 1976, *60*, 4, 848–856.
9. *Yeow K. W.* External reverberation times observed in built-up areas. J. Sound and Vibrat., 1976, *48*, 3, 438–440.
10. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М., «Наука», 1970.
11. *Фурдуев В. В.* Электроакустика. М., Гостехиздат, 1948.
12. *Скучик Е.* Основы акустики, т. 2. М., Изд-во иностр. лит., 1959.



Научно-исследовательский институт
строительной физики



Поступила
25 ноября 1977 г.
После доработки
26 июня 1978 г.