АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXV 1979 Вып. 4

УДК 534.231

О ВОЛНОВЫХ ЧИСЛАХ И РАЗНОСТИ ФАЗ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ТРЕХСЛОЙНОМ ВОЛНОВОДЕ

Б. И. Гончаренко, Л. Н. Захаров, В. Е. Иванов

Рассмотрена связь вертикальных волновых чисел с разностью фаз между звуковым давлением и вертикальной составляющей колебательной скорости отдельной нормальной волны. Показано, что в случае двухслойной модели жидкого грунта частотная зависимость вертикального волнового числа и разности фаз существенно отличается от аналогичных характеристик для модели грунта, представляемого в виде однородного жидкостного полупространства.

Измерения частотной зависимости разности фаз между звуковым давлением и вертикальным компонентом колебательной скорости первой нормальной волны, выполненные на водохранилище, позволили выявить на одном из участков слоистость грунта и построить его акустическую модель.

Акустические характеристики границ в водоемах, как правило, определяют посредством анализа поля отраженных волн. Если расстояние между дном и поверхностью много больше длины волны, то чаще используется интерференционный метод или его разновидности [1—4].

Отметим, что в работе [2] для оценки акустических параметров дна водоема использовались данные как о звуковом давлении, так и о вертикальной составляющей колебательной скорости. Величина колебательной скорости измерялась с помощью приемника, описанного в работах [5—7].

На низких частотах, когда длина волны становится соизмеримой с глубиной места, акустические характеристики дна определяют по особенности распространения нормальных волн (амплитуды и фазы) [8—10]. В работах [11, 12] рассмотрен способ определения акустических характеристик дна посредством измерения разности фаз между звуковым давлением и горизонтальной или вертикальной составляющими колебательной скорости отдельной нормальной волны порядка n.

В случае грунта с потерями измеряемая величина разности фаз $\Delta\varphi\cdot(p_n\dot{\eta}_n)$ между звуковым давлением (p_n) и вертикальной составляющей колебательной скорости $(\dot{\eta}_n)$ связана с компонентами вертикального волнового числа соотношением [12]

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)=\frac{l_n'\sin(2l_n'Z)+l_n''\operatorname{sh}(2l_n''Z)}{l_n''\sin(2l_n'Z)-l_n'\operatorname{sh}(2l_n''Z)}. \tag{1}$$

Здесь l_n' и l_n'' — действительная и мнимая части вертикального волнового числа $l_n=k\cos\theta_n$, k — волновое число в воде, θ_n—n-й корень дисперсионного уравнения [13]

$$1+ve^{2il_nH}=0, \tag{2}$$

где H — глубина водного слоя, v — коэффициент отражения плоской звуковой волны от границы вода — грунт, Z — вертикальная координата, направленная от свободной поверхности вниз, n — номер моды. Из фор-

мулы (1) следует, что величина $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ зависит от вертикального волнового числа l_n, которое дисперсионным уравнением (2) связано с коэффициентом отражения v. Из этого следует, что разность фаз $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ несет информацию об акустических характеристиках дна.

Если представить акустическую модель дна в виде однородного полупространства, заполненного жидкостью с потерями, то формула для определения разности фаз может быть получена путем несложного преобразования выражения (1) с учетом того, что $l_n'=n\pi/H$ и $l_n''=n\pi\rho_1c_1/w\rho_0H^2$ [13]:

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{tg}\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)=\frac{\omega\rho_0H\sin(2l_n'Z)}{\rho_1c_1[\sin(2l_n'Z)-2l_n'Z]},$$

где ρ_1, c_1 — плотность и скорость звука в нижнем полупространстве. Отсюда следует, что тангенс разности фаз $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ при малых значениях аргумента монотонно возрастает с ростом частоты и существенным образом зависит от ρ_1c_1. При выбранной модели грунта и известной частотной зависимости $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ для отдельной нормальной волны, распространяющейся в слое жидкости, можно рассчитать, согласно формуле (1), действительную и мнимую части l_n.

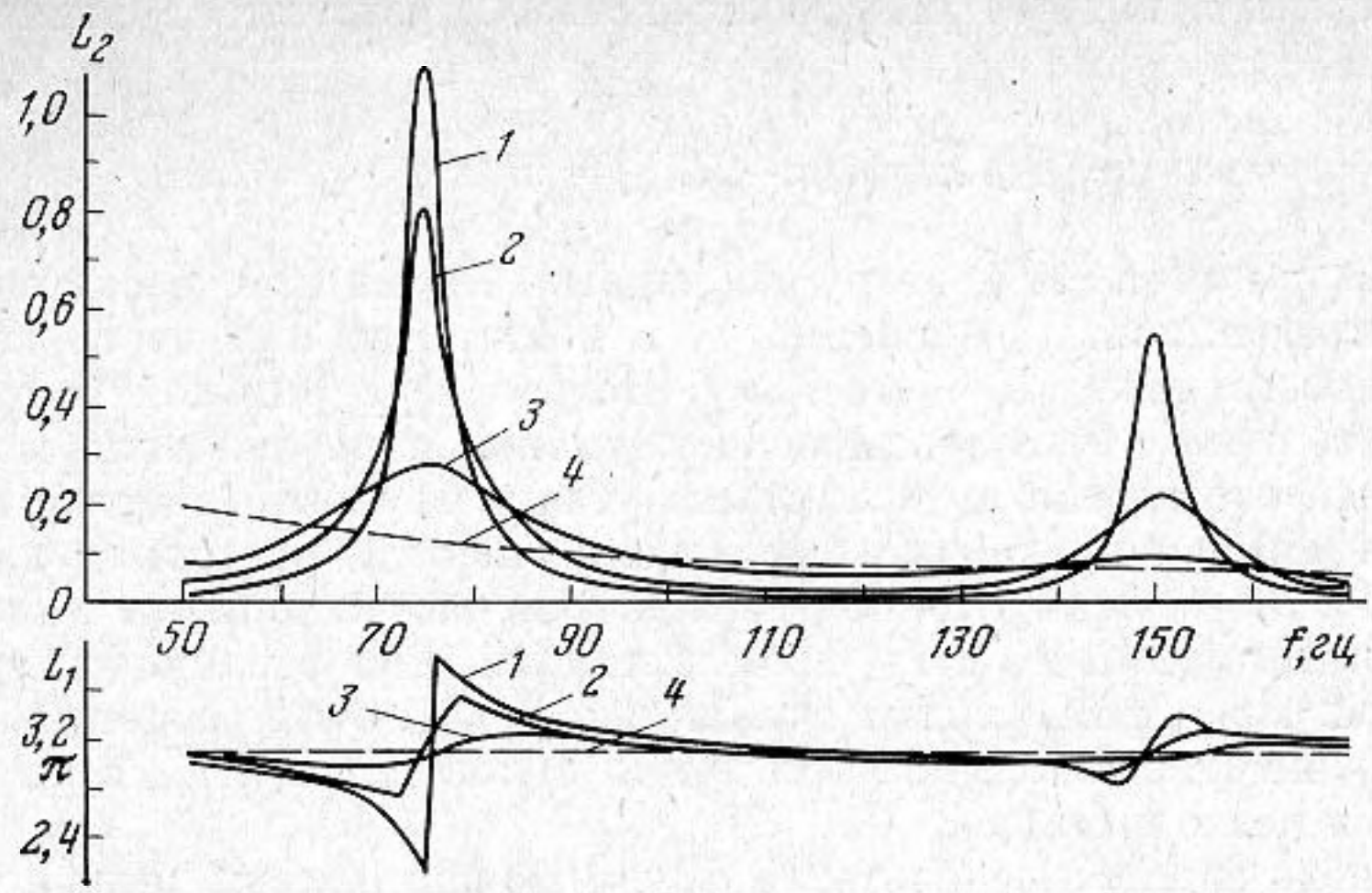
Ниже будет рассмотрено влияние изменения параметров слоистой модели грунта на вертикальные волновые числа и разность фаз $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ в диапазоне частот, когда в слое жидкости распространяется одна нормальная волна, причем длина звуковой волны соизмерима с глубиной слоя. При расчетах мы оценим частотные области, где небольшие изменения параметров модели грунта приводят к резкому изменению разности фаз $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$, которая может быть измерена экспериментально. Влияние звуковой энергии, рефрагировавшей в дне, на распространяющуюся в слое жидкости нормальную волну при наших расчетах не учитывалось.

Представляя модель дна в виде слоистой среды, рассмотрим степень влияния на вертикальные волновые числа и разность фаз $\Delta\varphi(p_n\dot{\eta}_n)$ изменения параметров модели. Рассмотрим принципиальную сторону поставленной задачи на примере двухслойной модели жидкого грунта с параметрами, характерными для пресноводных водоемов [4]. Глубину водного слоя примем равной $H=8$ *м*, толщину промежуточного газонасыщенного слоя грунта $h=0{,}7$ *м*, скорость звука в нем будет лежать в пределах от 50 до 200 *м/сек*, скорость звука в нижнем полупространстве — от 1800 до 3100 *м/сек*, плотность промежуточного слоя грунта примем равной $\rho_1=1{,}6$ *г/см*^{3}, в полупространстве — $\rho_2=1{,}9$ *г/см*^{3}, поглощение в промежуточном слое грунта и полупространстве будем изменять в пределах от 0,02 до 0,15.

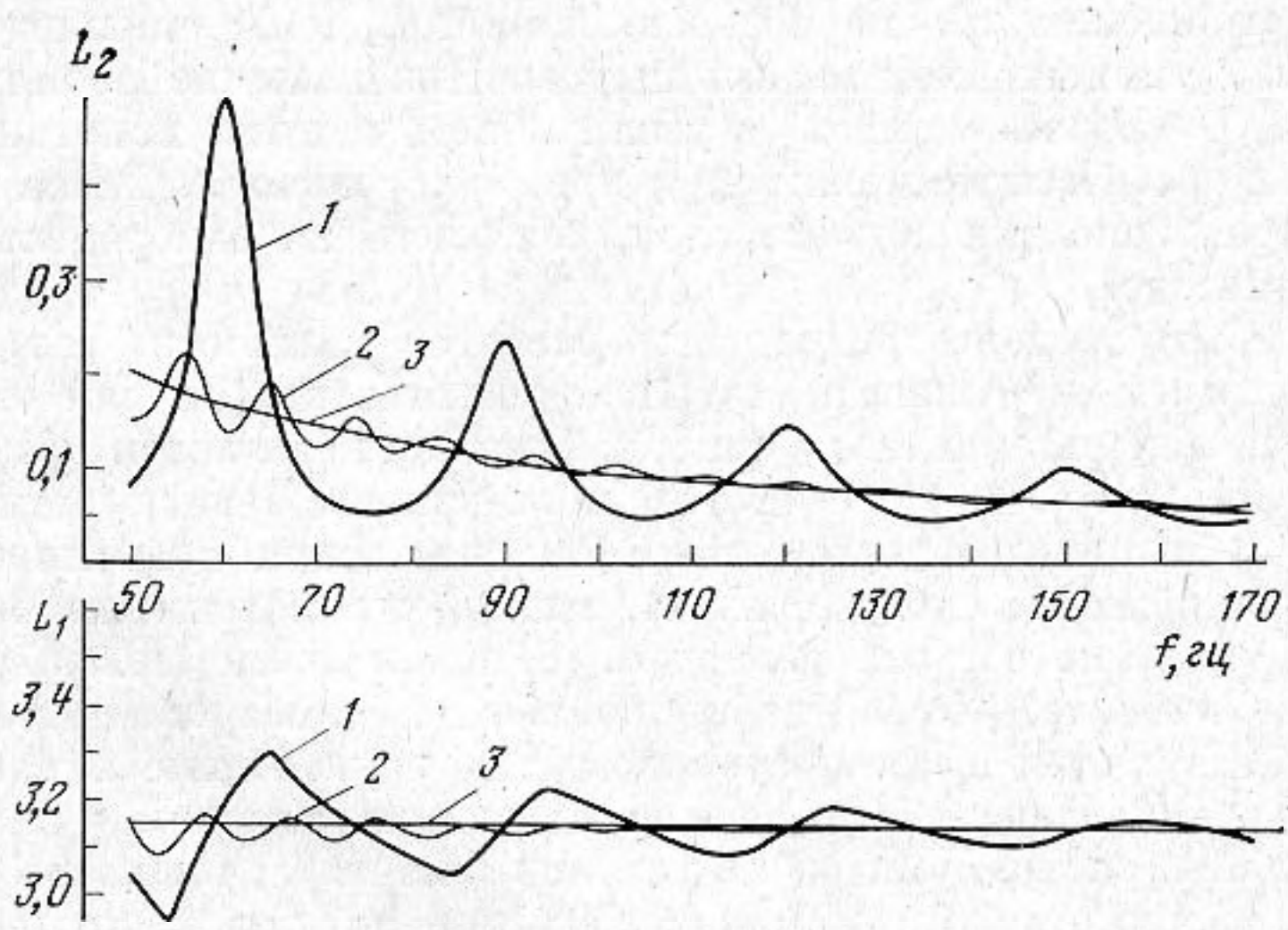
Расчет частотной зависимости действительной и мнимой частей вертикального волнового числа l_n проводился методом последовательного приближения на ЭВМ [12].

Результаты расчета вертикальных волновых чисел и разности фаз в функции частоты для выбранной двухслойной модели грунта приведены на фиг. 1—3. Действительная и мнимая части вертикального волнового числа представлены в безразмерном виде: $L_1=l_n'H$, $L_2=l_n''H$. Кроме этого, на фиг. 1, 3 штриховыми линиями изображены значения L_1, L_2 и $\Delta\varphi$ для модели грунта в виде однородного жидкого полупространства с параметрами $\rho_1=1{,}6$ *г/см*^{3} и $c_1=103$ *м/сек*.

Сопоставление L_1 и L_2 в зависимости от частоты для двух моделей грунта показывает их существенное различие. Если для однородного полупространства L_2 монотонно спадает с увеличением частоты, то для двухслойной модели L_2 и L_1 на ряде частот имеют экстремумы. В промежутках между экстремальными значениями частотные зависимости L_2 и L_1 мало отличаются от аналогичной зависимости, характерной для однородного полупространства. Набег фазы сигнала в промежуточном слое грунта равен [13] $k_1h\cos\theta_1=m\pi$, где $m=1, 2, 3, \ldots$ Если акустическое



Фиг. 1. Зависимость действительной (L_1) и мнимой (L_2) частей вертикального волнового числа в водном слое для неидеальной двухслойной модели грунта при различных значениях поглощения в промежуточном слое грунта $c_1=100$ *м/сек*: кривая *1* – $\delta_1=0{,}02$; *2* – $\delta_1=0{,}05$, *3* – $\delta_1=0{,}15$; *4* – однородное жидкое полупространство



Фиг. 2. Частотные зависимости L_1 и L_2 для неидеальной двухслойной модели грунта при $H=8$ *м* для различных толщин промежуточного слоя ($\delta_1=0{,}02$, $c_1=100$ *м/сек*): кривая *1* – $h=1{,}67$ *м*; *2* – 5,4, *3* – 18 *м*

сопротивление промежуточного слоя (рассматриваемый нами случай) гораздо меньше акустического сопротивления нижнего полупространства, то угол преломления θ_1 близок к нулю. Откуда следует, что толщина промежуточного слоя

$$h=m\lambda_1/2. \tag{4}$$

Таким образом, экстремумы появляются в тех случаях, когда толщина промежуточного слоя грунта равна целому числу полуволн. Расчет частот, соответствующих $m=1, 2, 3\ldots$, по формуле (4) показал, что они совпадают с максимумами кривых L_2 (фиг. 2), откуда следует, что экстремальное значение L_2 (фиг. 1) соответствует частотам, на которых промежуточный слой грунта оказывает наименьшее сопротивление утечке зву-

ковой энергии в нижнее полупространство. Представляя дисперсионное уравнение (2) в форме

$$v=\exp(-2L_2)\exp[i(\pi-2L_1)]=|v|e^{i\varphi},$$

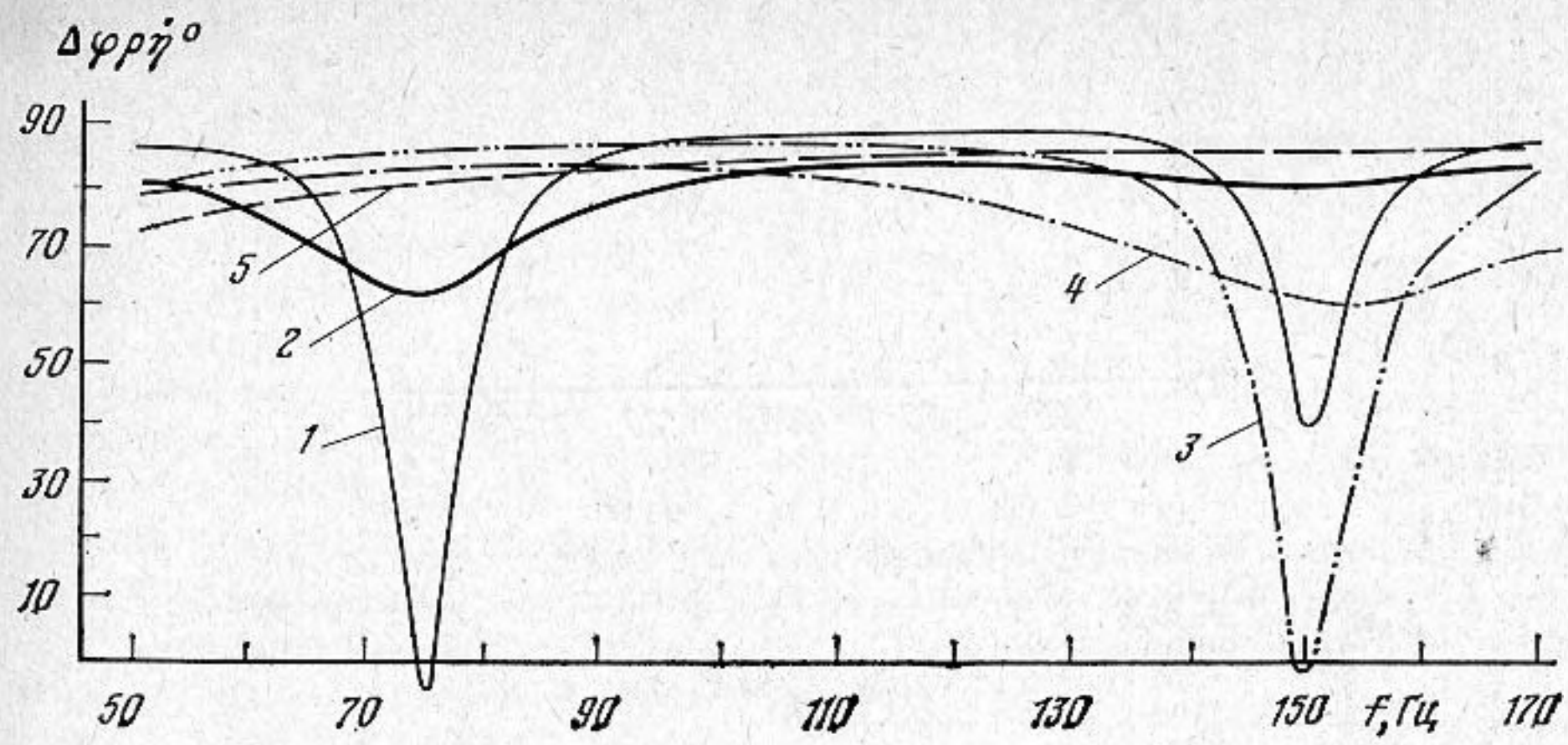
где $|v|=e^{-2L_2}$; $\varphi=\pi-2L_1$, нетрудно видеть, что мнимая часть определяет модуль коэффициента отражения v, а действительная часть вертикального волнового числа L_1 — его фазу. Возрастание мнимой части вертикального волнового числа приводит к уменьшению значения модуля коэффициента отражения и увеличению утечки звуковой энергии в нижнее полупространство, причем основная доля энергии поглощается в промежуточном слое грунта. Это подтверждается рассчитанными нами частотными зависимостями L_1 и L_2, выполненными при различных значениях скорости звука c_2 и затухания δ_2. Как следует из этих расчетов, экстремумы L_1 и L_2 не сдвигаются по частоте при изменении c_2 и δ_2, а их величина изменяется незначительно.

На основе анализа результатов фиг. 1 можно сделать вывод, что слоистую модель грунта можно представить в виде полупространства с эквивалентными параметрами, если исключить частотные области, соответствующие экстремальным значениям L_1 и L_2.

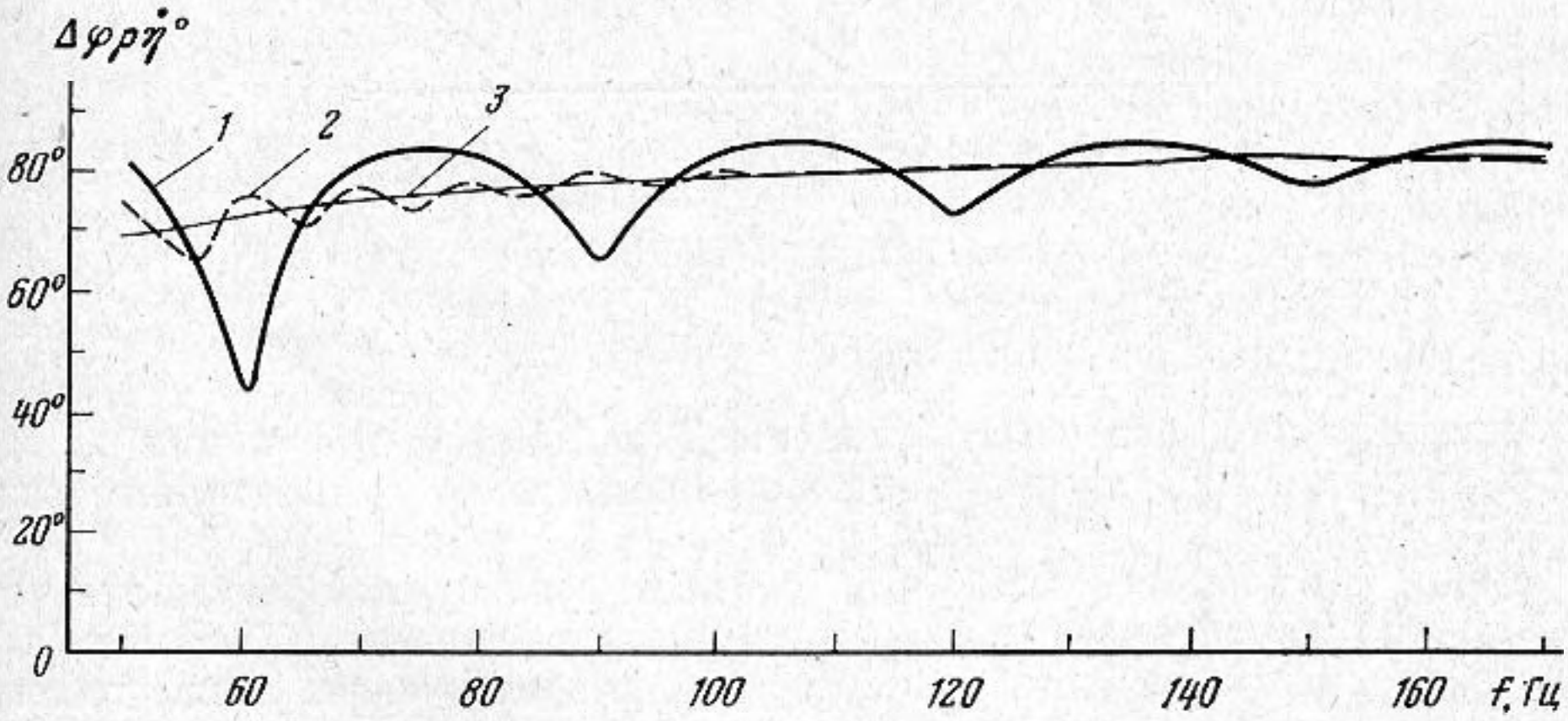
На фиг. 2 приведены значения L_1 и L_2 в функции частоты для различных толщин промежуточного слоя грунта h. Как следует из фиг. 2, с увеличением отношения h/λ_1 период осцилляций L_1 и L_2 уменьшается с одновременным уменьшением их амплитуды. При толщине промежуточного слоя грунта $h>5\lambda_1$ значения L_2 с увеличением частоты монотонно уменьшаются, а L_1 остается постоянным и примерно равно π. Такое поведение L_1 и L_2 характерно для водного слоя, лежащего на однородном жидком полупространстве.

На фиг. 3 приведены результаты расчетов разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ с использованием выражения (1). Исходными данными для этих расчетов служили значения L_1 и L_2 фиг. 1. Значения разности фаз (фиг. 3) получены при $Z=0{,}7H$. Из сопоставления кривых зависимости разности фаз (фиг. 3) с кривыми, определяющими частотную зависимость вертикальных волновых чисел l_n (фиг. 1), видно, что положение минимумов кривых $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ по частоте совпадает с положением максимумов кривых, определяющих L_1 и L_2 для одинаковых параметров модели грунта. Изменение затухания в промежуточном слое грунта мало влияет на разность фаз в диапазоне частот, соответствующих плоским участкам кривых. В области экстремумов это влияние значительно возрастает. Так, например, на частоте 75 и 150 *гц* увеличение затухания от 0,02 до 0,15 приводит к увеличению разности фаз на 60° и 40° соответственно.

Положение минимума разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ существенным образом зависит как от скорости звука в промежуточном слое грунта (c_1), так и от его толщины. Как следует из фиг. 3, при увеличении скорости звука (c_1) в 2 раза минимум разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ перемещается с частоты 75 на частоту 150 *гц*, т. е. существует прямая зависимость между скоростью звука в промежуточном слое грунта и значениями разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$. Штриховая кривая (фиг. 3) иллюстрирует поведение разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для случая однородного жидкостного полупространства с акустическими параметрами рассмотренного выше промежуточного слоя. Разность фаз, как следует из фиг. 3, при увеличении частоты монотонно возрастает, приближаясь к 90°, тем самым существенно отличаясь от кривых разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для двухслойной модели грунта. На фиг. 4 приведена частотная зависимость разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ в зависимости от толщины промежуточного слоя. Период осцилляций, как следует из фиг. 4, с увеличением толщины промежуточного слоя уменьшается. Начиная с толщины промежуточного слоя $h\geqslant5\lambda_1$, осцилляции разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ практически исчезают, и ход кривой совпадает с ходом кривой



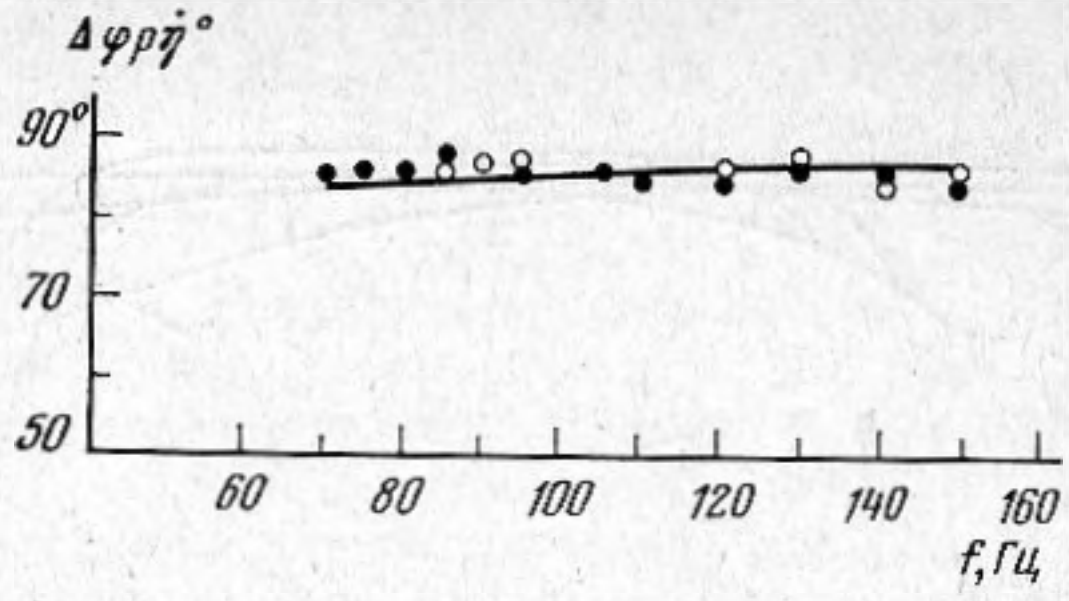
Фиг. 3. Зависимость разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для трехслойного волновода с глубиной водного слоя $H=8$ *м* и неидеальной двухслойной нижней границей при различных значениях величины поглощения и скорости звука в промежуточном слое грунта: кривая *1* – $c_1=100$ *м/сек*, $\delta_1=0{,}02$; *2* – $c_1=100$ *м/сек*, $\delta_1=0{,}15$; *3* – $c_1=200$ *м/сек*, $\delta_1=0{,}02$; *4* – $c_1=200$ *м/сек*, $\delta_1=0{,}15$, *5* – однородное жидкое полупространство



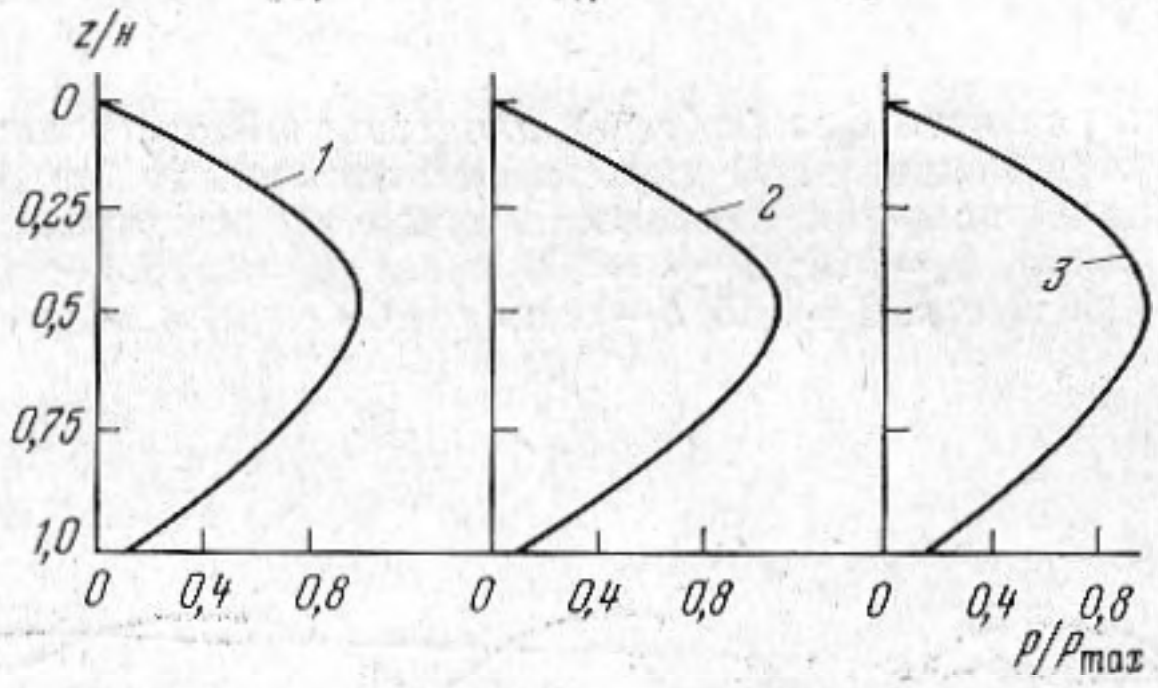
Фиг. 4. Зависимость разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для трехслойного волновода при различных значениях толщины промежуточного слоя грунта ($c_1=100$ *м/сек*): кривая *1* – $h=1{,}67$ *м*; *2* – 5,4, *3* – 18 *м*

разности фаз, соответствующей однородному жидкостному полупространству.

На фиг. 5, 7 приведены экспериментальные результаты определения частотной зависимости разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для первой нормальной волны, полученные соответственно на двух участках пресноводного водохранилища, отстоящих друг от друга на расстояние не менее 200 *м*. Обозначения в виде светлых кружков соответствуют горизонтальному расстоянию между излучателем и приемной системой $R=20$ *м*, зачерненные кружки – $R=50$ *м*. Сплошные кривые соответствуют расчетной зависимости разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$. Глубина водного слоя была в обоих случаях равна ~8,5 *м*. Метод проведения опытов изложен в работе [11]. Измерения разности фаз проведены на глубине $Z=0{,}75H$. Глубина погружения излучателя составляла $Z_0=0{,}5H$. Контроль за возбуждением в водном слое только первой нормальной волны осуществлялся по разности фаз между звуковым давлением и горизонтальной составляющей колебательной скорости, которая, как показано в работе [11], в этом случае не зависит от глубины погружения приемной системы. Как следует из фиг. 5 и 7,



Фиг. 5. Экспериментальные данные о разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для различных значений частоты (сплошная кривая – расчетная зависимость $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для полупространства, заполненного однородной жидкостью)



Фиг. 6. Вертикальное распределение амплитуд звукового давления для различных значений частот (кривая *1* – f=85 *гц*, *2* – 110, *3* – 140

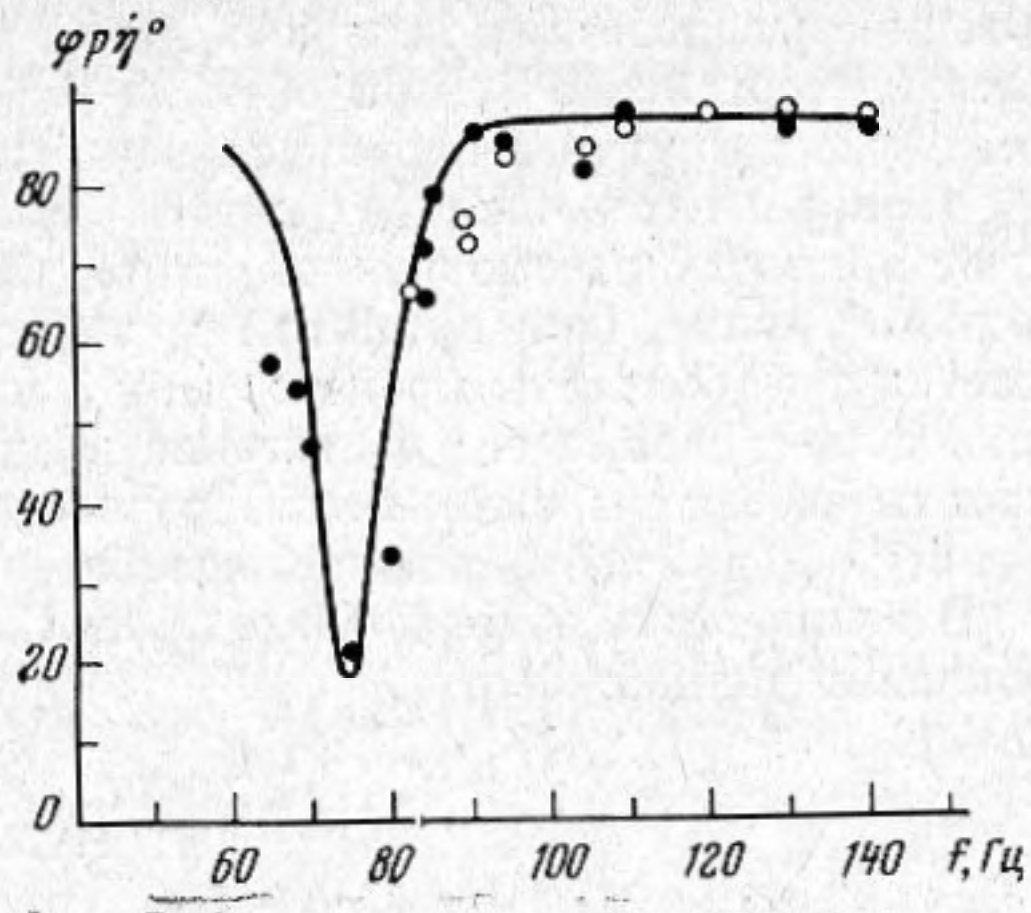
экспериментальная зависимость разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ в функции частоты для двух участков пресного водохранилища имеет существенные различия.

На фиг. 5 разность фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ во всем исследуемом диапазоне частот от 70 до 150 *гц* имеет примерно постоянное значение и близка к 90°. Такая зависимость разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$, как следует из приведенных выше теоретических расчетов, характерна либо для двухслойной модели грунта, в котором толщина промежуточного слоя гораздо больше длины звуковой волны, либо для однородного жидкостного полупространства с акустически «мягкой» границей вода – дно (см. фиг. 3, 4). Сплошная кривая соответствует результатам расчета разности фаз в предположении однородной модели жидкого грунта с параметрами c_1=50 *м/сек*, ρ_1=1,6 *г/см*^{3}, δ_1=0,05. Результаты расчета находятся в хорошем согласии с экспериментом.

Построенные на основе экспериментальных данных вертикальные разрезы амплитуды звукового давления, которые приведены на фиг. 6, и расчеты амплитуды звукового давления, приведенные в работе [9], для нижней границы слоя в виде однородного жидкостного полупространства с пониженной по отношению к воде скоростью звука дополнительно подтверждают наличие в этом случае акустически «мягкой» однородной границы. Согласно (3), по экспериментальным данным частотной зависимости разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ нами было определено среднее значение акустического сопротивления грунта $\rho_1 c_1=80\times10^3$ *ак.ом.* Поскольку средняя плотность нижнего полупространства ρ_1=1,6 *г/см*^{3}, скорость продольных волн в нем будет равна c_1=50 *м/сек.*

Для второго участка частотная зависимость разности фаз, представленная на фиг. 7, имеет глубокий минимум на частоте 75 *гц* и с повышением частоты разность фаз стремится к 90°. Такое поведение частотной

зависимости разности фаз $\Delta\psi \cdot (p_1\dot{\eta}_1)$, как показали проведенные выше расчеты, соответствует двухслойной модели грунта, у которой между водным слоем и нижним полупространством имеется слой грунта с пониженной по отношению к воде скоростью звука. Пробы грунта, взятые на этом участке водохранилища, показали наличие приповерхностного слоя толщиной примерно 0,6—0,8 *м* со средней плотностью, равной $\rho_1=1{,}6$ *г/см*^{3}, и с большим содержанием газа. Используя эти данные, на основании формулы (4) мы определили скорости звука в грунте: при $h=0{,}6-0{,}8$ *м* скорость звука в грунте составила $c_1=90-120$ *м/сек*. При значении скорости звука в промежуточном слое грунта $c_1=100$ *м/сек*, его толщине $h=0{,}7$ *м*, затухания $\delta_1=0{,}05$ и параметрах нижнего полупространства $c_2=1800$ *м/сек*, $\rho_2=2{,}1$ *г/м*, $\delta_2=0{,}05$ были проведены расчеты частотной зависимости $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$. Результаты расчета приведены на фиг. 7 сплошной линией. Как следует из фиг. 7, результаты эксперимента и расчета находятся в хорошем согласии. На основе этого можно сделать вывод, что экстремальные значения на частотной зависимости вертикального волнового числа и разности фаз отдельной нормальной волны — результат проявления резонансных свойств промежуточного слоя грунта.



Фиг. 7. Экспериментальные данные о разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ для различных значений частоты (сплошная кривая — расчетная зависимость $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$) для двухслойной модели грунта

Оценим точность определения акустического сопротивления грунта при представлении его в виде однородного жидкостного полупространства, а также точность определения скорости звука в промежуточном слое грунта для двухслойной модели грунта.

Как следует из формулы (3), для модели грунта в виде однородного жидкостного полупространства точность определения акустического сопротивления грунта $(\rho_1 c_1)$ будет зависеть от точности измерения следующих величин: глубины водного слоя, глубины погружения приемной системы, разности фаз $\Delta\varphi(p_1\dot{\eta}_1)$ и частоты. Точность измерения разности фаз нашим устройством при его предварительной калибровке и периодической сквозной проверке приемных трактов, проводимой во время измерений, была не хуже $\pm 1\%$. Полагая, что точность определения глубины погружения приемной системы, глубины водного слоя в сумме не хуже 2%, а точность определения рабочей частоты при использовании цифрового частотомера не хуже 0,5%. Можно считать, что точность определения акустического сопротивления грунта будет не хуже 4%.

В случае двухслойной среды точность определения скорости звука в промежуточном слое грунта (c_1), согласно формуле (4), будет зависеть от точности задания или определения значения частоты $(f_{рез})$, при которой проявляются резонансные свойства грунта. На точность определения $f_{рез}$, как это следует из приведенных расчетов, влияет затухание в промежуточном слое грунта: чем меньше затухание в нем, тем точнее можно определить резонансную частоту. Полагая толщину слоя и его плотность известными, определим точность измерения скорости звука для различных значений затухания δ_1. При $\delta_1=0{,}02$ (с учетом точности измерения разности фаз, равной $\pm 1°$) точность определения скорости звука в грунте не хуже 3%, при $\delta_1=0{,}15-6\%$.

Если предположить, что толщина слоя и его плотность определяются

с точностью до 10%, то при $\delta_1=0{,}02$ точность определения резонансной частоты составит 3%, при $\delta_1=0{,}15$—6%, а точность определения скорости звука в грунте в первом случае будет равной 13%, во втором — 16%.

Экспериментальные результаты и теоретические расчеты иллюстрируют точность рассмотренного метода при определении слоистости подводного грунта. При принятой процедуре измерений существенно уменьшается трудоемкость процесса при увеличении его точности, поскольку для осуществления его достаточно в одной лишь точке водного слоя измерить частотную зависимость разности фаз между звуковым давлением и вертикальной составляющей колебательной скорости.

В заключение авторы благодарят С. Н. Ржевкина за советы при обсуждении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акустика океана. М., «Наука», 1974.
2. *Leslie C. B., Cendall J. M., Barton L. E.* Acoustic Characteristics of a Lake Bottom. J. Acoust. Soc. America, 1958, *30*, 1, 142–145.
3. *Грубник Н. А.* Исследование акустических свойств подводного грунта на высоких звуковых частотах. Акуст. ж., 1960, *6*, 4, 446–453.
4. *Гончаренко Б. И., Захаров Л. Н., Иванов В. Е., Киршов В. А.* Частотно-угловые характеристики коэффициента отражения звука от слоистого дна. Акуст. ж., 1976, *22*, 3, 351–356.
5. *Leslie C. B., Cendall J. M., Jones J. L.*, Hydrophone for Measuring Particle Velocity. J. Acoust. Soc. America, 1956, *28*, 4, 711–715.
6. *Leslie C. B., Cendall J. M.* Pat. USA № 2582994, 1952.
7. *Cendall J. M.* Pat. USA № 2597005, 1952.
8. *Григорьев В. С., Кряжев Ф. И.* Исследование распространения звука низких частот в мелкой воде. Акуст. ж., 1960, *6*, 1, 34–42.
9. *Кряжев Ф. И.* Звуковое поле нормальной волны в водном слое. Акуст. ж., 1960, *6*, 1, 65–76.
10. *Кряжев Ф. И., Петров Н. А.* Нормальные волны в трехслойной среде. Акуст. ж., 1960, *6*, 2, 229–236.
11. *Гончаренко Б. И., Захаров Л. Н.* О методе определения акустического сопротивления грунта в пресноводных водоемах. Акуст. ж., 1974, *20*, 4, 231–235.
12. *Гончаренко Б. И., Захаров Л. Н.* Определение отражающих свойств грунта на предельных частотах. Докл. на IX Всесоюзной акуст. конференции, 31в-6, М., Акуст. ин-т, 1977, 21–24.
13. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова, физический факультет,
кафедра акустики

Поступила
6 февраля 1978 г.
Окончательный вариант
23 января 1979 г.