АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 2

УДК 534.231.1

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ИЗ ПЛОСКОГО ВОЛНОВОДА С ОДНОЙ ПЕРФОРИРОВАННОЙ СТЕНКОЙ

В. М. Батенчук-Туско, Д. Т. Голубицкий, В. В. Елагин

Приближенными методами рассчитано излучение прямоугольного волновода с одной перфорированной стенкой для случая малых и часто расположенных отверстий.

Приведено сравнение результатов измерения реальных диаграмм направленности с расчетными.

Среди излучающих систем направленного действия простотой исполнения отличаются волноводы со щелями или с перфорированными стенками. В работе [1] были исследованы характеристики излучения узкого цилиндрического волновода с перфорированной боковой поверхностью. В данной работе в качестве излучающей системы рассматривается плоский волновод с одной перфорированной стенкой.

Волновод представлен на фиг. 1, где координатная ось X ориентирована вдоль его оси, ось Y — по его ширине, равной D, а ось Z — по высоте, равной a.

Вследствие малой высоты волновода вдоль него распространяется квазиплоская волна нулевого порядка, потенциал скоростей которой φ_1 имеет вид

$$\varphi_1=A_1e^{i\xi x}\cos\varkappa z\ (0\leqslant z<a), \tag{1}$$

где $\xi^2+\varkappa^2=k^2$, k — волновое число, a — высота волновода. На нижней (сплошной) стенке волновода он удовлетворяет граничному условию

$$\left.\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right|_{z=0}=0. \tag{2}$$

В окружающую среду волна излучается через отверстия в верхней стенке. В случае малых и часто расположенных отверстий излучающую поверхность волновода удобно рассматривать как плоскую импедансную границу, вблизи которой акустическое поле задается волной с потенциалом вида

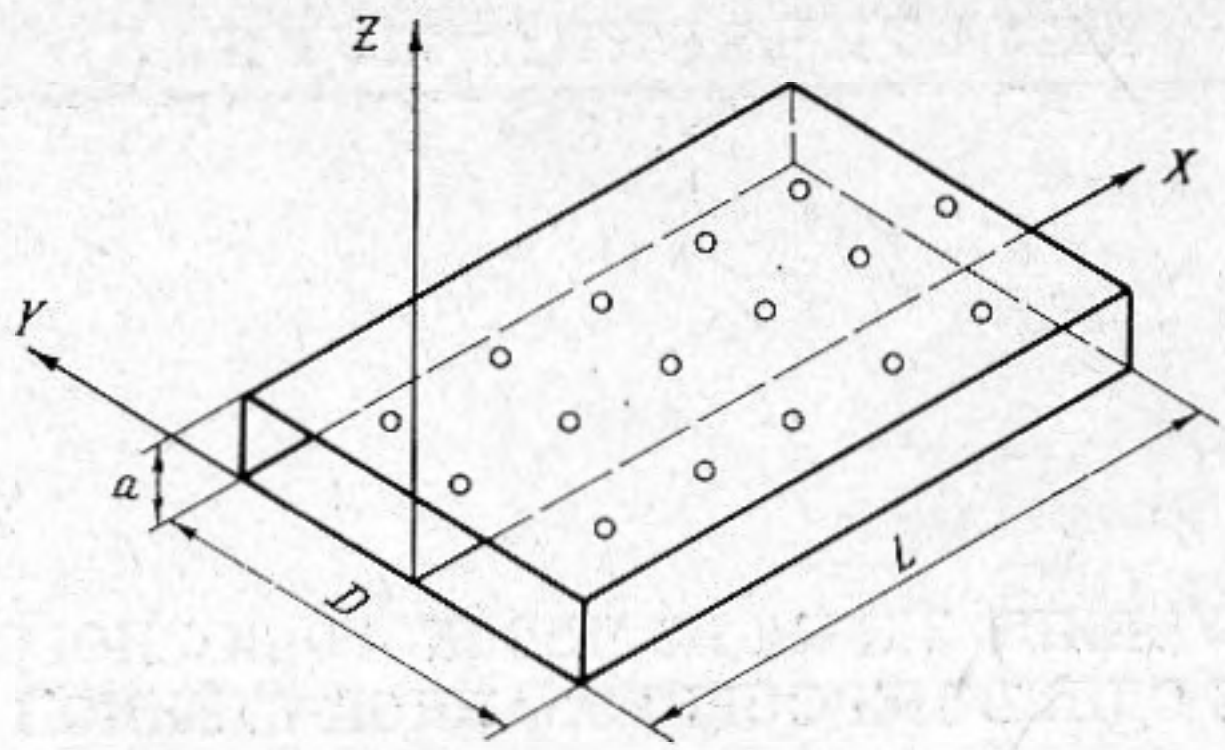
$$\varphi_2=A_2e^{i(\xi x+\varkappa z)}\ (z>a). \tag{3}$$

На импедансной границе имеет место равенство нормальных составляющих колебательной скорости $v_z=\partial\varphi/\partial z$ т. е.

$$\left.\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}\right|_{z=a}=\left.\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}\right|_{z=a} \tag{4}$$

а разность между потенциалами φ_1 и φ_2 по обе стороны границы определяется удельной проводимостью η' излучающей поверхности и имеет вид

$$\varphi_2-\varphi_1=v_z/\eta'|_{z=a}. \tag{5}$$



Фиг. 1. Внешний вид волновода: L – длина волновода, D – ширина, a – высота

Проще всего удельная проводимость вычисляется для невзаимодействующих круглых отверстий, когда проводимость каждого отверстия совпадает с проводимостью одиночного отверстия в экране [2] и равна его диаметру η. В этом случае для отверстий, распределенных по поверхности с шагом d ($\eta \ll d \ll \lambda$, где λ – длина волны), удельная проводимость η' определяется соотношением

$$\eta' = \eta / S,$$

где $S \simeq d^2$ – площадь излучающей поверхности, приходящаяся на одно отверстие.

Обозначим через v_1 величину колебательной скорости на входе волновода. Тогда потенциалы (1) и (3), удовлетворяющие граничным условиям (2), (4) и граничному условию $(\partial\varphi_1/\partial x)|_{x=0} = v_1$ во входном сечении волновода, при малых $\varkappa a$ ($\varkappa a \ll 1$) имеют вид

$$\varphi_1 \simeq \frac{v_1}{ik} e^{i\xi x} \cos \varkappa z \quad \text{при} \quad 0 \leqslant z < a, \tag{6}$$

$$\varphi_2 \simeq \frac{v_1(\varkappa a)}{k} e^{i(\xi x + \varkappa z)} \quad \text{при} \quad z > a. \tag{7}$$

При слабой проводимости границы поле излучения φ_2 оказывается малым и его можно не учитывать в граничном условии (5). Тогда после подстановки (6) в (5) получается дисперсионное уравнение весьма простого вида:

$$\cos \varkappa a = \frac{1}{2} \frac{\varkappa a}{a} \sin \varkappa a, \tag{8}$$

решение которого при малых $\varkappa a$ представляется выражением $\varkappa \simeq (2q)^{1/2}/a$. Это решение, как и уравнение (8), включает в себя параметр $q = (a\eta/2S)$. В нашей задаче этот параметр следует выбирать малым, так как именно малость q обеспечивает слабую проводимость границы и эффективное удержание в волноводе бегущей волны.

В рассматриваемом приближении продольная компонента волнового числа $\xi = (k^2 - \varkappa^2)^{1/2} \simeq k(1 - q/(ka)^2)$ – величина действительная. Между тем излучение звука должно вызывать затухание волн (6) и (7) вдоль оси X, а значит, компонента ξ должна содержать положительную мнимую часть ξ''. Для расчета ξ'' воспользуемся соображениями баланса энергии. Подставляя ξ'' в (6) и вычисляя полный поток мощности $W_1(x)$ бегущей волны, выясняем, что вдоль оси X он убывает по закону

$$W_1(x) = {}^1/_2 \rho c v_1^2 e^{-2\xi'' x} a D, \tag{9}$$

где ρ — плотность среды, c — скорость звука в ней. На расстоянии Δx мощность уменьшается вследствие затухания волны на величину

$$\Delta W_1(x) = {}^1/_2 \rho c v_1^2 (-2\xi'') e^{-2\xi'' x} a D \Delta x. \tag{10}$$

С другой стороны, мощность, излученная элементом $(\Delta x D)$, определяется выражением

$$\Delta W_2(x) = {}^1/_2 \mathrm{Re}[p v_z^*]\,|_{z=a} D \Delta x, \tag{11}$$

где p и v_z — звуковое давление и компонента колебательной скорости вблизи границы, записанные с учетом мнимой части ξ'' в виде

$$p = i\rho\omega\varphi_2\,|_{z=a} = i(\rho c v_1)(\varkappa a) e^{i(\xi x + \varkappa z)} e^{-\xi'' x}, \tag{12}$$

$$v_z = (\partial\varphi_2/\partial z)\,|_{z=a} = i v_1 [(\varkappa a)^2/(ka)] e^{i(\xi x + \varkappa z)} e^{-\xi'' x}. \tag{13}$$

Вычисляя с помощью (12) и (13) мощность излучения $\Delta W_2(x)$ и приравнивая ее величине $-\Delta W_1(x)$, получаем искомое значение ξ'' в виде

$$\xi'' = (\varkappa a)^3/2a(ka) = q(2q)^{1/2}/a(ka). \tag{14}$$

Здесь учтено то обстоятельство, что $\varkappa a = (2/q)^{1/2}$. Вместе с компонентами волнового числа

$$\xi = k(1 - q/(ka)^2),\ \varkappa = (2q)^{1/2}/a \tag{15}$$

это значение дает явное выражение для потенциалов акустических полей (6), (7) как внутри волновода, так и вне его, вблизи излучающей поверхности.

Рассчитаем поле излучения волновода длиной L, используя обозначения, указанные на фиг. 2. Звуковое давление $p(\mathbf{r})$ в дальней зоне $(kr \gg 1)$ дается формулой Кирхгофа [3]

$$p(\mathbf{r}) = -\frac{i\rho c k}{4\pi} \int_0^L \int_{-D/2}^{D/2} \left[v_z(x, y) + \frac{\mathbf{p}(x, y)}{\rho c} \cos(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \right] \frac{e^{ikr}}{\mathbf{r}} dx\, dy. \tag{16}$$

Подставляя в (16) выражения (12), (13) для v_z и p и учитывая обычные для дальней зоны приближения

$$r \approx r_0 - x \cos\varphi \cos\vartheta - y \cos\varphi \sin\vartheta,$$
$$\cos(\mathbf{r}, \mathbf{n}) \simeq \cos(\mathbf{r}_0, \mathbf{n}) = \sin\varphi,$$

получаем следующее представление поля давления в точке $(r_0, \vartheta, \varphi)$:

$$p(r_0, \vartheta, \varphi) \simeq -\frac{i\rho c k}{4\pi} \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \left(1 + \frac{k}{\varkappa} \sin\varphi\right) \int_0^L \int_{-D/2}^{D/2} \times \tag{17}$$
$$\times v_z e^{-ik(x\cos\varphi\cos\vartheta + y\cos\varphi\sin\vartheta)}\, dx\, dy,$$

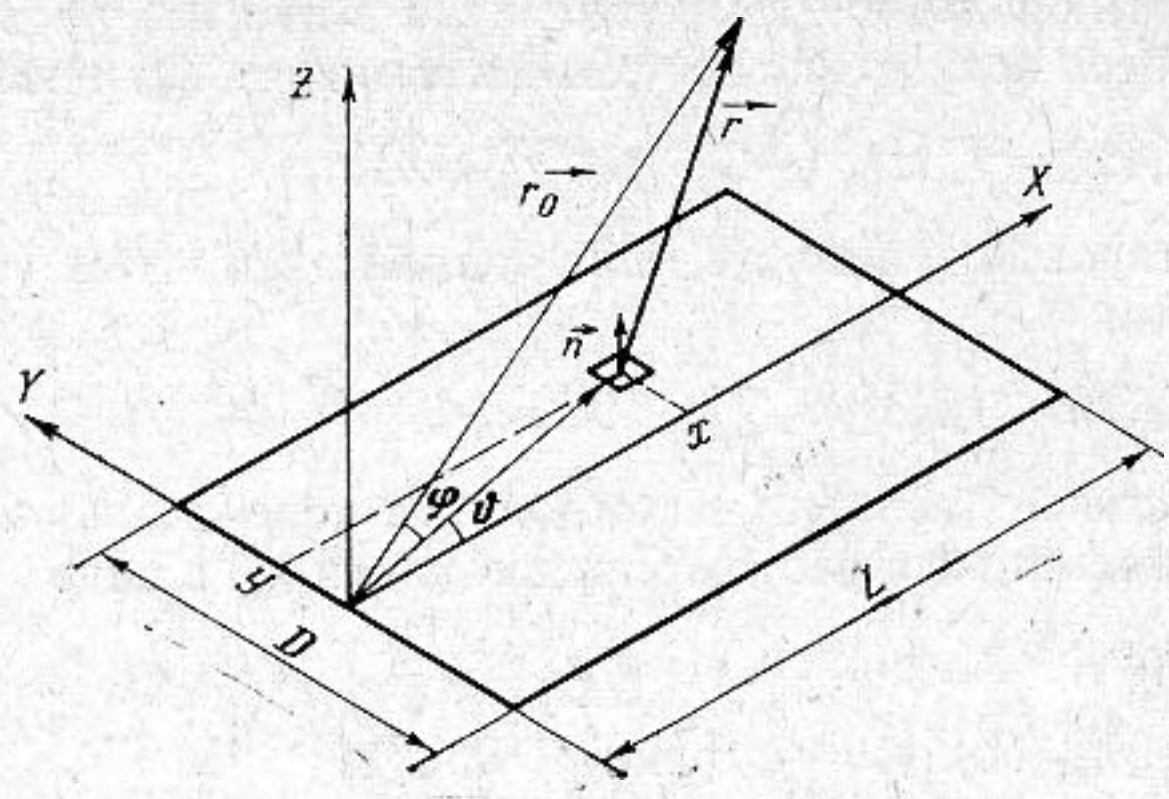
(величина v_z здесь определена формулой (13)). Выберем длину волновода L, равной расстоянию, на котором поле бегущей волны затухает в e раз: $L = 1/\xi''$. Для упрощения вычислений по формуле (17) заменим множитель $\exp(-\xi'' x)$, входящий в v_z, его средним значением на длине L.

Тогда поле в горизонтальной плоскости XY принимает вид

$$p(r_0, \vartheta) \simeq \frac{0{,}6\varkappa^2 a}{4\pi} \rho c v_1 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} f_\Gamma(\vartheta) e^{i\Phi(\vartheta)} L D,$$

а в вертикальной плоскости XZ —

$$p(r_0, \varphi) \simeq \frac{0{,}6\varkappa^2 a}{4\pi} \rho c v_1 \frac{e^{ikr_0}}{r_0} f_\text{в}(\varphi) e^{i\Phi(\varphi)} L D.$$



Фиг. 2. Система координат при расчете поля излучения волновода

Здесь через $\Phi(\alpha)=(k/L/2)(\xi/k-\cos\alpha)$ обозначена фазовая диаграмма направленности, а через $f_г(\vartheta)$ и $f_в(\varphi)$ — амплитудные диаграммы направленности излучения в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно.

Диаграмма направленности в горизонтальной плоскости, выражаемая функцией

$$f_г(\vartheta)=\frac{\sin\left[\frac{kL}{2}\left(\frac{\xi}{k}-\cos\vartheta\right)\right]}{\left[\frac{kL}{2}\left(\frac{\xi}{k}-\cos\vartheta\right)\right]}\frac{\sin\left(\frac{kD}{2}\sin\vartheta\right)}{\left(\frac{kD}{2}\sin\vartheta\right)}$$

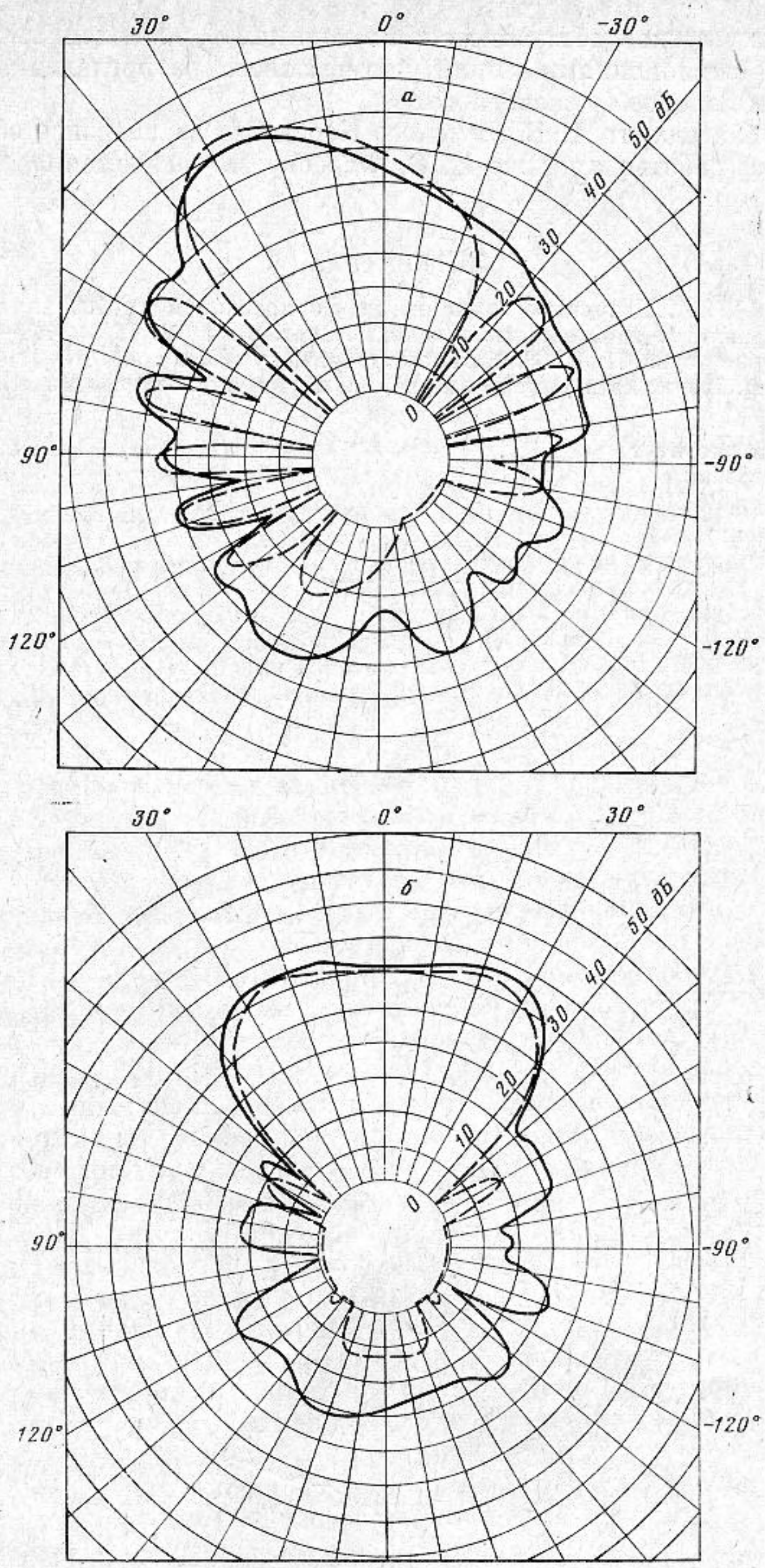
образована произведением двух сомножителей. Первый из них соответствует диаграмме направленности линейной антенны с фазовой скоростью распространения волны $v_ф=c(k/\xi)$, превышающей скорость звука. В таких антеннах имеется раздвоенный главный максимум, лепестки которого симметрично отклонены от оси X на углы $\vartheta=\pm\arccos(\xi/k)$. Второй сомножитель представляет собой множитель непрерывной антенной решетки и имеет главный максимум в направлении оси X. При малых q его действие приводит к устранению раздвоенности и образованию в горизонтальной диаграмме направленности хорошо выраженного главного лепестка с угловой шириной $\delta\simeq2\arccos(\xi/k)\simeq2(2q)^{1/2}/(ka)$, ориентированного по оси X.

Диаграмма направленности в вертикальной плоскости

$$f_в(\varphi)=\frac{\sin\left[\frac{kL}{2}\left(\frac{\xi}{k}-\cos\varphi\right)\right]}{\left[\frac{kL}{2}\left(\frac{\xi}{k}-\cos\varphi\right)\right]}\left(1+\frac{k}{\varkappa}\sin\varphi\right)$$

также образована произведением двух сомножителей, первый из которых имеет два главных максимума по направлениям, определяемым углами $\varphi=\pm\arccos(\xi/k)$, а второй — один максимум при $\varphi=\pi/2$. Асимметрия второго сомножителя относительно оси X вызывает ослабление диаграммы направленности $f_в(\varphi)$ в нижней полуплоскости (при $\varphi<0$) и приводит к образованию главного лепестка в верхней полуплоскости ($\varphi>0$) с максимумом, ориентированным в направлении $\varphi_1\gtrsim(2q)^{1/2}/(ka)$.

На фиг. 3, *а*, *б* представлены результаты расчета и измерений диаграмм направленности волновода с параметрами $L=120$ см, $D=30$ см, $a=5{,}4$ см, $q=0{,}1$ на частоте 1000 Гц в вертикальной и горизонтальной плоскостях.



Фиг. 3. Расчетная (штриховая) и измеренная (сплошная) диаграмма направленности волновода в вертикальной (*а*) и в горизонтальной плоскостях (*б*)

Как видно из фигур, расчетные диаграммы достаточно хорошо передают форму, число и уровень лепестков реальных диаграмм направленности, в особенности их главных лепестков. Имеющиеся отличия реальных диаграмм направленности от расчетных (высокий уровень заднего излучения

и некоторые другие) объясняются, по-видимому, проявлениями краевых эффектов и отклонениями амплитудно-фазового распределения поля на излучающем полотне от расчетного.

Авторы благодарят А. В. Римского-Корсакова за полезное обсуждение и поддержку работы, а также Е. Б. Фадееву за выполнение численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Урусовский И. А.* Излучение звука из перфорированной трубы, внутри которой распространяется гармоническая волна. Акуст. ж., 1972, *18*, 3, 448–455.
2. *Рэлей.* Теория звука. II., § 306. М., Гостехтеориздат, 1955.
3. *Тюлин В. Н.* Введение в теорию излучения и рассеяния звука. М., «Наука», 1976.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
30 июля 1979 г.