ЛИТЕРАТУРА

1. *Hopf E.* The Partial Differential Equation $u_t+uu_x=\mu u_{xx}$. Comm. Pure Appl. Math., 1950, *9*, 3, 201–250.
2. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
3. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
4. *Кадомцев Б. Б.* Коллективные явления в плазме. М., «Наука», 1976, с. 146.
5. *Гурбатов С. Н., Дубков А. А., Малахов А. Н.* О параметрическом взаимодействии случайных волн в недиспергирующих средах. ЖЭТФ, 1977, *72*, 2, 456–465.

Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Поступила 17 сентября 1979 г.

УДК 534.121.1

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ВСЛЕДСТВИЕ СВЯЗИ ЭЛЕМЕНТОВ СОСТАВНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Ю. А. Гурович

Наличие механических соединений между составными частями (элементами) конструкций вызывает передачу энергии колебаний из одной части в другую, которая по аналогии с коэффициентом внутренних потерь энергии в отдельном элементе может быть охарактеризована коэффициентом потерь вследствие их взаимодействия (связи). Ниже для некоторых видов соединений коэффициент потерь связи определяется на основании соотношения [1]

$$\eta_{\alpha\gamma}=\frac{\Pi_{\alpha\gamma}}{\omega E_\alpha}, \tag{1}$$

где $\Pi_{\alpha\gamma}$ – поток энергии из элемента α в элемент γ, E_α – энергия в элементе α, ω – круговая частота.

Рассмотрим жесткое точечное соединение стержня (α) с пластиной (γ). Пусть из стержня на соединение падает изгибная или продольная волна, поток энергии которой есть

$$\Pi_\alpha=w_\alpha c_{\text{г}\alpha}, \tag{2}$$

где $w_\alpha=E_\alpha/l_\alpha$ – энергия, приходящаяся на единицу длины стержня, E_α – полная энергия в стержне длиной l_α, $c_{\text{г}\alpha}$ – групповая скорость. Из выражения (2) найдем $E_\alpha=\Pi_\alpha l_\alpha/c_{\text{г}\alpha}$ и, подставив этот результат в формулу (1), получим $\eta_{\alpha\gamma}=\Pi_{\alpha\gamma}(\Pi_\alpha l_\alpha\omega/c_{\text{г}\alpha})^{-1}=t_{\alpha\gamma}(l_\alpha\omega/c_{\text{г}\alpha})^{-1}$, где $t_{\alpha\gamma}=\Pi_{\alpha\gamma}/\Pi_\alpha$ – коэффициент прохождения энергии волны через соединение. Конкретизируя последнюю формулу, для изгибных и продольных волн в стержне получим соответственно

$$\eta_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}=\frac{2t_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}}{k_{\text{и}\alpha}l_\alpha},\qquad \eta_{\alpha\gamma}{}^{\text{п}}=\frac{t_{\alpha\gamma}{}^{\text{п}}}{k_{\text{п}\alpha}l_\alpha}, \tag{3}$$

где $k_{\text{и}\alpha}$ и $k_{\text{п}\alpha}$ – волновые числа изгибных и продольных волн. Наличие множителя 2 в первой из формул (3) объясняется тем, что для изгибных волн групповая скорость вдвое превышает фазовую.

Для случая углового соединения пластин при нормальном падении волн на линию соединения аналогичные соотношения имеют вид:

$$\Pi_\alpha=w_\alpha c_{\text{г}\alpha}l_{\alpha\gamma},\quad E_\alpha=w_\alpha S_\alpha=\Pi_\alpha S_\alpha(c_{\text{г}\alpha}l_{\alpha\gamma})^{-1},\quad \eta_{\alpha\gamma}=t_{\alpha\gamma}l_{\alpha\gamma}c_{\text{г}\alpha}(\omega S_\alpha)^{-1}$$

и

$$\eta_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}=\frac{2t_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}l_{\alpha\gamma}}{k_{\text{и}\alpha}S_\alpha},\qquad \eta_{\alpha\gamma}{}^{\text{п}}=\frac{t_{\alpha\gamma}{}^{\text{п}}l_{\alpha\gamma}}{k_{\text{п}\alpha}S_\alpha}, \tag{4}$$

где $l_{\alpha\gamma}$ – длина линии соединения, S_α – площадь пластины α, $t_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}$ и $t_{\alpha\gamma}{}^{\text{п}}$ – коэффициенты прохождения энергии изгибных и продольных волн из пластины α в пластину γ при нормальном падении. Отметим, что первое из соотношений (4) отличается множителем $2l_{\alpha\gamma}(k_{\text{и}\alpha}S_\alpha)$ от значения, приведенного в работе [2], где коэффициент потерь связи приравнивается коэффициенту прохождения энергии.

Наконец, при случайном падении изгибных волн на линию соединения пластин (диффузное вибрационное поле в исходной пластине) $\Pi_\alpha = w_\alpha c_{\text{г}\alpha} l_{\alpha\gamma}/\pi$, поэтому

$$\eta_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}} = \frac{2t_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}} l_{\alpha\gamma}}{\pi k_{\text{и}\alpha} S_\alpha}, \tag{5}$$

где коэффициент прохождения энергии $t_{\alpha\gamma}{}^{\text{и}}$ соответствует условиям диффузного вибрационного поля. Выражение (5) совпадает с приведенными в работе [3].

Поток энергии $\Pi_{\alpha\gamma}$ приближенно может быть определен для случая распространения бегущей волны, т. е. в предположении полубесконечности элементов. Соответственно выражения (3) – (5) могут служить расчетными соотношениями для коэффициентов потерь связи рассмотренных видов соединений, если использовать формулы для коэффициентов прохождения энергии через соединения полубесконечных элементов, приведенные в книге [4].

Рассмотрим далее точечное соединение двух параллельных изгибно-колеблющихся пластин; соединительный элемент в виде нормального стержня или амортизатора будем характеризовать параметрами эквивалентного механического четырехполюсника A, B, C и D [5], что соответствует учету колебаний элемента в направлении нормали к плоскостям пластин. Энергия диффузного вибрационного поля в пластине α определяется как $E_\alpha = M_\alpha \langle v_{\alpha 0}{}^2\rangle$, где M_α – масса пластины α, $\langle v_{\alpha 0}{}^2\rangle$ – средний квадрат ее колебательной скорости. Поток энергии из пластины α в пластину γ благодаря наличию нормальной точечной силы, действующей со стороны соединительного элемента, есть $\Pi_{\alpha\gamma} = \langle v_\gamma{}^2\rangle Z_\gamma$, где $\langle v_\gamma{}^2\rangle$ – средний квадрат колебательной скорости пластины γ в точке соединений, Z_γ – импеданц пластины γ по отношению к точечной поперечной силе [4]. Подставляя эти выражения в формулу (1), получим

$$\eta_{\alpha\gamma} = \frac{Z_\gamma}{\omega M_\alpha}\frac{\langle v_\gamma{}^2\rangle}{\langle v_{\alpha 0}{}^2\rangle} = \frac{Z_\gamma}{\omega M_\alpha |N_{\alpha\gamma}|^2}. \tag{6}$$

Здесь отношение средних квадратов колебательных скоростей $|N_{\alpha\gamma}|^2 = \langle v_{\alpha 0}{}^2\rangle/\langle v_\gamma{}^2\rangle$ выражается известным образом через параметры четырехполюсника [6]:

$$N_{\alpha\gamma} = A\frac{Z_\gamma}{Z_\alpha} + D + \frac{B}{Z_\alpha} + CZ_\gamma. \tag{7}$$

В частности, для случая соединительного стержня малой волновой длины ($k_{\text{п}} l \ll 1$, где $k_{\text{п}}$ – волновое число продольных волн в стержне длиной l)

$$|N_{\alpha\gamma}|^2 \approx \left(1 + \frac{Z_\gamma}{Z_\alpha}\right)^2 + \left[\omega\left(\frac{M_{\text{ст}}}{Z_\alpha} + \frac{Z_\gamma}{C_{\text{ст}}}\right)\right]^2, \tag{8}$$

где $M_{\text{ст}} = \rho l S$ и $C_{\text{ст}} = \rho c^2 S/l$ – масса и жесткость стержня.

Для линейного соединения двух параллельных пластин (соединительный элемент – отрезок полосы) в случае нормального падения изгибных волн в пластине α на линию соединения длиной L аналогичные преобразования приводят к выражению

$$\eta_{\alpha\gamma} = \frac{L\,\mathrm{Re}\,Z_\gamma}{\omega M_\alpha |N_{\alpha\gamma}|^2}. \tag{9}$$

Здесь при учете только продольных колебаний соединительного элемента для величины $N_{\alpha\gamma}$ справедливо выражение (7), где в данном случае Z_α и Z_γ – импеданцы пластин по отношению к поперечной силе, распределенной по линии [4], откуда получаем

$$|N_{\alpha\gamma}|^2 \approx \left(1 + \frac{M_\gamma c_{\text{и}\gamma}}{M_\alpha c_{\text{и}\alpha}}\right)^2 + 2\omega\left(1 + \frac{M_\gamma c_{\text{и}\gamma}}{M_\alpha c_{\text{и}\alpha}}\right)\left(\frac{M_{\text{п}}}{4M_\alpha c_{\text{и}\alpha}} - \frac{2M_\gamma c_{\text{и}\gamma}}{C_{\text{п}}}\right) + 2\omega^2\left[\left(\frac{M_{\text{п}}}{4M_\alpha c_{\text{и}\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{2M_\gamma c_{\text{и}\gamma}}{C_{\text{п}}}\right)^2\right] \quad \text{при} \quad k_{\text{п}} l \ll 1, \tag{10}$$

где $M_{\text{п}}$ и $C_{\text{п}}$ – масса и жесткость соединительной полосы на единицу длины линии соединений, $c_{\text{и}\alpha(\gamma)}$ – скорость изгибных волн в пластинах.

Выражения (6) – (10) подтверждают, что связь между пластинами уменьшается с повышением массы соединительных элементов и понижением их жесткости. На достаточно низких частотах связь между пластинами не зависит от параметров соединительных элементов и определяется только материалом и толщиной пластин.

Автор благодарит Е. Л. Шендерова за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lyon R. H., Scharton T. D.* Vibrational-Energy Transmission in a Three-Element Structure. J. Acoust. Soc. America, 1965, *38*, 2, 253–261.
2. *Крокер, Баттачария, Прайс.* Расчет прохождения звука и вибраций через перегородки и соединительные стержни при помощи статистического энергетического метода. Конструирование и технология машиностроения. 1971, *93B*, 3, 11–18.
3. *Lyon R. H., Eichler E.* Random Vibration of Connected Structures. J. Acoust. Soc. America, 1964, *36*, 7, 1344–1354.
4. *Никифоров А. С., Будрин С. В.* Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л., «Судостроение», 1968.
5. *Клюкин И. И.* Борьба с шумом и звуковой вибрацией на судах. Л., «Судостроение», 1971.
6. *Cremer L.* Berechnung der Wirkung von Schallbrücken. Acustica, 1954, *4*, 1, 273–276.

Поступила
11 июня 1979 г.