4. *Белоус Е. С., Горбенко В. С., Зуев В. Н.* Параметры эквивалентной схемы дисковых биморфных пьезоэлектрических преобразователей в статическом режиме. Акустика и ультразвуковая техника (Респ. межвед. сб.), 1973, вып. 8, 37—40.
5. *Харкевич А. А.* Изгиб пьезоэлектрического стержня. Ж. техн. физ., 1943, *13*, № 7—8, 423—430.
6. *Феодосьев В. И.* Сопротивление материалов. М., «Наука», 1967.
7. Физическая акустика. Под ред. У. Мэзона, т. 1, ч. А. М., «Мир», 1966.
8. *Лазуткин В. Н., Цыганов Ю. В., Клюшниченко В. А.* Радиальные колебания и электрический импеданц пьезокерамических колец с поляризацией по высоте. В сб. Пьезоэлектрические материалы и преобразователи, Ростов-на-Дону, Изд-во Ростовск. гос. ун-та, 1971, 4—9.
9. *Лазуткин В. Н., Цыганов Ю. В.* Аксиально-симметричные колебания и электрический импеданц пьезокерамических колец с радиальной поляризацией. Акуст. ж., 1971, *17*, 3, 394—399.
10. *Рабинович С. Г.* Погрешности измерений. Л., «Энергия», 1978.
11. *Голенков А. Н.* Вопросы градуировки гидрофонов. Тр. ВНИИФТРИ, 1975, вып. 23 (53), 52—63.
12. *Гутин Л. Я.* Избранные труды. Л., «Судостроение», 1977.

Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии измерительных и управляющих систем, Львов

Поступила 25 июля 1979 г.

УДК 621.643–752.2

ДЕМПФИРОВАНИЕ ТРУБ АРМИРОВАННЫМ ПОКРЫТИЕМ

Б. Д. Виноградов, В. В. Черноберевский

Демпфированию балок посвящено значительное число работ, анализ результатов которых можно найти в работе [1]. Проведенные исследования показывают, что в силу большой жесткости балок (как изгибной, так и продольной) обеспечение достаточно эффективного демпфирования представляет значительно более сложную задачу, чем демпфирование изгибных колебаний пластин. С помощью даже эффективных жестких вибропоглощающих покрытий, как отмечается в работе [1], можно добиться лишь незначительного демпфирования балочных систем. Более высокие результаты получаются при применении армированных покрытий.

Ниже рассмотрена задача приближенного определения коэффициента потерь трубы круглого поперечного сечения при ее изгибных колебаниях. Предполагается, что на трубу нанесено армированное вибропоглощающее покрытие, которое разрезано на части вдоль образующих. Рассмотрен диапазон частот, в котором поперечное сечение может считаться недеформируемым в своей плоскости. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом, примененным Кервином [2] при расчете коэффициента потерь плоской пластины с армированным покрытием. Дифференциальное уравнение, описывающее изгибные колебания трубы, представим в виде

$$B\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}=M_0+\sum_{n=1}^{n_0}\sum_{i=1}^{2}M_{in}, \tag{1}$$

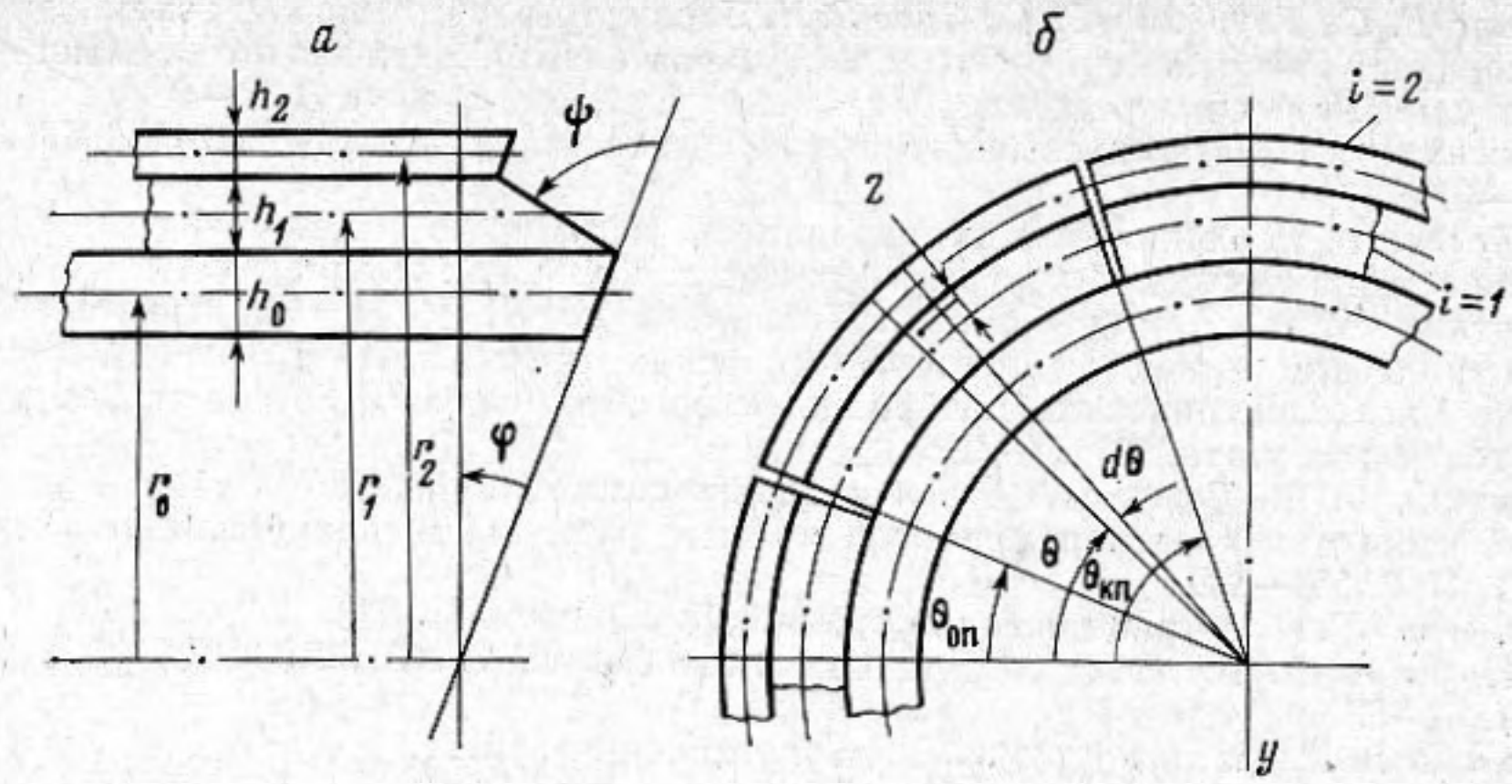
где M_0 – изгибающий момент, действующий в поперечном сечении демпфируемой трубы, B – изгибная жесткость трубы с покрытием, W – смещение точек трубы в направлении оси Y (фиг. 1), M_{in} – изгибающий момент, действующий в поперечном сечении i-го слоя n-й части покрытия ($i=1$ соответствует демпфирующему слою, а $i=2$ – армирующему), n_0 – число частей армированного покрытия по периметру трубы.

Пусть φ – угол поворота поперечного сечения демпфируемой трубы, а ψ_n – угол сдвига n-й части демпфирующего слоя (фиг. 1). Тогда

$$M_0=E_0I_0\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \tag{2}$$

где E_0, I_0 – модуль продольной упругости материала трубы и момент инерции ее поперечного сечения относительно нейтральной оси. Заметим, что нейтральные оси трубы и рассматриваемой композитной конструкции, в которой покрытие охватывает все поперечное сечение и располагается симметрично относительно двух взаимно перпендикулярных осей, совпадают.

Представим демпфирующий слой как совокупность балок-полосок, которые взаимодействуют между собой только через трубу и армирующий слой. Относительная деформация волокна, удаленного в направлении радиуса от срединной поверхности



Фиг. 1. Продольное (*а*) и поперечное (*б*) сечение трубы с армированным покрытием

демпфирующего слоя на расстояние z, равна

$$\varepsilon=(r_1+z)\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\left(\frac{h_1}{2}+z\right)\frac{\partial\psi_n}{\partial x},$$

а изгибающий момент

$$M_{1n}=\int\limits_{\theta_{0n}}^{\theta_{kn}}\int\limits_{-h_1/2}^{+h_1/2}E_1\left[(r_1+z)\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\left(\frac{h_1}{2}+z\right)\frac{\partial\psi_n}{\partial x}\right](r_1+$$

$$+z)^2\sin\theta d\theta dz\cong E_1h_1r_1^3\left\{[0{,}5(\theta_{kn}-\theta_{0n})-0{,}25(\sin 2\theta_{kn}-\right.$$

$$\left.-\sin 2\theta_{0n})]\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{h_1}{2r_1}(\cos\theta_{kn}-\cos\theta_{0n})\frac{\partial\psi_n}{\partial x}\right\}. \tag{3}$$

Принимая во внимание, что для n-й части армирующего слоя

$$\varepsilon=(r_2+z)\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial x}-h_1\frac{\partial\psi_n}{\partial x},$$

для изгибающего момента M_{2n} после интегрирования и отбрасывания членов порядка h_2^2/r_2^2 получаем выражение

$$M_{2n}\cong E_2h_2r_2^3\left\{[0{,}5(\theta_{kn}-\theta_{0n})-0{,}25(\sin 2\theta_{kn}-\right.$$

$$\left.-\sin 2\theta_{0n})]\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{h_1}{r_2}(\cos\theta_{kn}-\cos\theta_{0n})\frac{\partial\psi_n}{\partial x}\right\}. \tag{4}$$

С учетом формул (2)–(4) уравнение (1) принимает вид

$$B\frac{\partial^2W}{\partial x^2}=B\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\left\{E_0I_0+\sum_{n=1}^{n_0}\left[(E_1h_1r_1^3+\right.\right.$$

$$+E_2h_2r_2^3)\left(\frac{\theta_{kn}-\theta_{0n}}{2}-0{,}25(\sin 2\theta_{kn}-\sin 2\theta_{0n})\right)+$$

$$\left.\left.+\left(E_1h_1r_1^3\frac{h_1}{2r_1}+E_2h_2r_2^3\frac{h_1}{r_2}\right)(\cos\theta_{kn}-\cos\theta_{0n})\frac{\frac{\partial\psi_n}{\partial x}}{\frac{\partial\varphi}{\partial x}}\right]\right\}.$$

Угол сдвига ψ_n n-й части покрытия будет

$$\psi_n = -\frac{1}{G_1 S_n}\frac{\partial F_{2n}}{\partial x}, \tag{5}$$

где S_n – длина дуги n-й части покрытия, F_{2n} – осевая сила, которая передается n-й частью армирующего слоя. Величина силы F_{2n} выражается приближенно как

$$F_{2n} \cong -\frac{\partial\varphi}{\partial x} E_2 h_2 r_2^2 \left[(\cos\theta_{kn} - \cos\theta_{0n}) + \frac{h_1}{r_2}(\theta_{kn} - \theta_{0n}) \frac{\frac{\partial\psi_n}{\partial x}}{\frac{\partial\varphi}{\partial x}} \right]. \tag{6}$$

Принимая во внимание, что при распространении по трубе изгибной волны имеет место равенство

$$\psi_n = -\frac{1}{p^2}\frac{d^2\psi_n}{dx^2},$$

и учитывая выражения (5) и (6), получаем

$$\frac{\frac{\partial\psi_n}{\partial x}}{\frac{\partial\varphi}{\partial x}} \cong \frac{-\frac{r^2}{h_1}(\cos\theta_{kn} - \cos\theta_{0n})(\theta_{kn} - \theta_{0n})^{-1}}{1 + \frac{G_1}{E_2 h_1 h_2 p^2}}, \tag{7}$$

где p – волновое число для трубы с покрытием. С учетом формулы (7) выражение для изгибной жесткости трубы с покрытием принимает вид

$$B = E_0 I_0 \left\{ 1 + \frac{E_2}{E_0}\frac{h_2}{h_0}\left(1 + \frac{h_0 + 2h_1 + h_2}{2r_0}\right)^3 \left[1 + \frac{E_1}{E_2}\frac{h_1}{h_2}\frac{1}{\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{2r_1}\right)^3} - \frac{K\left[1 + \frac{E_1}{2E_2}\frac{h_1}{h_2}\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{2r_1}\right)^{-2}\right]}{1 + \frac{G_1}{E_2 h_1 h_2 p^2}} \right] \right\}, \tag{8}$$

где

$$K = \frac{n_0}{2\pi^2}\sum_{n=1}^{n_0}(\cos\theta_{kn} - \cos\theta_{0n})^2.$$

Расчеты значений коэффициента K в зависимости от числа разрезов n_0 показывают, что при $n_0=1$ $K=0$, при $n_0=4$ K равна 0,81 и при $n_0 \to \infty$ $K \to 1$. Здесь уместно отметить, что в силу принятых допущений случай одного разреза эквивалентен демпфированию трубы неразрезным покрытием. Аналогичный результат получится, если разрезы сделаны по линии пересечения поверхности покрытия с плоскостью, в которой происходят колебания трубы. Если колебания будут происходить в плоскости, перпендикулярной плоскости, в которой располагаются разрезы ($n_0=2$), то значение K равно 0,81. Таким образом, уже при наличии двух разрезов коэффициент K принимает значение, близкое к предельному.

Для определения коэффициента потерь трубы с покрытием подставим в формулу (8) комплексное значение модуля нормальной упругости демпфирующего слоя

$$E_1 = E_1(1 + i\eta_1)$$

и отделим вещественную часть изгибной жесткости от мнимой. Принимая при этом во внимание, что

$$B = B(1 + i\eta_\Sigma),$$

находим

$$\frac{\eta_\Sigma}{\eta_1} \cong \frac{aa_1 - Ka(a_2 - g)(1+g)^{-2}}{1 + a - Ka(1+g)^{-1} + 0{,}5Kag(1+g)^{-2}}, \tag{9}$$

где

$$a = \frac{E_2}{E_0}\frac{h_2}{h_0}\left(1 + \frac{h_0 + 2h_1 + h_2}{2r_0}\right)^3; \quad a_1 = \frac{E_1}{E_2}\frac{h_1}{h_2}\left(1 + \frac{h_1 + h_2}{2r_1}\right)^{-3};$$

$$a_2 = \frac{E_1}{2E_2}\frac{h_1}{h_2}\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r_1}\right)^{-2};$$

$$p^2 = \sqrt[-2]{\frac{B}{m_\Sigma\omega^2}} \cong \left[1+a\left[1+a_1-\frac{K(1+a_2)}{1+\frac{G_1}{E_2h_1h_2}\sqrt{\frac{E_0I_0}{m_\Sigma\omega^2}}}\right]\right]^{/-2/} P_0^2;$$

$$g = \frac{G_1}{E_2h_1h_2p^2}; \quad P_0^2 = \sqrt{\frac{m_\Sigma\omega^2}{E_0I_0}};$$

m_Σ – погонная масса трубы с покрытием.

Если коэффициенты потерь в материалах трубы и армировки одинаковы ($\eta_0=\eta_2$), а покрытие не имеет разрезов ($K=0$), то, выполнив операции, аналогичные тем, которые были сделаны при выводе формулы (8), мы получим следующее выражение для коэффициента потерь η_Σ:

$$\eta_\Sigma = \frac{\eta_0(1+a)+\eta_1aa_1}{1+a+aa_1} \cong \eta_0+\eta_1\frac{aa_1}{1+a}, \tag{10}$$

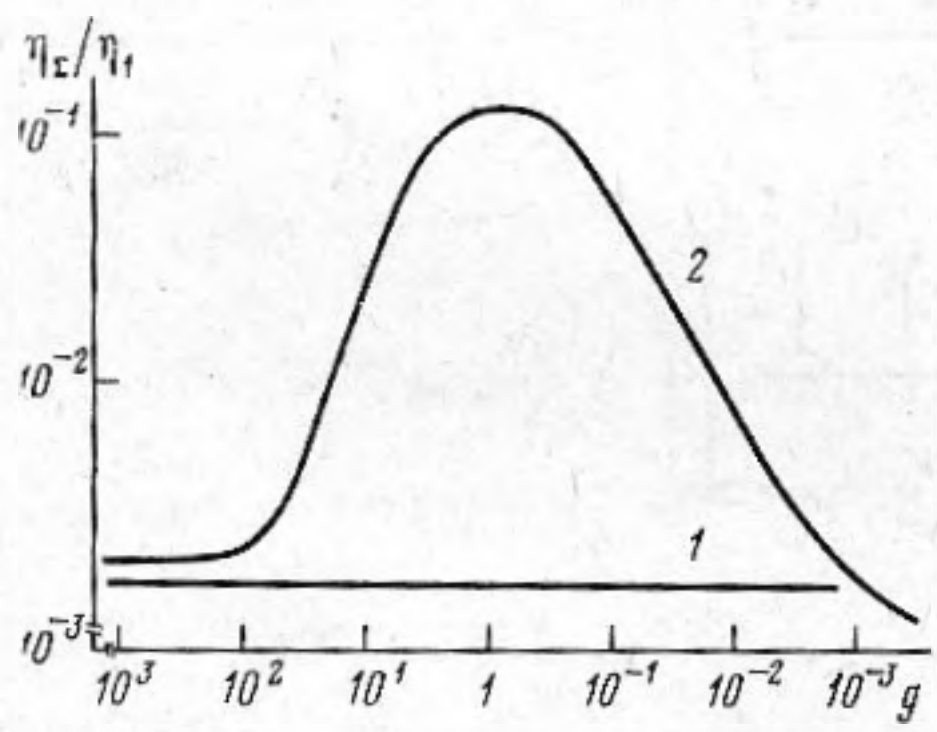
При $\eta_0=0$ оно отличается от аналогичного выражения, полученного в работе [3] достаточно строгим методом, отсутствием множителя 0,25 перед η_1.

Коэффициент потерь трубы с нанесенным на ее поверхность армированным покрытием на определенной частоте имеет максимальное значение. Для случая трубы с покрытием, при котором $K\cong 1$, коэффициент потерь η_Σ достигает максимального значения, равного

$$\frac{\eta_\Sigma}{\eta_1} \cong \left(1+\frac{a(1+0{,}5a)}{8(1+0{,}75a)}\right)^{-1} \times \frac{a(1+0{,}5a)}{4(1+0{,}75a)}$$

на частоте, которая определяется из уравнения

$$g \cong \sqrt{(1+a)^{-1}}.$$



Фиг. 2. Частотная зависимость коэффициента потерь трубы с неразрезанным (*1*) и разрезанным (*2*) армированным покрытием ($E_1=10^{-2}\,E_0$, $E_0=E_2$, $r_0=5\cdot10^{-2}$ м, $h_0=5\cdot10^{-3}$ м, $h_1=0{,}25\,h_0$, $h_2=0{,}5\,h_0$)

На фиг. 2 представлена зависимость величины η_Σ/η_1 для случая демпфирования трубы неразрезным покрытием (кривая *1*) и точно таким же покрытием, но имеющим ряд продольных разрезов (кривая *2*), при котором величина коэффициента K близка к единице.

При выполнении расчетов предполагалось, что зависимость коэффициента потерь демпфирующего слоя и модуля упругости от частоты отсутствуют. Сравнение кривых *1* и *2* показывает, что, разрезая только армирующий слой на части по образующей, можно значительно увеличить коэффициент потерь трубы с покрытием. При отсутствии же продольных разрезов значительно увеличивается изгибная жесткость трубы, а демпфирующий слой работает как жесткое покрытие.

Для практических целей целесообразным представляется нанесение покрытия, состоящего из 3–4 частей. В этом случае величина K близка к предельному значению и практически не зависит от направления колебаний. В диапазоне достаточно высоких частот, в котором имеют место изгибные колебания с образованием целого числа волн в поперечном направлении трубы, наличие 3–4 разрезов не должно привести к заметному снижению коэффициента потерь.

В таблице приведены экспериментальные значения и результаты расчета по формулам (9) и (10) коэффициентов потерь и низшей резонансной частоты консольно закрепленной трубы ($r_0=4{,}15\cdot10^{-2}$ м, $h_0=5\cdot10^{-3}$ м, $E_0=2\cdot10^{11}$ н/м^2) длиной 0,3 м с армированным покрытием ($h_1=(1{,}0\div1{,}5)\cdot10^{-3}$ м, $E_1=1{,}2\cdot10^8$ н/м^2, $\eta_1=0{,}4$, $E_2=2\cdot10^{11}$ н/м^2, $h_2=2\cdot10^{-3}$ м) при различном числе разрезов армировки и различной

Схема покрытия						
Эксперимент	η_Σ	$1{,}90\cdot10^{-3}$	$5{,}80\cdot10^{-3}$	$5{,}80\cdot10^{-3}$	$2{,}0\cdot10^{-2}$	$1{,}75\cdot10^{-2}$
	$f_{рез}$, Гц	718	778	773	732	738
Расчет	η_Σ	—	$(1{,}96-1{,}99)10^{-3}$	$(1{,}96-1{,}99)10^{-3}$	$(2{,}24-2{,}77)10^{-2}$	$(2{,}24-2{,}77)10^{-2}$
	$f_{рез}$, Гц	870	910–906	910–906	870–865	870–865

ориентации их относительно вертикальной плоскости, в которой происходят колебания трубы.

Сопоставление значений коэффициентов потерь, а также низших значений резонансных частот ($f_{рез}$) показывает удовлетворительное их совпадение, что свидетельствует о правомерности сделанных допущений при выводе приближенных зависимостей. Наличие уже двух продольных разрезов армировки приводит в действие сдвиговой механизм потерь энергии в демпфирующем слое армированного покрытия.

Обращает внимание на себя факт получения более высоких по сравнению с расчетными экспериментальных значений η_Σ для трубы с неразрезным покрытием, когда потери энергии должны определяться в основном растяжением-сжатием в демпфирующем слое. На возможность такого расхождения указывалось в работе [3], в которой предлагается его объяснение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Никифоров А. С., Будрин С. В.* Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л., «Судостроение», 1968.
2. *Kerwin E.* Damping of Elexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layers. J. Acoust. Soc. America, 1959, *31*, 7, 952–962.
3. *Авилова Г. М., Рыбак С. А.* Нормальные волны в слоистых цилиндрических оболочках. Акуст. ж., 1979, *25*, 1, 18–22.

Поступила
7 августа 1979 г.
После исправления
12 декабря 1979 г.

УДК 534.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ОТВЕРСТИЯ

И. В. Лебедева

Появление акустического течения при прохождении интенсивной звуковой волны через отверстие отмечалось в работах [1, 2]. Это явление представляет интерес с точки зрения амплитудной зависимости импеданса и коэффициента поглощения перфорированных облицовок, находящих широкое применение в практике шумоглушения.

Вследствие сужения потока амплитуда колебательной скорости v в отверстии может возрастать в десятки раз по сравнению с амплитудой скорости в среде, достигая при уровнях звукового давления (УЗД) 140–150 дБ таких значений, которые соответствуют локальным числам Маха $M=0{,}03-0{,}1$ (в зависимости от коэффициента перфорации). В то время как процесс распространения звука в среде еще можно считать линейным, в отверстии происходит нелинейное искажение формы волны.

Характерными для исследованного случая являются также большие (порядка нескольких тысяч) гидродинамические числа Рейнольдса для квазистационарного потока через отверстие $\mathrm{Re}=vd/\nu$, где d – диаметр отверстия, а ν – кинематическая вязкость. Этот случай недостаточно исследован в акустике как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Известно, что в гидравлике значение $\mathrm{Re}\sim10^4$ является переходным от ламинарного к турбулентному течению в узком канале.

В настоящей работе изучалось поле скоростей вблизи отверстия диаметром 0,75 см в перегородке, стоящей поперек трубы интерферометра диаметром 2,35 см,