

УДК 534.222

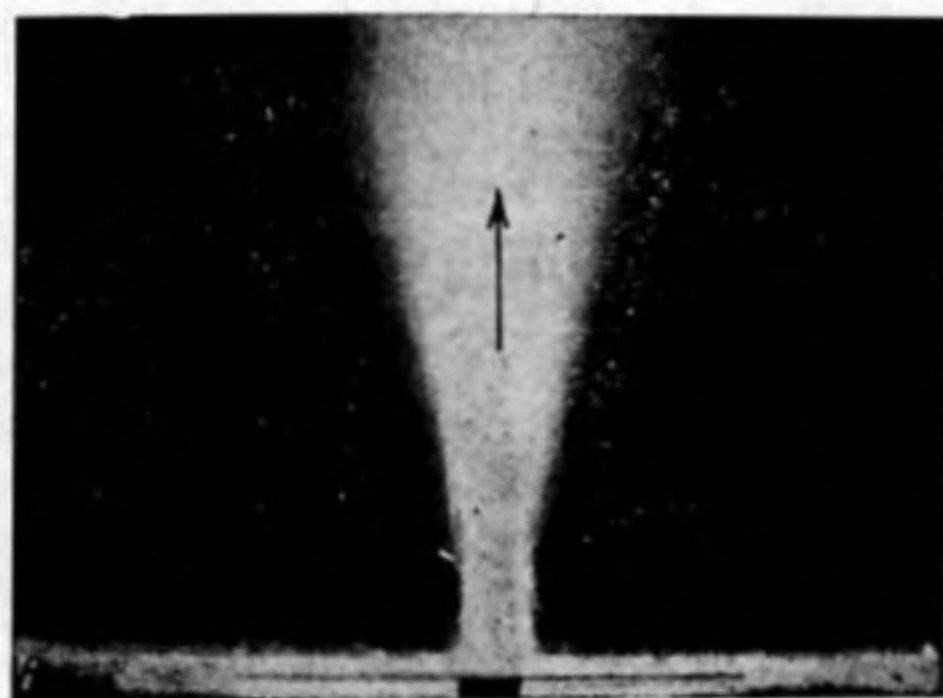
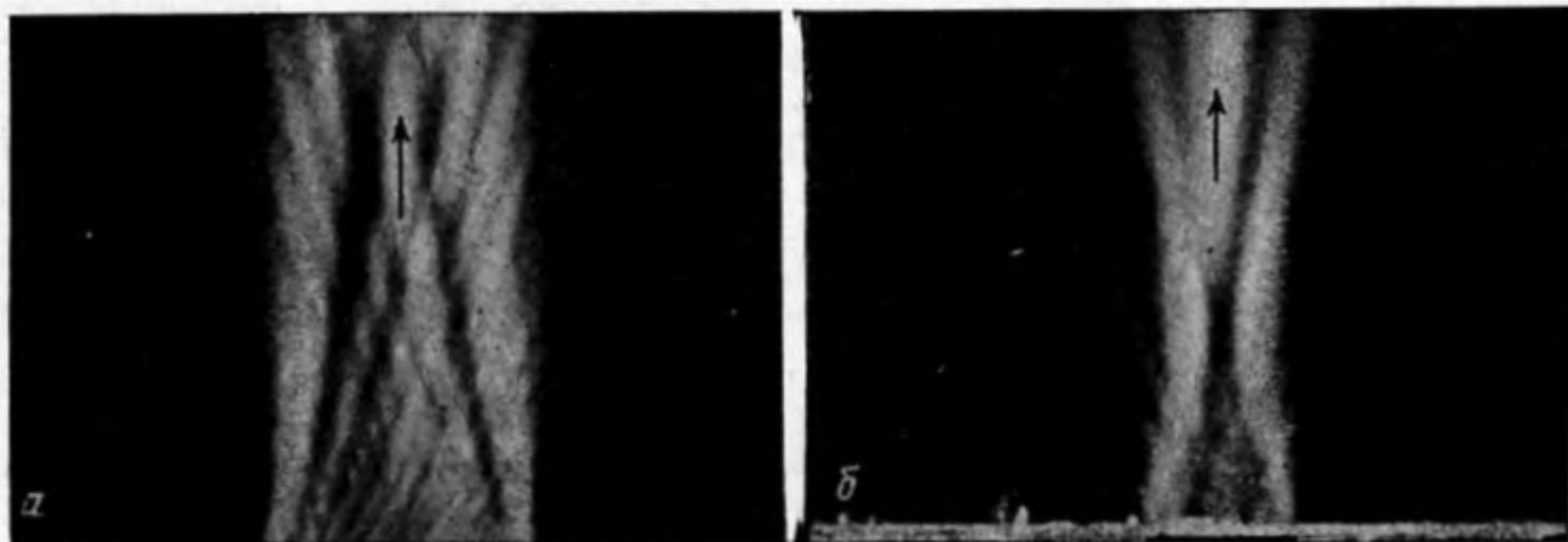
**БЛИЖНЕЕ АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, СОЗДАВАЕМОЕ  
В ТВЕРДОЙ СРЕДЕ ПЛОСКИМ ИЗЛУЧАТЕЛЕМ  
С ГАУССОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ АМПЛИТУДЫ  
КОЛЕБАНИЙ**

*В. И. Макаров, М. Ю. Тихонов*

Приведены результаты экспериментального и теоретического исследования акустического поля в твердой среде, создаваемого плоским излучателем с неоднородным распределением амплитуды колебаний на поверхности.

Ранее сообщалось [1] о создании и применении излучателя с гауссовым распределением амплитуды колебаний по поверхности. Было показано, что в жидкости такой излучатель создает хорошо коллимированный пучок, в котором практически отсутствуют дифракционные лепестки.

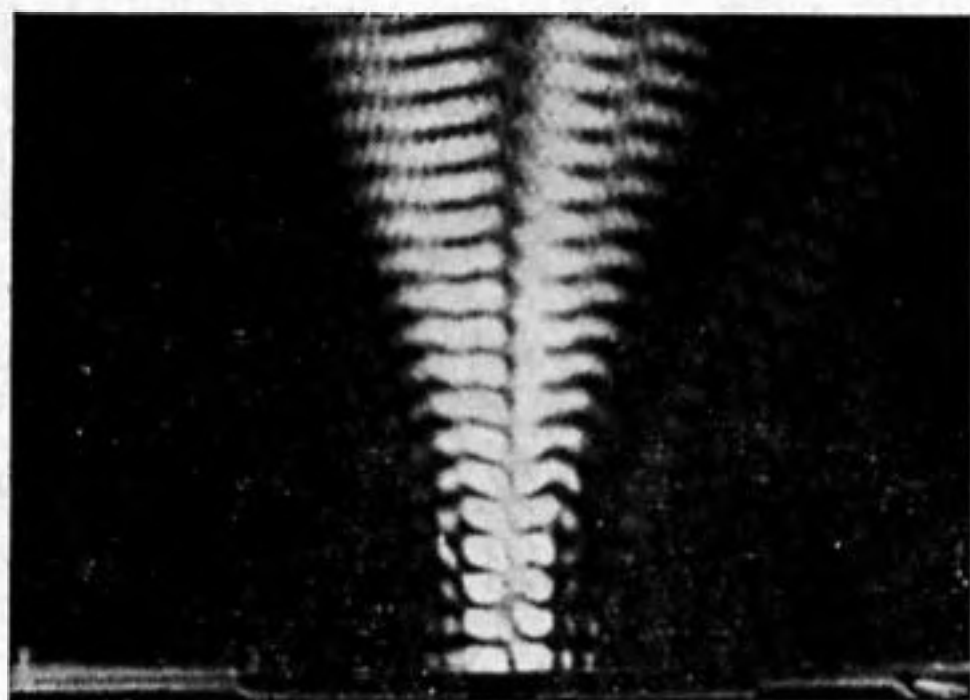
В данной работе исследовалось ближнее акустическое поле, создаваемое подобным излучателем в твердой изотропной среде. При возбуждении акустических волн в твердом теле независимо от типа применяемого излучателя в среде одновременно возбуждаются как продольные, так и поперечные упругие волны [2], что является следствием неоднородного



Фиг. 1. Акустическое поле вблизи излучателя при различных значениях  $a/d$ :  $a$  —  $a/d = 40$ ,  $б$  —  $10$ ,  $в$  —  $4$ . Направление излучения указано стрелкой

возбуждения границы упругой среды. Поэтому в отличие от жидкости в твердом теле помимо обычных дифракционных явлений должны наблюдаться эффекты, обусловленные взаимодействием продольных и поперечных волн.

На фиг. 1 представлена теневая картина ультразвукового импульса. Импульс излучался пластинкой пьезокварца X-среза, помещенной на блок оптического стекла К-8. Акустический контакт осуществлялся через масляную прослойку. Частота колебаний составляла 3 МГц. В эксперименте применялись излучатели, аналогичные описанным в работе [1]: со стороны контакта со средой электрод занимал всю поверхность пьезопластины, а размер противоположного электрода был меньше и при измерениях варьировался. На фиг. 1, а изображено акустическое поле обычного излучателя с одинаковыми электродами. Хорошо заметны неоднородность ближнего поля вследствие дифракции и зарождение боковых лепестков. Аналогичный вид имела теневая картина поля в жидкости, описанная в работе [3]. На фиг. 1, б и в представлено акустическое поле излучателей с различными значениями отношения размеров  $a$  второго электрода к толщине пьезопластины  $d$ . Видно, что при уменьшении  $a/d$  число дифракционных лепестков уменьшается и пучок становится все более коллимированным.



Фиг. 2. Коллимированный пучок в поляризованном свете

На фиг. 2 представлена теневая картина поля излучателя с  $a/d=4$ , полученная в поляризованном свете. На снимке хорошо заметны пространственные биения. Видно, что область, где возникают пространственные биения, располагается вблизи геометрической границы акустического пучка. При удалении от излучателя граница пучка постепенно расплывается, а вместе с этим расширяется и область существования биений. Непосредственно определенное по фотографии значение периода биений  $\Lambda_0$  хорошо согласуется со значением, вычисленным по формуле [4]:

$$(1) \quad \Lambda_0 = \frac{\lambda_l \lambda_\tau}{\lambda_l - \tau_\tau}$$

(здесь  $\lambda_l$  и  $\lambda_\tau$  — соответственно длины волн для продольной и поперечной волны в среде).

Для выяснения закономерностей, характеризующих ближнее поле плоского излучателя, рассмотрим задачу об излучении звука в твердое полупространство. Движение изотропной упругой среды описывается уравнением

$$(2) \quad c_{11} \text{grad div } \mathbf{u} - c_{44} \text{rot rot } \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2},$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор смещений,  $\rho$  — плотность среды,  $c_{11}$  и  $c_{44}$  — постоянные упругости. Для упрощения задачи ограничимся двумерным случаем, что соответствует излучателю в виде бесконечной полосы. Пусть такой излучатель совершает колебания, нормальные по отношению к границе упругого пространства  $z=0$ . Будем считать влияние излучателя на среду эквивалентным действию лишь нормальных напряжений и найдем решение (2) при следующих условиях на границе  $z=0$ :

$$\sigma_{zz} = f(x) e^{-i\omega t}, \quad \sigma_{xz} = 0$$

(здесь  $\sigma_{ik}$  — компоненты тензора напряжений,  $\omega$  — частота колебаний, а  $f(x)$  характеризует распределение амплитуды колебаний излучателя).

Представляя вектор  $\mathbf{u}$  в виде суммы смещений, соответствующих продольным и поперечным волнам  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_\tau$ , решение данной краевой задачи можно записать в виде

$$u_{xl} = -\frac{ie^{-i\omega t}}{2\pi c_{44}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_F}{F} p(k_\tau^2 - 2p^2) e^{-z\sqrt{p^2 - k_l^2} + ipx} dp,$$

$$u_{z\tau} = \frac{e^{-i\omega t}}{2\pi c_{44}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_F}{F} \sqrt{p^2 - k_l^2} (k_\tau^2 - 2p^2) e^{-z\sqrt{p^2 - k_l^2} + ipx} dp,$$

(3)

$$u_{x\tau} = -\frac{ie^{-i\omega t}}{\pi c_{44}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_F}{F} p \sqrt{p^2 - k_l^2} \sqrt{p^2 - k_\tau^2} e^{-z\sqrt{p^2 - k_\tau^2} + ipx} dp,$$

$$u_{z\tau} = \frac{e^{-i\omega t}}{\pi c_{44}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_F}{F} p^2 \sqrt{p^2 - k_l^2} e^{-z\sqrt{p^2 - k_\tau^2} + ipx} dp,$$

где  $F = (2p^2 - k_\tau^2) - 4p^2 \sqrt{p^2 - k_l^2} \sqrt{p^2 - k_\tau^2}$ ,  $k_l$  и  $k_\tau$  — волновые числа продольных и поперечных волн,  $f_F$  — фурье-образ функции  $f(x)$ . Явное выражение для компонент вектора смещения (асимптотика при  $k_l R$  и  $k_\tau R \gg 1$ ) можно получить из соотношений (3) методом перевала. В общем случае компоненты поля для каждого конкретного вида функции  $f(x)$  могут быть найдены либо численным интегрированием выражения (3), либо непосредственным численным интегрированием уравнения (2) [5]. Последний метод требует значительно меньших затрат машинного времени, чем вычисление компонент поля по выражениям (3). Однако при этом может быть найдено лишь суммарное акустическое поле ( $u_i = u_{il} + u_{i\tau}$ ), а рассчитать отдельно вклад продольных и поперечных волн этим методом не удастся. В данной работе акустическое поле, создаваемое плоским излучателем в изотропном твердом теле, было рассчитано на основе выражений (3).

Для выполнения численных расчетов представим выражения (3) в действительной форме. Каждый из интегралов в (3) можно записать в виде суммы

$$u_{il,\tau} = \int_0^{k_l} \dots dp + \int_{k_l}^{k_\tau} \dots dp + \int_{k_\tau}^{k_R - \varepsilon} \dots dp + \int_{k_R - \varepsilon}^{k_R + \varepsilon} \dots dp + \int_{k_R + \varepsilon}^{\infty} \dots dp,$$

где  $k_R$  — модуль волнового вектора рэлеевских волн. Все интегралы берутся

по действительной оси  $p$  за исключением интеграла  $\int_{k_R - \varepsilon}^{k_R + \varepsilon} \dots dp$ ,

который вычисляется по малой полуокружности радиуса  $\varepsilon$  с центром в точке  $k_R$ . Каждому из интегралов, входящих в данную сумму, можно приписать вполне определенный смысл. Интегралы в пределах от 0 до  $k_l$  представляют вклад обычных плоских волн. Интегралы в пределах от  $k_l$  до  $k_\tau$  следует рассматривать как вклад боковых волн. Интеграл по полуокружности в пределе при  $\varepsilon \rightarrow 0$  дает вклад поверхностных волн Рэлея. Все остальные интегралы выражают вклад неоднородных продольных и поперечных волн. Из вида подынтегральной функции в выражениях (3) следует, что продольная боковая волна является неоднородной, в то время как поперечная боковая волна должна распространяться в глубь среды.

Как известно, вклад неоднородных и рэлеевских волн в суммарное акустическое поле сказывается лишь на расстояниях от поверхности среды,

не превышающих  $\lambda_i$ . Поэтому, если ограничиться рассмотрением акустического поля на расстояниях  $z > \lambda_i$ , этим вкладом можно пренебречь. Тогда для действительной части компонент вектора смещений  $\mathbf{u}$  получаются следующие приближенные выражения:

$$u_{x1} = \frac{1}{\pi c_{44}} \int_0^{k_l} \frac{f_F}{F} p (k_\tau^2 - 2p^2) \cos(\omega t - z \sqrt{k_l^2 - p^2}) \sin px \, dp,$$

(4)

$$u_{z1} = -\frac{1}{\pi c_{44}} \int_0^{k_l} \frac{f_F}{F} \sqrt{k_l^2 - p^2} (k_\tau^2 - 2p^2) \sin(\omega t - z \sqrt{k_l^2 - p^2}) \cos px \, dp,$$

$$u_{xz1} = -\frac{2}{\pi c_{44}} \int_0^{k_l} \frac{f_F}{F} p \sqrt{k_l^2 - p^2} \sqrt{k_\tau^2 - p^2} \cos(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) \sin px \, dp,$$

(5)

$$u_{xz1} = -\frac{2}{\pi c_{44}} \int_0^{k_l} \frac{f_F}{F} p^2 \sqrt{k_l^2 - p^2} \sin(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) \cos px \, dp,$$

$$u_{xz2} = -\frac{2}{\pi c_{44}} \int_{k_l}^{k_\tau} \frac{f_F}{|F|^2} p \sqrt{k_\tau^2 - p^2} \sqrt{p^2 - k_l^2} [ (k_\tau^2 - 2p^2)^2 \sin(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) +$$

(6)

$$+ 4p^2 \sqrt{k_\tau^2 - p^2} \sqrt{p^2 - k_l^2} \cos(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) ] \sin px \, dp,$$

$$u_{xz2} = \frac{2}{\pi c_{44}} \int_{k_l}^{k_\tau} \frac{f_F}{|F|^2} p^2 \sqrt{p^2 - k_l^2} [ (k_\tau^2 - 2p^2)^2 \cos(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) -$$

$$- 4p^2 \sqrt{p^2 - k_l^2} \sqrt{k_\tau^2 - p^2} \sin(\omega t - z \sqrt{k_\tau^2 - p^2}) ] \cos px \, dp.$$

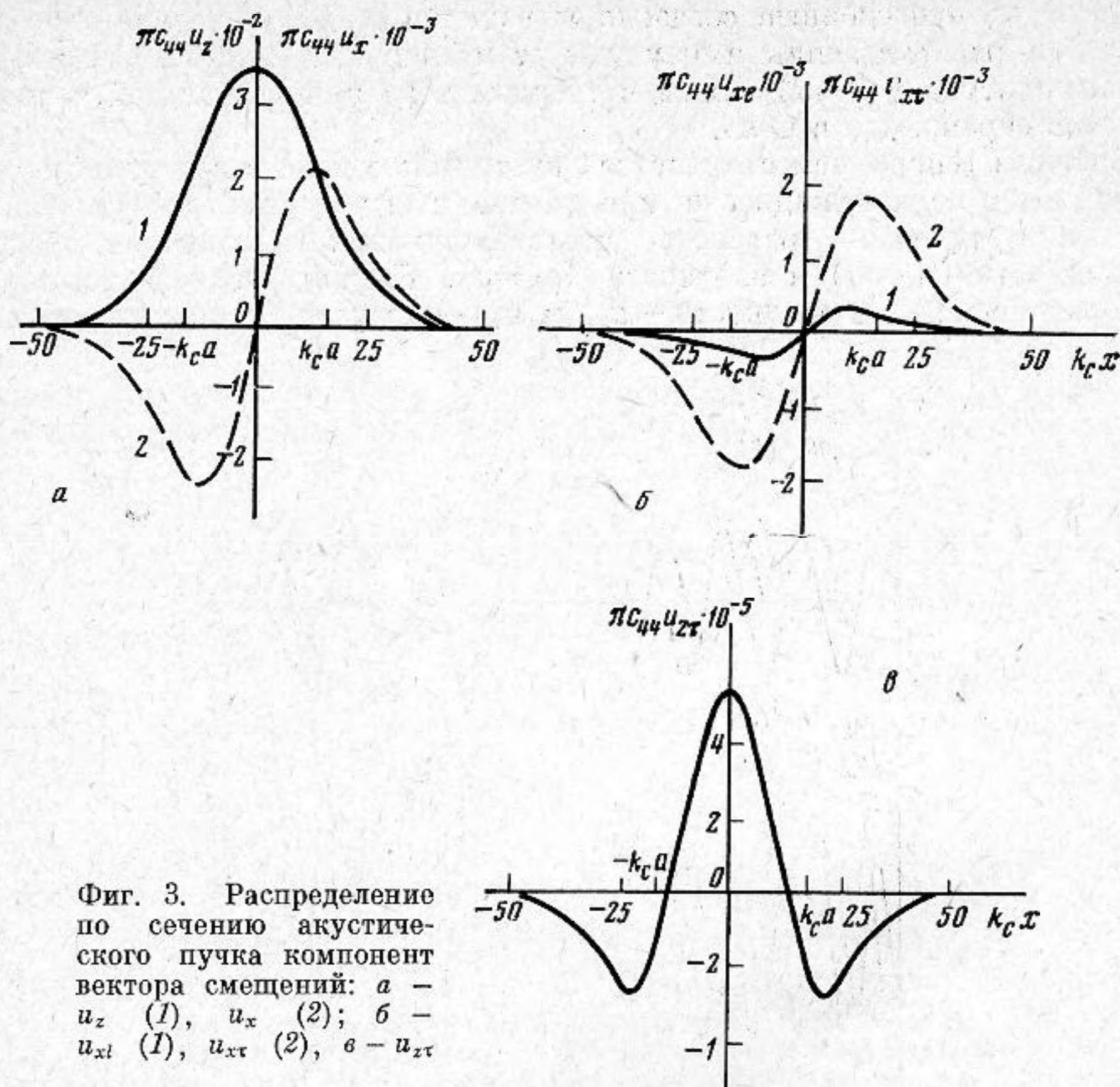
Выражения (4)–(6) были взяты в качестве исходных соотношений для расчета акустического поля плоского излучателя. В силу того что задача является стационарной и расчет компонент вектора смещений  $\mathbf{u}$  можно проводить для произвольного момента времени  $t$ , в расчете был зафиксирован момент  $t=0$ . Акустическое поле рассчитывалось вдоль некоторых фиксированных прямых  $z=\text{const}$  и  $x=\text{const}$ . При  $z=\text{const}$  получается распределение компонент вектора смещений по сечению акустического пучка, при  $x=\text{const}$  можно проследить за фазовым соотношением между компонентами вектора смещений в продольных и поперечных волнах. Вычисления проводились на ЭВМ БЭСМ-4М.

Было рассчитано акустическое поле излучателя с гауссовым распределением амплитуды колебаний на его поверхности. Краевые условия на границе полупространства  $z=0$  задавались в виде

$$\sigma_{zz} = 2^{-x^2/a^2} e^{-i\omega t},$$

где  $a=0,5$  см ( $k_l a=17$ ).

На фиг. 3, а представлено распределение компонент  $u_z$  и  $u_x$  вектора смещений  $\mathbf{u}$  по сечению акустического пучка. Величина безразмерного расстояния  $k_l z$  для данного случая составляла 33. Из приведенных графиков видно, что распределение  $u_z$  в пучке по форме соответствует распределению напряжений  $\sigma_{zz}$  на границе среды. Величина  $u_x$  в ближнем поле оказывается приблизительно на порядок меньше  $u_z$ , при этом максимального значения  $u_x$  достигает вблизи геометрической границы пучка, что соответствует  $k_l x = k_l a = 17$ .



Фиг. 3. Распределение по сечению акустического пучка компонент вектора смещений: а —  $u_z$  (1),  $u_x$  (2); б —  $u_{xl}$  (1),  $u_{xt}$  (2), в —  $u_{zx}$

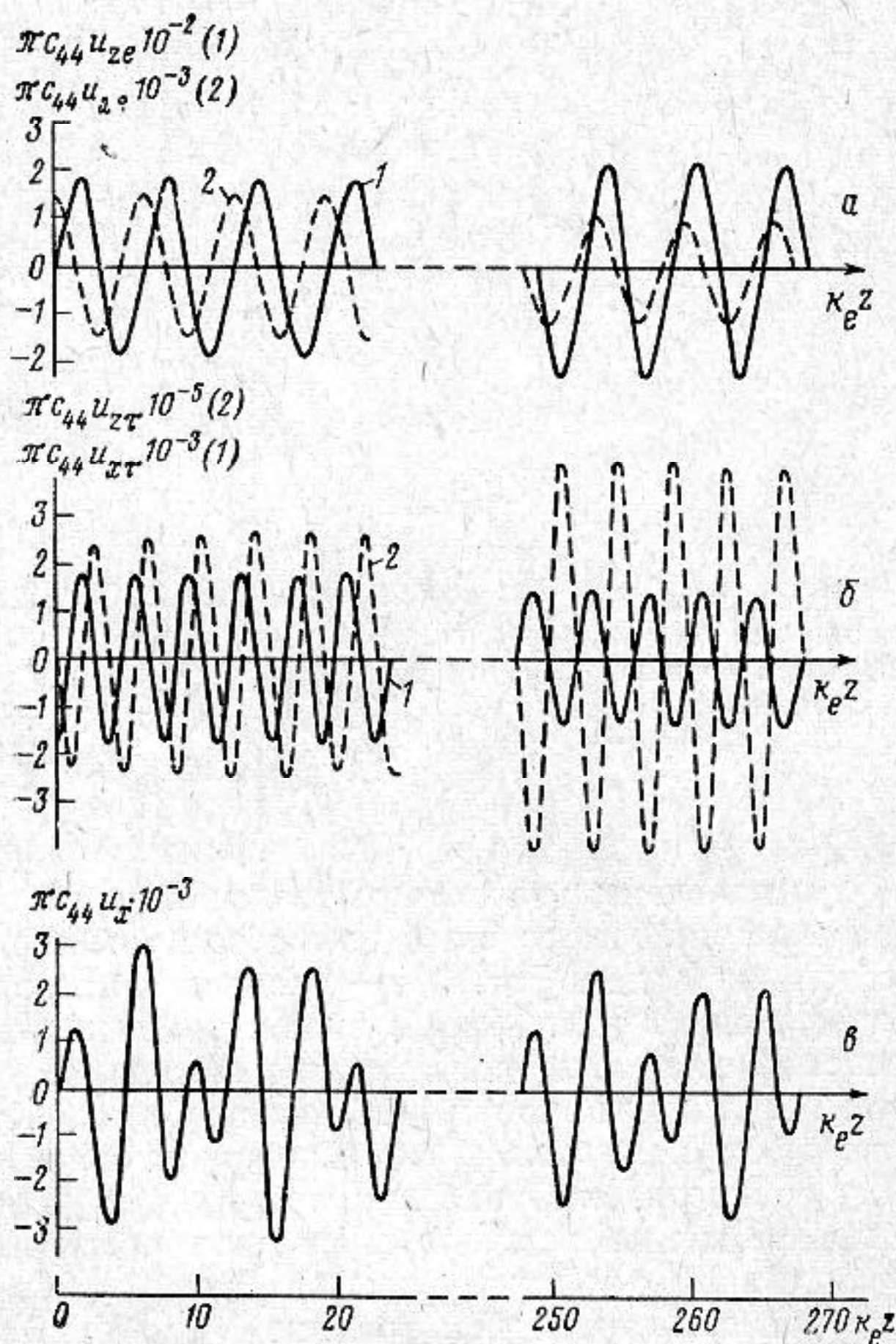
На фиг. 3, б представлены результаты отдельного расчета компонент  $u_{xl}$  и  $u_{xt}$  вектора смещений по сечению пучка для того же значения безразмерного расстояния  $k_l z$ , на фиг. 3, в — распределение компоненты  $u_{zx}$ . Из сравнения графиков на фиг. 3, а и в видно, что величина компоненты  $u_{zx}$  вектора смещений на три порядка меньше суммарной компоненты  $u_z$ . Это означает, что величина компоненты  $u_z$  вектора смещений практически соответствует величине компоненты  $u_{zl}$ . Расчет показывает также, что аналогичный вид распределений наблюдается во всей области Френеля.

На фиг. 4 представлены результаты расчета различных компонент поля вдоль параллельной оси пучка прямой  $k_l x = k_l a = 17$ , что приблизительно соответствует геометрической границе акустического пучка. На графиках фиг. 4, а видно, что периодичность изменения компонент  $u_{zl}$  и  $u_{xl}$  соответствует продольной волне, а на графиках фиг. 4, б — что периодичность компонент  $u_{xt}$  и  $u_{zt}$  соответствует поперечной волне. Далее, в связи с тем, что величина компонент  $u_{xl}$  и  $u_{xt}$  вблизи геометрической границы практически одинакова, суммарная компонента  $u_x$  вектора смещений должна иметь характер биений. Результаты расчета суммарной компоненты  $u_x$  вдоль геометрической границы пучка представлены на фиг. 4, в; период биений здесь определяется формулой (1).

На фиг. 4, а и б хорошо видно, что между компонентами  $u_{zl}$  и  $u_{xl}$  вектора смещений, а также между компонентами  $u_{xt}$  и  $u_{zt}$  в ближнем поле имеет место сдвиг фаз, который в непосредственной близости от границы среды  $z=0$  составляет  $\pi/2$ . По мере удаления от границы фазовый сдвиг постепенно уменьшается и окончательно исчезает только в дальнем поле. Наличие сдвига фаз между  $u_{zl}$  и  $u_{xl}$ , а также между  $u_{zt}$  и  $u_{xt}$  свидетельствует о том, что в волновых процессах, распространяющихся как со скоростью продольных, так и со скоростью поперечных волн, частицы среды движутся по эллиптическим траекториям.

Расчеты, проведенные согласно выражениям (6), показали, что при гауссовом распределении амплитуды колебаний на поверхности излучателя амплитуда боковой волны в твердом теле при выбранной точности расчетов обращается в нуль.

Сравним теперь, чем отличается акустическое поле в изотропном твердом теле от поля в жидкости при идентичных условиях возбуждения и при гипотетическом равенстве соответствующих параметров среды — сжимаемости ( $\kappa = c_{11}$ ) и плотности ( $\rho_{ж} = \rho$ ). Выражения для компонент вектора смещений в жидкости —  $u_{xж}$  и  $u_{zж}$  — могут быть непосредственно



Фиг. 4. Распределение вдоль геометрической границы пучка компонент вектора смещений: а —  $u_z$  (1),  $u_{zл}$  (2), б —  $u_{xл}$  (1),  $u_{xж}$  (2), в —  $u_x$

получены из выражений (3) предельным переходом при  $c_{44} \rightarrow 0$ . Пренебрегая, как это делалось выше, вкладом неоднородных волн, выражения для действительной части компонент вектора смещений в жидкости можно представить в следующем виде:

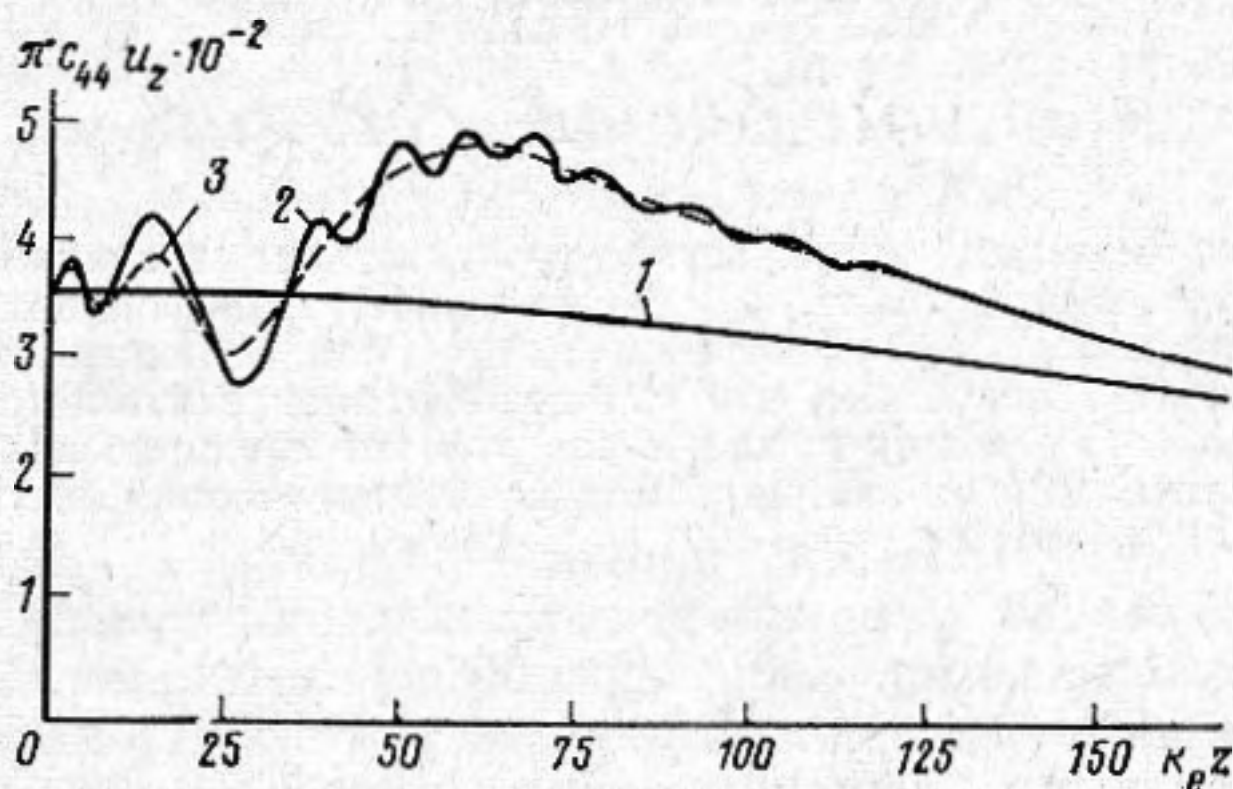
$$(7) \quad u_{xж} = \frac{1}{\pi c_{44} k_{\tau}^2} \int_0^{h_l} f_F p \cos(\omega t - z \sqrt{k_l^2 - p^2}) \sin px \, dx,$$

$$u_{zж} = -\frac{1}{\pi c_{44} k_{\tau}^2} \int_0^{h_l} f_F \sqrt{k_l^2 - p^2} \sin(\omega t - z \sqrt{k_l^2 - p^2}) \cos px \, dx.$$

Вычисления компонент вектора смещений в жидкости, согласно выражениям (7), показали, что при выбранной точности поле в жидкости и поле продольных волн в изотропном твердом теле совпадают:  $u_{zj} = u_{zж}$ ,  $u_{xi} = u_{xж}$ . Данный результат легко объяснить, если сравнить подынтегральные выражения в (4) и (7). В случае твердого тела подынтегральное выражение содержит дополнительный множитель  $\eta(p)$ :

$$\eta(p) = \frac{(k_r^2 - 2p^2) k_r^2}{(k_r^2 - 2p^2)^2 - 4p^2 \sqrt{k_l^2 - p^2} \sqrt{k_r^2 - p^2}},$$

который заметно отличается от единицы лишь при  $p \approx k_l$ . Если учесть, что при выполнении условия  $k_l a \gg 1$ , т. е. при больших по сравнению с длиной



Фиг. 5. Амплитуда вектора смещений на оси излучателей с различным распределением амплитуды колебаний: 1 — гауссовым, 2 — ступенчатым при излучении в твердую среду, 3 — ступенчатым при излучении в жидкость

волны размерах излучателя, основной вклад дают плоские волны, направление распространения которых близко к направлению оси  $z$  ( $p \approx 0$ ), то можно считать  $\eta(p) \approx 1$ , и выражения (4) и (7) практически совпадают. Таким образом, при выполнении условия  $k_l a \gg 1$  акустическое поле в твердом теле отличается от поля в жидкости только вкладом поперечных волн.

На фиг. 5 представлен результат расчета амплитуды вектора смещений на оси излучателей со «ступенчатым» и гауссовым распределением амплитуды колебаний. Видно, что акустическое поле «гауссова» излучателя имеет более однородный характер, чем поле обычного «ступенчатого» излучателя. Это обстоятельство, а также отсутствие боковых лепестков в излучаемом поле могут рассматриваться как определенное преимущество излучателя с гауссовым распределением амплитуды колебаний для ряда практических применений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Адлер Л., Бразил М. А., Смит Дж. Х. Перераспределение энергии гауссовского ультразвукового пучка, отраженного от границы раздела жидкость — твердое тело. Акуст. ж., 1975, 21, 1, 1—10.
2. Miller G. F., Pursey H. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the surface of a semi-infinite isotropic solid. Proc. Roy. Soc., 1954, A223, 521—541.
3. Osterhammel K. Optische Untersuchung des Schallfeldes kolbenförmig schwingender Quartz. Akust. Z., 1941, 6, 2, 73—86.
4. Макаров В. И. Пространственно-модулированное боковое излучение ультразвукового пучка в твердом теле. Акуст. ж., 1972, 18, 2, 325—326.
5. Harumi K., Suzuki F. Computer simulation of the nearfield for elastic wave in a solid half space. J. Acoust. Soc. America, 1973, 53, 2, 660—664.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет

Поступила  
4 мая 1979 г.  
После исправления  
27 ноября 1979 г.