АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVII 1981 Вып. 1

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.8

ГЕНЕРАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ С НЕЛИНЕЙНЫМ ПЬЕЗОЭФФЕКТОМ ПРИ НАЛИЧИИ ОТРАЖЕНИЯ

Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я.

В работах [1, 2] показано, что в кристаллах, обладающих нелинейным пьезоэффектом, возможно эффективное усиление и генерация встречных акустических волн с частотами $\omega_1=\omega_2$ при приложении к образцу в резонаторе пространственно однородного СВЧ электрического поля накачки частоты $\omega_н=2\omega_1$. Экспериментально [2] были достигнуты плотности потока энергии акустических волн порядка 1 кВт/см^2. Этот эффект был также использован для определения нелинейных электроакустических коэффициентов кристаллов [2–5].

Ниже исследована возможность использования для тех же целей в качестве накачки интенсивной бегущей электромагнитной СВЧ-волны. Такой эффект подобен вынужденному рассеянию Мандельштамма – Бриллюэна [6–10] с заменой стоксовой компоненты рассеянного электромагнитного излучения акустической волной. Однако обладая сходными чертами, названные явления имеют и существенные отличия, обусловленные, во-первых, малыми скоростями акустических волн и, во-вторых, наличием сильного отражения взаимодействующих волн от границ кристалла. Ниже получено пороговое условие неустойчивости, связывающее длину кристалла, коэффициенты отражения и затухания акустических волн, а также амплитуду электромагнитной волны накачки, и показано, что отражение приводит к понижению порога неустойчивости.

Рассмотрим нелинейный пьезоэлектрический кристалл, ограниченный областью $0\leqslant z\leqslant L$, в котором нормально к поверхности распространяется интенсивная электромагнитная волна накачки с частотой $\omega_н$ и амплитудой $\mathscr{E}_н$. Эта волна обусловливает параметрическую связь двух встречных акустических волн с частотами $\omega_{1,2}$ $(\omega_1+\omega_2=\omega_н)$ и постоянными распространения $k_{1,2}$ $(k_2-k_1\simeq k_н\ll k_{1,2})$, медленно меняющиеся амплитуды которых $U_{1,2}(z, t)$ удовлетворяют следующей системе укороченных уравнений [2, 11, 12]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial U_1}{\partial z}-\frac{1}{s}\frac{\partial U_1}{\partial t}-\Gamma_1U_1=-\alpha_1\mathscr{E}_н e^{i\Delta kz}U_2^*, \\ &\frac{\partial U_2}{\partial z}+\frac{1}{s}\frac{\partial U_2}{\partial t}+\Gamma_2U_2=\alpha_2\mathscr{E}_н e^{i\Delta kz}U_1^*, \end{aligned} \tag{1}$$

где s — скорость звука, $\Gamma_{1,2}$ — коэффициенты затухания, $\alpha_{1,2}=\eta\omega_{2,1}/\rho s^3$, ρ — плотность, η – нелинейный пьезоэлектрический модуль. Индексы $j=1$, 2 здесь и далее соответствуют частотам акустических волн $\omega_{1,2}$. Волны $\mathscr{E}_н$ и U_2 распространяются вдоль оси z, волна U_1 — в противоположном направлении. При этом $\Delta k\equiv k_н+k_1-k_2=[\omega_н(1+s\sqrt{\varepsilon}/c)-2\omega_1]/s$ — малая расстройка от точного синхронизма $(|\Delta k|\ll k_{1,2})$.

В результате отражения встречной акустической волны U_1 от границы кристалла $z=0$ появляется прямая волна с амплитудой U_1^+, которая параметрически возбуждает встречную акустическую волну U_2^- и т. д. Уравнения для амплитуд $U_{1,2}^{\pm}$ (z, t) можно получить из (1) заменой $U_{1,2}\rightleftarrows U_{2,1}^{\pm}$, $\alpha_1\rightleftarrows\alpha_2$, $\Gamma_1\rightleftarrows\Gamma_2$, $\Delta k\to\overline{\Delta k}\equiv k_н-k_1+k_2=\Delta k+2k_н$. Заметим, что в случае бегущей волны накачки $(k_н\neq0)$ учет расстройки $\overline{\Delta k}\neq0$ существен, так как даже при точном синхронизме $(\Delta k=0)$ волн $U_{1,2}$ синхронизм отраженных волн $U_{1,2}^{\pm}$ будет неполным $(\overline{\Delta k}=2k_н\neq0)$.

Пренебрегая переходным процессом для волны накачки, будем считать, что волны взаимодействуют начиная с момента включения накачки $t=0$, и зададим начальные амплитуды акустических волн $U_{1,2}$, $U^{\pm}_{1,2}$ в виде

$$U_{1,2}(z,0)=U^{\pm}_{1,2}(z,0)=0. \tag{2}$$

Граничные условия при $z=0$, L с учетом отражений от концов кристалла имеют вид

$$U_1(L,t)=0,\quad U_2(0,t)=f(st)+R_2U_2^-(0,t), \tag{3}$$

$$U_1^+(0,t)=R_1U_1(0,t),\quad U_2^-(L,t)=0, \tag{3a}$$

где $f(x)$ — заданная функция, определяющая амплитудную модуляцию входного сигнала, $R_{1,2}$ — коэффициенты отражения (по амплитуде) акустических волн от границы на частотах $\omega_{1,2}$ соответственно. Такая постановка задачи с начальными (2) и граничными (3), (3а) условиями отвечает параметрическому усилению входного сигнала $f(st)$ в кристалле с отражающей границей при $z=0$. Границу при $z=L$ считаем неотражающей; в эксперименте этого можно добиться полным выводом волн из области взаимодействия или же скосом соответствующей грани образца, в результате чего для отраженных волн условия параметрической связи не будут выполняться.

Выполнив в (1)–(3а) преобразование Лапласа, запишем выражение для лаплас-образа $U_1(z,t)$ на выходе из области взаимодействия при $z=0$ в виде

$$\bar U_1(0,p)=\frac{\alpha_1\mathscr{E}_\text{н}\bar f(p)}{p+\gamma+\varkappa\operatorname{cth}\varkappa L}(1+B), \tag{4}$$

где $p\equiv p'+ip''$ — переменная преобразования Лапласа,

$$B=\frac{D^2r^2}{(p+\gamma+\varkappa\operatorname{cth}\varkappa L)(p+\bar\gamma+\bar\varkappa\operatorname{cth}\bar\varkappa L)-D^2r^2},$$

$$\varkappa=\sqrt{(p+\gamma)^2-D^2},\quad \bar\varkappa=\sqrt{(p+\bar\gamma)^2-D^2},\quad D=\sqrt{\alpha_1\alpha_2}|\mathscr{E}_\text{н}|,$$

$$\gamma=\Gamma-i\frac{\Delta k}{2},\quad \bar\gamma=\Gamma-i\frac{\overline{\Delta k}}{2},\quad \Gamma=\frac{\Gamma_1+\Gamma_2}{2},\quad r^2=R_1R_2,\quad \overline{\Delta k}=\Delta k+2k_\text{н}.$$

Выражение (4) определяет амплитуду волны на частоте ω_1 при $z=0$ через входную амплитуду f волны на частоте ω_2 в кристалле длины L. Как следует из (4), поведение $\bar U_1(0,p)$ определяется двумя полюсами. Полюс $p+\gamma+\varkappa\operatorname{cth}\varkappa L=0$ отвечает той части параметрического взаимодействия волн, которая не связана с отражением от границы кристалла. Соответствующие инкременты и пороги для случая $\Delta k=0$ исследованы, например, в [8, 9]. Выражение же для второго полюса, определяемого равенством нулю знаменателя в B и описывающего добавку, обусловленную обратной связью волн из-за отражения ($R_{1,2}\neq 0$), рассмотрено ниже.

В случае действительного r, $\Delta k=0$ и $p''=k_\text{н}/2$ указанное равенство имеет вид

$$|\xi+\sqrt{1-\xi^2}\operatorname{ctg}\sqrt{1-\xi^2}DL|^2=r^2, \tag{5}$$

где $\xi=(p'+\Gamma+ik_\text{н}/2)/D$. Общий анализ уравнения (5) можно выполнить только численными методами. Однако пороговое условие, при котором (5) определяет нарастающие решения ($p'=+0$), нетрудно установить при $k_\text{н}\ll\Gamma$ или $k_\text{н}\gg\Gamma$.

В случае $k_\text{н}\ll\Gamma$, положив $p'=0$ и решив (5) относительно L, пороговое условие абсолютной неустойчивости можно записать в виде

$$L=L_s^{(1)}\equiv(D^2-\Gamma^2)^{-1/2}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{|r|D-\Gamma}{\sqrt{D^2-\Gamma^2}}\right). \tag{6}$$

Следовательно, система будет абсолютно неустойчива и акустические волны будут экспоненциально нарастать со временем, если кроме условия абсолютной неустойчивости для безграничной системы $D>\Gamma$, длина кристалла превышает критическое значение $L>L_s^{(1)}$.

Аналогично при $k_\text{н}\gg\Gamma$ из (5) получаем

$$L=L_s^{(2)}\equiv(k_\text{н}^2/4+D^2)^{-1/2}\left(\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{r^2D^2-k_\text{н}^2/4}{D^2+k_\text{н}^2/4}}\right). \tag{7}$$

Как следует из (7), в этом случае для неустойчивости необходимо, во-первых, чтобы расстройка, обусловленная конечностью постоянной распространения волны накачки ($\overline{\Delta k}=2k_\text{н}$), не выводила отраженные волны из полосы параметрического усиления, т. е. чтобы соблюдалось условие $r^2D^2\geqslant k_\text{н}^2/4$, и, во-вторых, чтобы длина кристалла была больше критической, т. е. чтобы она отвечала условию $L>L_s^{(2)}$.

Если же $D \gg k_н$, Г, то условия (6) и (7) имеют одинаковый вид:

$$(8) \qquad DL_{эфф} = \frac{\pi}{2},$$

где $L_{эфф} = L + D^{-1} \operatorname{arctg}|r|$ — эффективная длина области взаимодействия системы с отражающей границей, причем $L_{эфф} > L$. Физический смысл увеличения эффективной области взаимодействия достаточно прозрачен. Наличие конечного отражения от границы кристалла приводит к дополнительному накоплению энергии в системе из-за повторного прохождения области взаимодействия отраженными волнами. Это эквивалентно увеличению длины области взаимодействия или уменьшению порога параметрической неустойчивости взаимодействующих волн по сравнению со случаем кристалла без отражения.

Нетрудно видеть, что при малом отражении ($|r| \ll 1$) неравенство (8) переходит в $DL \geqslant \pi/2$ – известное условие абсолютной неустойчивости Кролла [6]. Поэтому (8) обобщает это условие на случай параметрического взаимодействия волн в ограниченных кристаллах с учетом отражения волн. В другом предельном случае при идеально отражающей границе ($|r| = 1$) условие (8) имеет вид $DL = \pi/4$, что определяет нижний предел порога параметрической абсолютной неустойчивости при учете отражения.

Численные оценки показывают, что, например, в случае кристалла $LiNbO_3$ с параметрами $\eta \simeq 6 \cdot 10^6$ ед. СГСЕ [2], $\Gamma_{1,2} \simeq 0{,}3$ см$^{-1}$, $\varepsilon \simeq 40$, $\rho \simeq 5$ г/см^3, $s \simeq 3 \cdot 10^5$ см/с при $\omega_н \simeq 10^{11}$ с$^{-1}$ оказывается $k_н \simeq 20$ см$^{-1} \gg \Gamma/2$ и реализуется случай (7). При этом, если $\mathscr{E}_н \simeq 1{,}8$ кв/см, то для типичного значения коэффициентов отражения $R_{1,2} \simeq 0{,}9$ $L_s \simeq 0{,}071$ см, в то время как в отсутствие отражения $L_s \simeq 0{,}14$ см. Следовательно, в результате отражения акустических волн от границы значение порога неустойчивости для выбранных параметров оказывается почти в 2 раза меньше, чем порог без отражения.

Таким образом, наличие отражения от границ кристаллов может существенно изменить характер параметрического взаимодействия волн. При отражении на границе происходит дополнительное накопление энергии в системе, что уменьшает порог параметрической абсолютной неустойчивости взаимодействующих волн по сравнению с порогом в кристаллах без отражения. Это позволяет использовать бегущие электромагнитные волны в качестве накачки для эффективного параметрического усиления и генерации гиперзвука в кристаллах с нелинейным пьезоэффектом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чабан А. А.* Неустойчивость упругих колебаний в пьезоэлектриках в переменном электрическом поле.– Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 6, № 11, с. 967–970.
2. *Thompson R. B., Quate C. F.* Nonlinear Interaction of Microwave Electric Field and Sound in $LiNbO_3$.— J. Appl. Phys., 1971, v. 42, № 3, p. 907–919.
3. *Коробов А. И., Лямов В. Е.* Нелинейные пьезоэлектрические коэффициенты $LiNbO_3$— Физ. тв. тела, 1975, т. 17, № 5, с. 1148–1150.
4. *Luukkala M., Surakka I.* Acoustic Convolution and Correlation and Associated Nonlinearity Parameters in $LiNbO_3$.— J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 6, p. 2510–2518.
5. *Агишев Б. А., Леманов В. В., Юшин Н. К.* Электроакустические коэффициенты танталата и ниобата лития.– Физ. тв. тела, 1978, т. 20, № 9, с. 2819–2820.
6. *Kroll N.* Exitation of Hypersonic Vibration by Means Fotoelastic Coupling of High Intensity Light Waves to Elastic Waves.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, № 1, p. 34–43.
7. *Bobroff D. L.* Coupled-Modes Analysis of Phonon-Photon Parametric Back-Wave Oscillator.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, № 5, p. 1760–1769.
8. *Bobroff D. L., Hause H. A.* Impulse Response of Active Coupled Wave System.— J. Appl. Phys., 1967, v. 38, № 1, p. 390–403.
9. *Горбунов Л. М.* Развитие параметрической неустойчивости в ограниченной области пространства.– ЖЭТФ, 1974, т. 67, № 4 (10), с. 1386–1400.
10. *Бломберген Н.* Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966.
11. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я., Кошевая С. В.* О преобразовании акустических волн в СВЧ-излучение в кристаллах с нелинейным пьезоэффектом.– Физ. тв. тела, 1977, т. 19, № 3, с. 816–819.
12. *Nelson D. L.* Three-Field Electroacoustic parametric Interaction in piezoelectric Cristals.— J. Acoust. Soc. America, 1978, v. 64, № 3, p. 891–895.

Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию
17.X.1979