

**Числовые характеристики переходного процесса для импульсной ( $A_g, T_g$ )  
и переходной ( $A_h, T_h$ ) характеристик**

	Номер варианта			
	1	2	3	4
$T_g$	10	2,9	5,1	9,2
$A_g$	0,073	0,236	0,111	0,225
$T_h$	5,9	2,6	3,7	5,5
$A_h$	0,067	0,102	0,073	0,108

быть изготовлен из материала типа сферопластика либо полимера, при этом отпадает необходимость создания описанных в [4] сложных электронных устройств для решения аналогичной задачи прикладной гидроакустики.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Касаткин Б. А. Обобщенная ортогональность нормальных мод колебаний по толщине нагруженной пьезопластины. — Акуст. ж., 1978, т. 24, № 2, с. 203–208.
2. Касаткин Б. А. Обобщенная ортогональность нормальных мод колебаний слоистых пьезопреобразователей. — Акуст. ж., 1979, т. 25, № 5, с. 710–716.
3. Касаткин Б. А., Лебедев В. Г. Спектр собственных частот нагруженной пьезопластины с переходным слоем. — Акуст. ж., 1979, т. 25, № 3, с. 395–400.
4. Голубков А. Г. Гидролокатор дельфина, Л.: Судостроение, 1977.
5. Домаркас В. И., Кажис Р.-И. Ю. Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс, Минтис, 1975.

Всесоюзный научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений  
Хабаровский филиал,  
Гидрофизический центр

Поступила в редакцию  
22.X.1979

УДК 534.231

**ОБ АКУСТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ИЗЛУЧАЮЩИХ КРАЕВ  
ПЛАСТИНЫ**

*Никифоров А. С.*

Излучение звука изгибно-колеблющейся изотропной пластиной конечных размеров на частотах ниже частоты совпадения волновых чисел изгибных колебаний пластины и соприкасающейся с ней среды обусловлено силами и моментами, возникающими на краях пластины и зависящими от граничных условий. При этом имеет место акустическое взаимодействие краев пластины, как излучателей звуковой энергии. Это взаимодействие рассмотрено, в частности, в работе [1] на примере длинной полосы, шириной  $a$ , без учета влияния звукового давления, образующегося в среде, на изгибные колебания пластины. В соответствии со сказанным в этой работе полагалось, что  $\omega m \gg \rho_0 c_0$  ( $m$  — масса пластины, приходящаяся на единицу поверхности,  $\rho_0$  — плотность среды,  $c_0$  — скорость звука в среде,  $\omega$  — круговая частота). Ниже результат, полученный в работе [1], обобщается на случай, когда указанное неравенство не выполняется.

Будем полагать, также как и в работе [1], что пластина в виде длинной (по сравнению с длиной звуковой волны в среде) полосы помещена в жесткий экран. По ширине пластины имеется одномерное распределение амплитуды колебательной скорости изгибных волн  $v(x)$ , причем эти волны образуют на краях пластины поперечные силы  $F$  и изгибающие моменты  $M$ , одинаковые по величине и фазе. Поступая, как в работе [1], можно определить звуковую энергию, излучаемую пластиной в полупространство, в виде интеграла

$$(1) \quad W \approx \frac{4b\rho_0}{\pi\omega m^2} \int_{-k_0}^{k_0} [ |F|^2 + k^2 |M|^2 + k |FM^* - F^*M| ] \times \\ \times (1 + \cos ka) \frac{dk}{\sqrt{k_0^2 - k^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2 k_0^2}{k_0^2 - k^2} \right)},$$

где  $b$  — длина полосы,  $\alpha = \rho_0 c_0 / \omega m$ ,  $F^*$  и  $M^*$  — сопряженные значения комплексных величин  $F$  и  $M$ . С помощью двукратного дифференцирования по параметру  $a$  интеграл, входящий в формулу (1), можно свести к табличному виду [2].



Решение интеграла в формуле (1) приводит к следующему выражению для излучаемой пластинной энергии:

$$(2) \quad W \approx \frac{2b\rho_0(1-\sigma)}{\omega m^2} \left[ |F|^2(1+\varphi_F) + \frac{k_0^2 |M|^2}{2(1+\sigma)} (1+\varphi_M) \right],$$

где  $\sigma = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2\gamma^2}}$ ,  $\gamma = k_0 a$ ,  $\beta = \frac{\rho h}{\rho_0 a}$ ,  $h$  — толщина пластины,  $\rho$  — плотность

материала пластины. Функции  $\varphi_F$  и  $\varphi_M$  описывают акустическое взаимодействие излучающих краев пластины и равны:

$$(3) \quad \varphi_F = \Gamma(1+\sigma) \left( \frac{2}{\gamma} \right)^\sigma J_\sigma(\gamma),$$

$$(4) \quad \varphi_M = 2\Gamma(2+\sigma) \left( \frac{2}{\gamma} \right)^\sigma \left[ \frac{1}{\gamma} J_{1+\sigma}(\gamma) - J_{2+\sigma}(\gamma) \right].$$

Здесь  $\Gamma$  — гамма-функция,  $J$  — функция Бесселя.

Из формулы (2) видно, что при увеличении плотности среды  $\rho_0$  ( $\sigma \rightarrow 1$ ) моментное излучение уменьшается в большей степени по сравнению с силовым. Это можно объяснить дипольным характером моментного излучения и, как следствие, большим влиянием на это излучение соколеблющейся массы, возрастающей при увеличении плотности среды.

Значение  $\sigma$  в зависимости от  $\beta$  изменяется в пределах от 0 до 1. При акустически легкой среде ( $\beta \rightarrow \infty$ )  $\sigma \rightarrow 0$  и выражения (3) и (4) приобретают вид

$$(5) \quad \varphi_F = J_0(\gamma), \quad \varphi_M = 2 \left[ \frac{1}{\gamma} J_1(\gamma) - J_2(\gamma) \right],$$

что соответствует результату, полученному в работе [1]. В случае акустически тяжелой среды ( $\beta \rightarrow 0$ )  $\sigma \rightarrow 1$  и величины  $\varphi_F$  и  $\varphi_M$  становятся равными:

$$(6) \quad \varphi_F = \frac{2}{\gamma} J_1(\gamma); \quad \varphi_M = \frac{8}{\gamma} \left[ \frac{1}{\gamma} J_2(\gamma) - J_3(\gamma) \right].$$

На низких частотах ( $\gamma \ll 1$ ) с учетом асимптотических представлений для функций Бесселя имеем

$$(7) \quad \varphi_F \approx 1, \quad \varphi_M = 2 \left[ \frac{1}{2} - \frac{\gamma^2}{2+\sigma} \right] \approx 1.$$

Таким образом, на низких частотах акустическая связь между излучающими краями пластины велика и энергия их суммарного излучения удваивается. Видно также, что при  $\gamma \ll 1$  акустическое взаимодействие излучающих краев пластины практически не зависит от коэффициента  $\beta$ , т. е. от свойств среды.

На высоких частотах ( $\gamma \gg 1$ ) с учетом соответственной асимптотики функций Бесселя получаем

$$(8) \quad \varphi_F \approx \left( \frac{2}{\gamma} \right)^{\sigma+1/2} \frac{\Gamma(1+\sigma)}{\sqrt{\pi}} \cos \theta,$$

$$(9) \quad \varphi_M \approx \left( \frac{2}{\gamma} \right)^{\sigma+1/2} \frac{2\Gamma(2+\sigma)}{\sqrt{\pi}} \cos \theta = 2(1+\sigma)\varphi_F,$$

$$\text{где} \quad \theta = \gamma - \frac{\pi}{4} - \sigma \frac{\pi}{2}.$$

Из выражений (8) и (9) видно, что взаимодействие между краями пластины, излучающими под воздействием моментов, существеннее, нежели в случае силового излучения. При этом по мере увеличения плотности среды ( $\sigma \rightarrow 1$ ) это различие возрастает. Это обстоятельство обусловлено, по-видимому, тем, что акустическая связь между излучающими краями пластины осуществляется через соколеблющуюся массу, большую при моментном излучении, имеющем дипольный характер, зависящую от плотности среды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никифоров А. С. Излучение пластины конечных размеров при произвольных граничных условиях. — Акуст. ж., 1964, т. 10, № 2, с. 218–223.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию  
25.I.1980