

УДК 534.26

**ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА СТЕРЖНЕВИДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ,
СОВЕРШАЮЩЕЙ КОЛЕБАНИЯ ПО ТОЛЩИНЕ ПРИ НЕИЗМЕННОЙ
ШИРИНЕ**

[Ржевкин С. Н.]

Проведено теоретическое исследование мощности излучения и диаграммы направленности свободного стержня прямоугольного сечения, совершающего колебания по толщине во второй антисимметричной моде в длинноволновом приближении и в пренебрежении концевыми поправками распределения колебаний. Получены выражения для интенсивности звука на осях парциальных диаграмм направленности и коэффициента концентрации для этих диаграмм, а также выражение для полной мощности излучения при заданной скорости колебаний.

Колебания стержневидной поверхности (стержня) изображены схематически на фиг. 1; длина стержня (L) предполагается значительно больше его ширины (B) и высоты (H). Поставленная в заглавии задача представляет интерес для выяснения ряда акустических процессов, таких как направленность и интенсивность излучения твердых стержней и стержневидных оболочек, колеблющихся в жидкой или газообразной среде.

Ввиду того что точное решение задачи достаточно сложно, представляет интерес приближенное решение, пригодное в случае, когда поперечные размеры стержня имеют малые волновые размеры, и излучение может быть представлено в виде суммы излучений ряда точечных монополей.

Предполагаем, что верхняя и нижняя поверхность стержня совершают гармонические колебания по закону

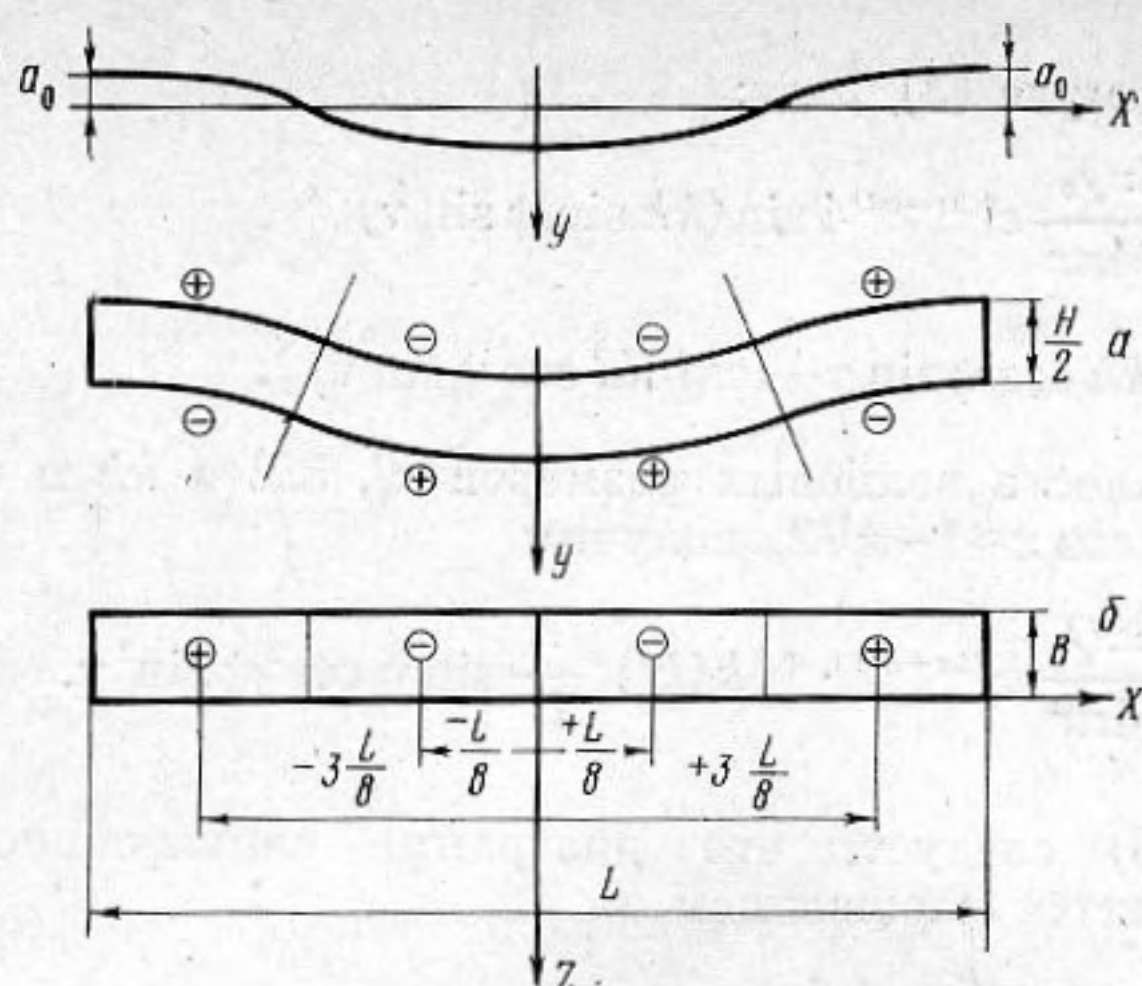
$$(1) \quad y = a_0 \cos 2\pi \frac{x}{L} \exp(-j\omega t),$$

где a_0 — эффективная амплитуда колебаний. Угловая частота колебаний ($\omega = 2\pi f$) задается силами, возникающими под действием источников, расположенных внутри стержневидной оболочки, или силами, действующими на твердый стержень. Амплитуда колебательной скорости на верхней и нижней поверхности стержня (эффективная) выразится законом (1), где вместо a_0 следует поставить $q_0 = \omega a_0$.

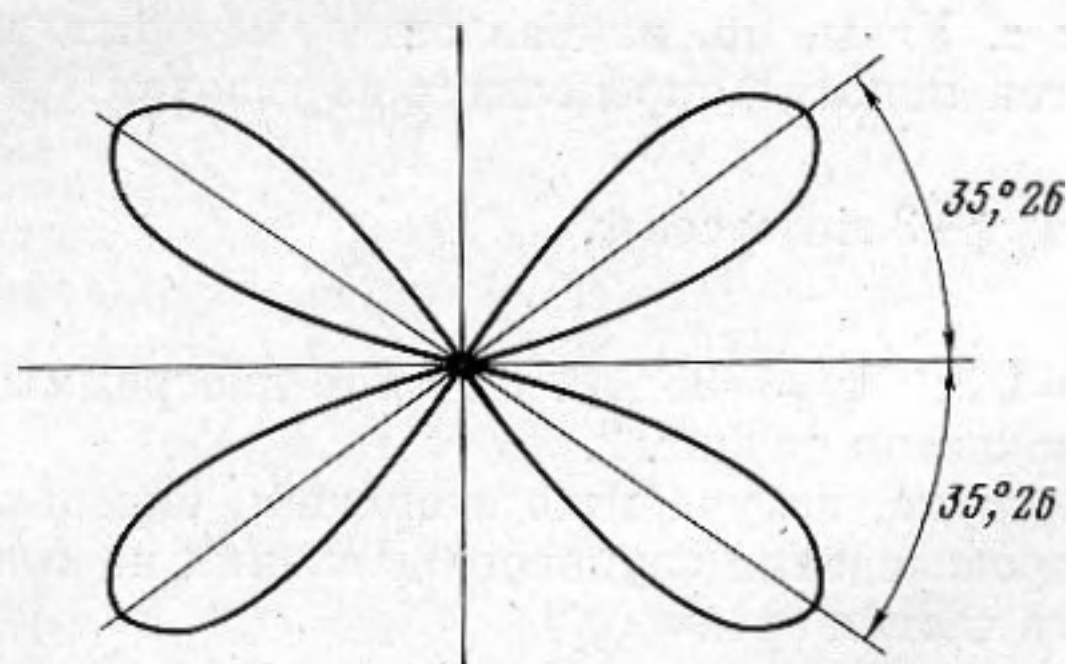
В случае длинноволнового приближения можно считать, что излучение звука стержнем реализуется в форме излучения восьми колеблющихся поверхностных ячеек, по четыре на верхней и нижней поверхности (фиг. 1, а и б). Все ячейки имеют одинаковую площадь $S = BL/4$. Средняя эффективная производительность каждой из восьми ячеек

$$(2) \quad Q_0 = \frac{2BL}{\pi} \frac{q_0^2}{4} = \frac{BL}{2\pi} q_0^2.$$

Восемь монополей будем считать расположенными в середине каждой прямоугольной ячейки. Получится следующая таблица координат (x, y)



Фиг. 1. *a* — Вид колеблющегося стержня сбоку, смотря по оси *z*. *б* — Расположение и полярность источников на верхней поверхности стержня, смотря по оси *y*



Фиг. 2. Диаграмма направленности излучения колеблющегося стержня

восьми монополей:

$$\begin{aligned} &(-3l, +h) \quad (-l, +h); \quad (+l, +h); \quad (+3l, +h) \\ &(-3l, -h) \quad (-l, -h); \quad (+l, -h); \quad (+3l, -h) \end{aligned}$$

где

$$l = \frac{L}{8} \quad \text{и} \quad h = \frac{H}{2}.$$

Потенциал скорости в дальнем поле в точке с координатами r, ν, ψ , где ν угол с осью Z , перпендикулярной к боковой поверхности стержня (фиг. 1, *a*), а ψ угол с осью X , расположенной по длине стержня, будет определяться суммой потенциалов восьми точечных источников

$$(3) \quad \Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pm Q_0}{4\pi} \cdot \frac{e^{ik(r+\Delta_n)}}{r+\Delta_n} e^{-j\omega t} \approx \frac{\pm Q_0 e^{j(kr-\omega t)}}{4\pi r} \sum_{n=1}^8 e^{jh\Delta_n},$$

где Δ_n — разность расстояний до центра координатной системы, расположенного в центре стержня и расстоянием до центра каждой из ячеек. Величины Δ_n определяются по формуле

$$(4) \quad \Delta_n = (x \cos \psi + y \sin \psi) \sin \nu,$$

где (x, y) — координаты восьми монополей, указанные выше в таблице.

Расчет по формуле (3) дает:

$$(5) \quad \Phi = \frac{\pm Q_0}{j4\pi r} e^{j(kr - \omega t)} 4 \sin(kh \sin \psi \sin \nu) \\ [\cos(kh \cos \psi \sin \nu - \cos(3kl \cos \psi \sin \nu))].$$

Учитывая малость волновых размеров kl , $3kl$ и kh и считая приближенно $\sin x \approx x$ и $\cos x \approx 1 - x^2/2$, получим

$$(6) \quad \Phi \approx \frac{\pm Q_0}{j4\pi r} e^{j(kr - \omega t)} \cdot 16k(kl)^3 \frac{h}{l} \sin \psi \cos^2 \psi \sin^3 \nu.$$

Из формулы (6) следует, что диаграмма направленности излучения стержня определится выражением

$$(7) \quad D = \sin \psi \cos^2 \psi \sin^3 \nu.$$

Таким образом, излучение в боковых направлениях ($\nu = 0, \pi$) отсутствует. Диаграмма направленности будет иметь четыре лепестка, оси которых расположены в средней плоскости, проходящей через ось стержня и перпендикулярной к оси z . Углы, по направлению которых излучение имеет максимальную интенсивность, определяются из условия:

$$(8) \quad \frac{dD}{d\psi} = \cos \psi - 3 \sin^2 \psi \cos \psi,$$

что дает $\sin^2 \psi_{\max} = 1/3$; $\psi_{\max} = 35^\circ, 26$. Сечение диаграммы направленности в плоскости XY показано на фиг. 2.

Интенсивность звука, излучаемого стержнем, определяется как действительная часть произведения звукового давления на сопряженную колебательную скорость частиц среды (q^*)

$$(9) \quad I = (pq^*) = \operatorname{Re} [(-j\rho\omega\Phi) (jk\Phi^*)] = \rho ck^2 \Phi \Phi^* = \\ = 16\rho ck^2 (kl)^6 \frac{Q_0^2 h^2}{\pi^2 l^2 r^2} \sin^2 \nu \cos^4 \nu \sin^6 \nu.$$

Полная мощность звука, излучаемого в каждом из 4 лучей (W_{ν}), определяется путем интегрирования по углам ν, ψ в пределах телесного угла $\Omega' = \pi$; элемент поверхности при интегрировании $dS = r^2 \sin \nu d\nu d\psi$

$$(10) \quad W_{\nu} = \frac{16\rho c}{\pi^2} k^2 (kl)^6 Q_0^2 \frac{h^2}{l^2} \left(\frac{\pi}{2,35} \right) = \frac{8\rho c}{35\pi} A^2,$$

где

$$(11) \quad A = k(kl)^3 Q_0 \frac{h}{l} = \frac{k^4 L^3 B H}{256\pi} q_0$$

(учитывая, что

$$Q_0 \frac{h}{l} = \frac{2BH}{\pi} q_0; \quad l = \frac{L}{8}; \quad h = \frac{H}{2}).$$

Таким образом, излучаемая мощность пропорциональна ρck^8 , т. е. $\sim \rho c f^8 c^{-8}$, где ρ и c — плотность и скорость звука в окружающей среде, f — частота звука. Средняя интенсивность в телесном угле Ω' будет равна

$$\bar{I} = \frac{W_{\nu}}{\pi r^2} = \frac{8\rho c}{35\pi^2 r^2} A^2.$$

Полная мощность звука, излучаемого в телесный угол $\Omega=4\pi$

$$W=4W_{\psi}=\frac{32\rho c}{35\pi}A^2.$$

Максимальная интенсивность звука в каждом из четырех лепестков диаграммы направленности определится из формулы (9) при $\nu=\pi/2$ и $\sin^2\psi=1/3$

$$I_m=\frac{16\rho c}{\pi^2 r^2}\left(\frac{4}{27}\right)A^2.$$

Коэффициент осевой концентрации

$$\beta=\frac{I_m}{\bar{I}}=\frac{8\cdot 35}{27}=10,37.$$

Предполагая, что стержень колеблется в воде ($c=1,5\cdot 10$ см/с), получим

$$A=0,383\cdot 10^{-20}[L^3BH]f^4q_0;$$

$$W=6,40\cdot 10^{-37}[L^3BH]^2f^8q_0^2.$$

Максимальное звуковое давление на оси диаграммы направленности

$$(14) \quad p_m=\frac{4\rho c}{\pi r}\sqrt{\frac{4}{27}}A=0,282\cdot 10^{-15}\frac{L^3BH}{r}f^4q_0.$$

Задавая, например, $B=6$ м; $H=10$ м; $L=100$ м; $f=10$ Гц; $a_0=0,1$ см, получим полную излучаемую мощность $W\approx 90$ Вт и максимальное звуковое давление на оси диаграмм направленности на расстоянии 10 км $p_m\approx 10,6$ бар.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
26.IX.1980