АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVII 1981 Вып. 3

УДК 534.222

НЕЛИНЕЙНО-ДИФРАКЦИОННАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Жилейкин Я. М., Руденко О. В.

Изучены процессы распространения мощных акустических импульсов с учетом нелинейного и дифракционного искажения их исходного профиля. Рассмотрены типичные сигналы, возникающие при термооптическом возбуждении звука лазерными импульсами, при взрыве, звуковом ударе и в некоторых других случаях.

В теории дифракции обычно исследуется поведение квазигармонических возмущений. Специфика акустических задач, однако, часто требует рассмотрения ограниченных в пространстве апериодических волн (импульсов различной формы, ударных фронтов, разрывов и т. д.). На необходимость учета нелинейных явлений при распространении таких сигналов указывалось еще автором книги [1].

С импульсами большой интенсивности часто имеют дело как в лабораторных, так и в натурных условиях при моделировании или регистрации взрывных волн, волн звукового удара и др. В последнее время активно изучаются импульсные сигналы, возбуждаемые методом термооптической демодуляции [2, 3]. В экспериментах [4, 5] показано, что при распространении этих волн существенно проявляются нелинейные эффекты; они детально исследованы в рамках одномерной задачи [6].

Все указанные явления требуют одновременного учета дифракции и нелинейности. Расчет процесса искажения формы импульсов на основе полной системы уравнений механики сплошных сред — очень сложная задача; к тому же наиболее интересно проследить за трансформацией сигналов вблизи оси. Поэтому воспользуемся упрощенным уравнением нелинейной акустики ограниченных пучков

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{\partial\Pi}{\partial z}-\Pi\frac{\partial\Pi}{\partial\theta}\right]=\frac{N}{4}\left(\frac{\partial^2\Pi}{\partial\xi^2}+\frac{1}{\xi}\frac{\partial\Pi}{\partial\xi}\right). \tag{1}$$

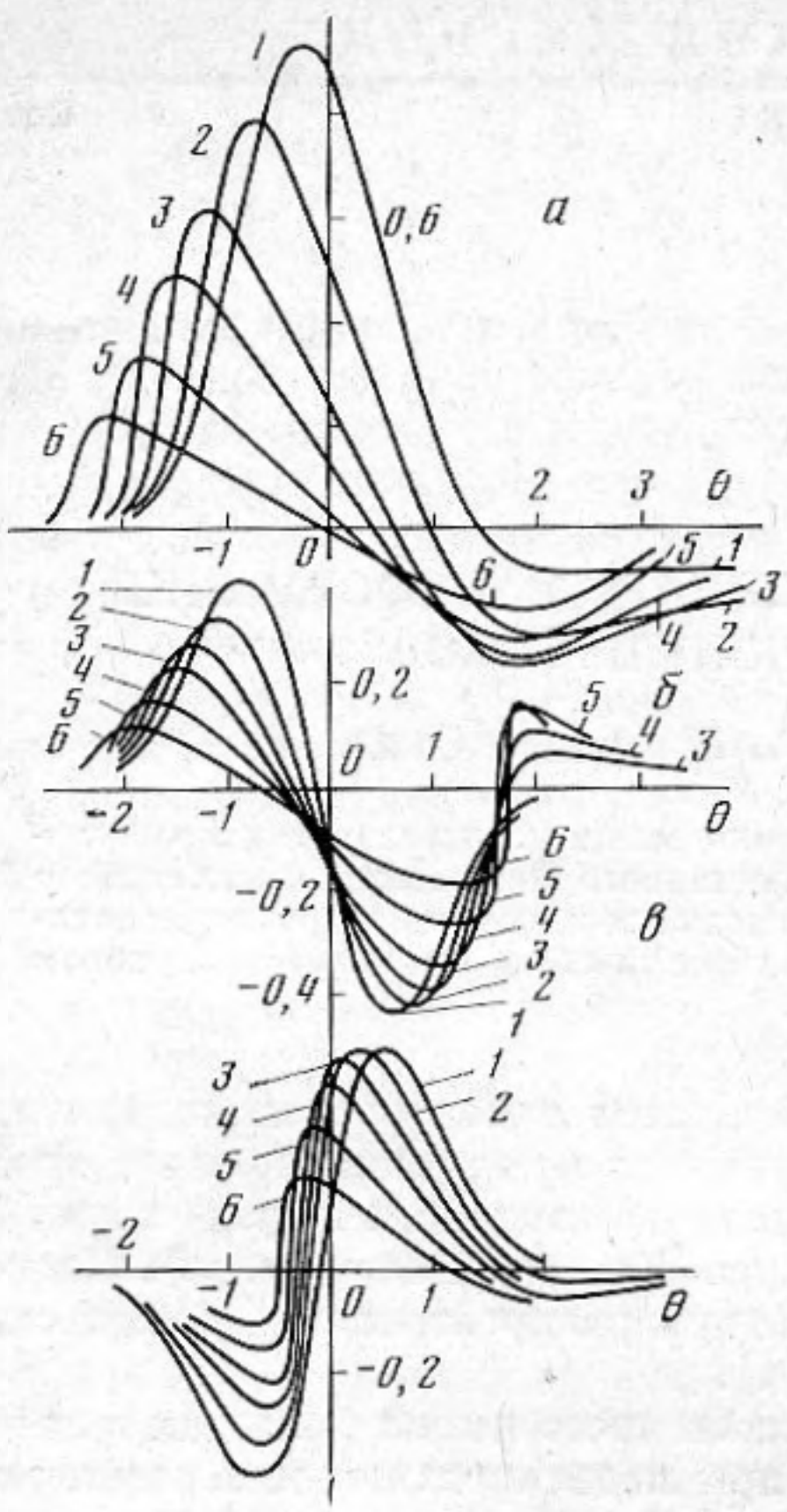
В записи (1) использованы безразмерные переменные: $\Pi=p'/p_0'$ — звуковое давление, $z=x/L_{\text{р}}=\varepsilon p_0'x/c_0^3\rho_0t_0$ — пройденное волной расстояние в единицах длин $L_{\text{р}}$ образования разрыва, $\theta=(t-x/c_0)/t_0$, $\xi=r/a$ — поперечная координата. Здесь p_0', t_0, a — характерные значения исходных пикового давления, длительности импульса и ширины пучка; ρ_0, c_0 — равновесные плотность среды и скорость звука; $N=L_{\text{р}}/L_{\text{д}}=2c_0^4\rho_0t_0^2/\varepsilon a^2p_0'$ — критерий подобия для нелинейной акустики ограниченных пучков, равный отношению нелинейной ($L_{\text{р}}=c_0^3\rho_0t_0/\varepsilon p_0'$) и дифракционной ($L_{\text{д}}=a^2/2c_0t_0$) длин.

Граничное условие для уравнения эволюции (1)

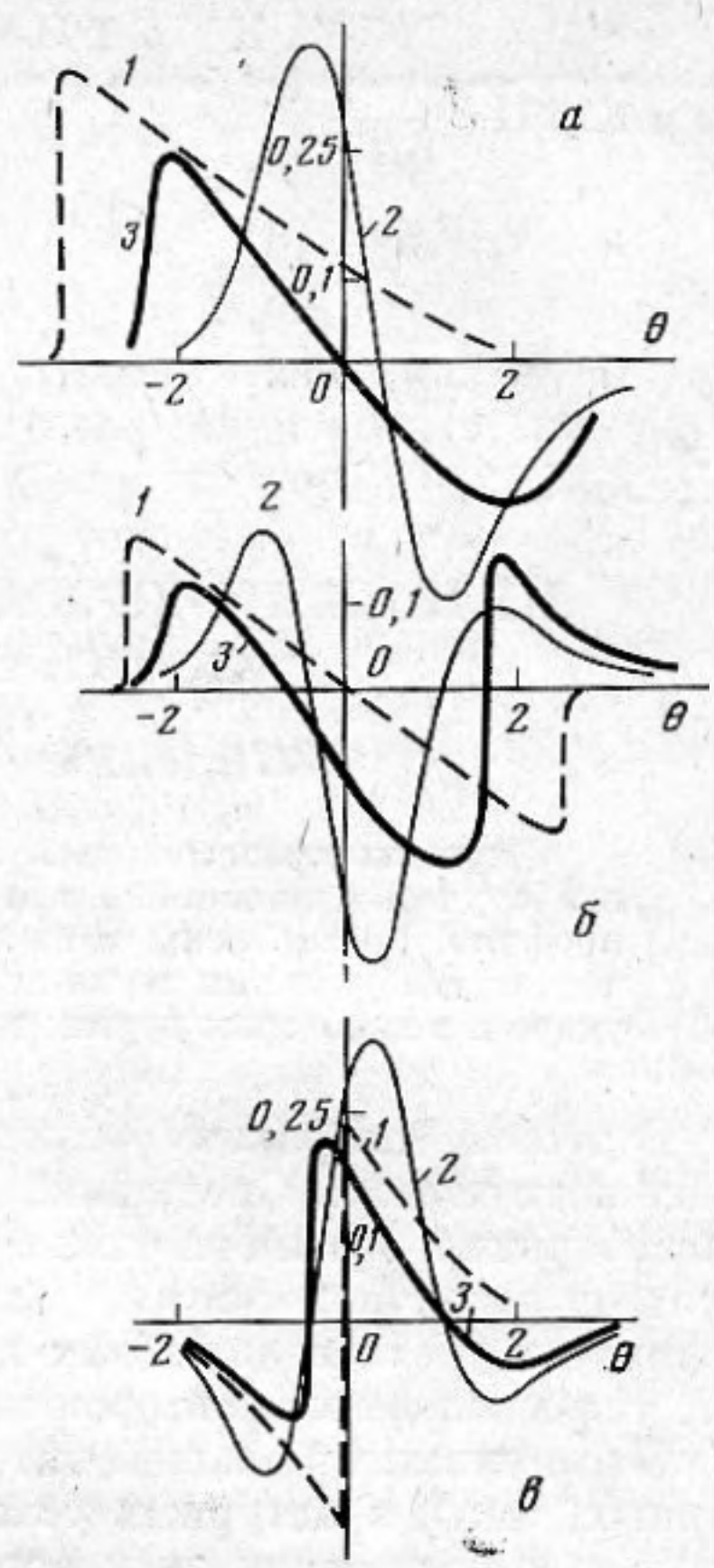
$$\Pi(z=0,\ \xi,\ \theta)=\Phi(\xi)f(\theta). \tag{2}$$

Распределение поперек пучка считалось гауссовским: $\Phi(\xi)=\exp(-\xi^2)$. Исходная форма импульсов принималась в виде

$$f_1(\theta)=\exp(-\theta^2),\quad f_2(\theta)=-\theta\exp(-\theta^2),\quad f_3(\theta)=\theta\exp(-\theta^2). \tag{3}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

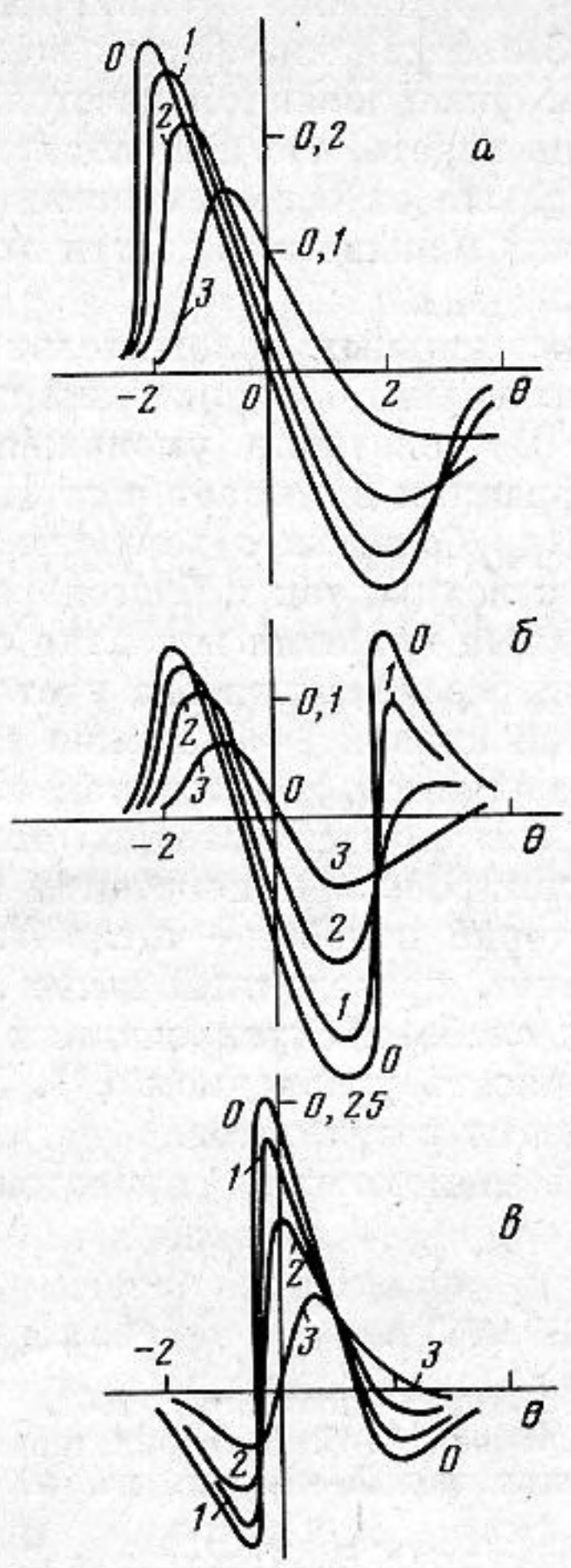
Фиг. 1. Форма импульсов (3) на оси пучка. Кривые *1—6* соответствуют расстояниям z, равным 0,2; 0,8; 1,6; 2,4; 4,0; 6,4

Фиг. 2. Импульсы f_1 – *а*, f_2 – *б*, f_3 – *в*, прошедшие расстояние $z=5{,}6$ и изменившие свою форму из-за нелинейности (*1*), дифракции (*2*), нелинейных и дифракционных эффектов одновременно (*3*)

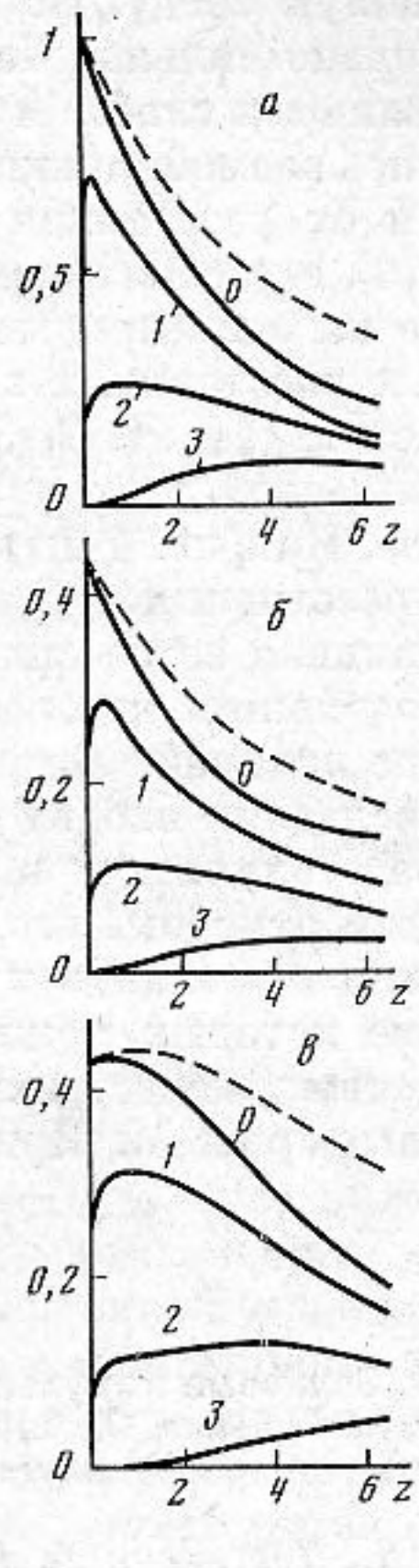
Функция f_1 описывает колоколообразный однополярный импульс сжатия; она моделирует форму термооптических сигналов, возбуждаемых при жесткой границе [6], а также форму некоторых взрывных волн. Функция f_2 соответствует двуполярному импульсу, у которого за фазой сжатия следует фаза разрежения; такие импульсы формируются при термооптическом возбуждении у свободной поверхности жидкости [6], в процессе распространения волн звукового удара в ряде других случаев. У функции f_3, напротив, фаза разрежения во времени опережает фазу сжатия.

Задача (1)–(3) решалась численно на ЭВМ БЭСМ-6 с помощью метода, описанного в работе [7]. Укажем, что распространение сигналов (3) в диссипативной среде (при конечных значениях чисел Рейнольдса) рассмотрено в работе [8] в приближении плоских волн ($\Phi(\xi)=1$). Сопоставление результатов работы [8] с изложенными ниже данными позволяет представить полную качественную картину распространения импульсных сигналов с учетом нелинейности, диссипации и дифракции и влияние каждого из этих процессов на эволюцию формы волны.

Нелинейно-дифракционная трансформация импульсов (3) на оси ($\xi=0$) изображена на фиг. 1, *а*, *б*, *в* для функций f_1, f_2, f_3 соответственно. Мы полагали $N=0{,}3$ и проводили расчет до значений $z=6{,}4$. Таким образом, достигались расстояния порядка шести длин образования разрыва и порядка двух дифракционных длин.



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Формы импульсов $f_1 - a$, $f_2 - б$, $f_3 - в$, прошедших расстояние $z=4{,}8$, в различных точках поперечного сечения пучка. Значения $\xi=0$, 1, 2, 3 указаны возле соответствующих кривых

Фиг. 4. Зависимости от расстояния положительных пиковых значений безразмерного давления для импульсов $f_1 - a$, $f_2 - б$, $f_3 - в$ в различных точках поперечного сечения $\xi=0$, 1, 2, 3. Штриховые кривые – результаты расчетов без учета нелинейности для $\xi=0$

Как видно из анализа фиг. 1, *а*, исходный однополярный импульс сжатия превращается в двуполярный сигнал типа *N*-воды. Нелинейные эффекты приводят к образованию разрыва на переднем фронте. Заметно увеличение крутизны и на заднем фронте, в фазе разрежения, несмотря на уменьшение пикового значения из-за расходимости и нелинейного затухания.

На фиг. 1, *б*, *в* изображены процессы эволюции двуполярных импульсов в трехполярные, сопровождающиеся образованием разрывов.

Нами проведено сравнение сигналов, прошедших расстояние $z=5, 6$ и испытавших на себе влияние только нелинейности (штриховые кривые на фиг. 2, *а*—*в*), только дифракции (тонкие сплошные линии), а также нелинейности и дифракции одновременно (жирные кривые). Видно, что формы сигналов существенно отличаются друг от друга. Заметим, что динамика линейной дифракционной трансформации импульсов f_1, f_2 рассматривалась ранее в работе [2]; показано, что в дальней зоне их форма определяется производными от $f_{1,2}$. Эти результаты хорошо согласуются с данными фиг. 2, *а*, *б*.

Интересно проследить, как ведет себя сигнал в различных точках поперечного сечения пучка. На фиг. 3 изображены формы возмущений при $\xi=0$, 1, 2, 3 на достаточно большом фиксированном расстоянии $z=4{,}8$ от входа в нелинейную среду. Нетрудно видеть, что импульсы на оси ($\xi=0$) искажены довольно сильно. Чем дальше от оси, тем нелинейность и дифракция проявляются слабее и сигнал меньше отличается от своей исходной формы, описываемой функциями $f_{1,2,3}$.

Зависимости от расстояния максимальных положительных значений давления $\Pi_{max}(\theta)$ в рассматриваемых волнах (3) показаны на фиг. 4. Пиковое давление на оси (кривые $\xi=0$) монотонно уменьшается; в то же время на малых расстояниях z дифракция вызывает рост Π_{max} в периферических областях ($\xi=$ 1, 2, 3). При больших z давление уменьшается как из-за сферической расходимости волны, так и благодаря ее нелинейному затуханию. На фиг. 4 штриховыми кривыми показана также зависимость Π_{max} от расстояния вдоль оси, рассчитанная без учета нелинейных эффектов. Сравнивая ее со сплошной кривой $\xi=0$, можно выделить роль нелинейного затухания, которое, разумеется, зависит как от формы волны f на границе нелинейной среды, так и от ее исходной амплитуды. Напомним, что последняя входит в нормировочные константы безразмерных давления Π, расстояния z и в критерий подобия — число N.

В заключение отметим, что анализ, проведенный выше для плоских волн, необходимо выполнить и для слабо сфокусированных возмущений, распространение которых можно описать уравнением (1). Здесь следует ожидать интересных, качественно новых результатов.

Авторы благодарны М. Ярцевой за помощь в проведении расчетов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фридлендер Ф.* Звуковые импульсы. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
2. *Карабутов А. А., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б.* К теории термооптической генерации нестационарных акустических полей.— Акуст. ж., 1979, т. 25, № 3, с. 383—394.
3. *Карабутов А. А., Портнягин А. И., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б.* Экспериментальное исследование распространения коротких акустических импульсов при термооптическом возбуждении.— Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 296—299.
4. *Ахманов С. А., Гордиенко В. М., Карабутов А. А., Решилов А. Б., Руденко О. В., Шмальгаузен В. И.* Теоретические и экспериментальные исследования лазерной генерации нелинейного звука.— IX Всес. акуст. конф., 1977, ч. IV — 6, с. 25—28.
5. *Карабутов А. А., Портнягин А. И., Руденко О. В., Черепецкая Е. Б.* Нелинейная трансформация акустических импульсов при термооптическом возбуждении.— Письма в Ж. теор. физ., 1979, т. 5, № 6, с. 328—331.
6. *Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Панасенко Г. П., Руденко О. В.* Генерация мощных звуковых импульсов при лазерном нагреве поверхности.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 31. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 174—183.
7. *Жилейкин Я. М.* Программы численного решения уравнения акустических пучков в нелинейной среде.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 31. М.: Изд-во МГУ, 1979, с. 166—173.
8. *Васильева О. А., Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Панасенко Г. П., Руденко О. В.* Об эволюции интенсивных акустических импульсов при конечных числах Рейнольдса.— Вестн. МГУ. Сер. физ., астрон., 1979, № 3, с. 77—81.

Научно-исследовательский
вычислительный центр
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
3.VII.1980