АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVII 1981 Вып. 4

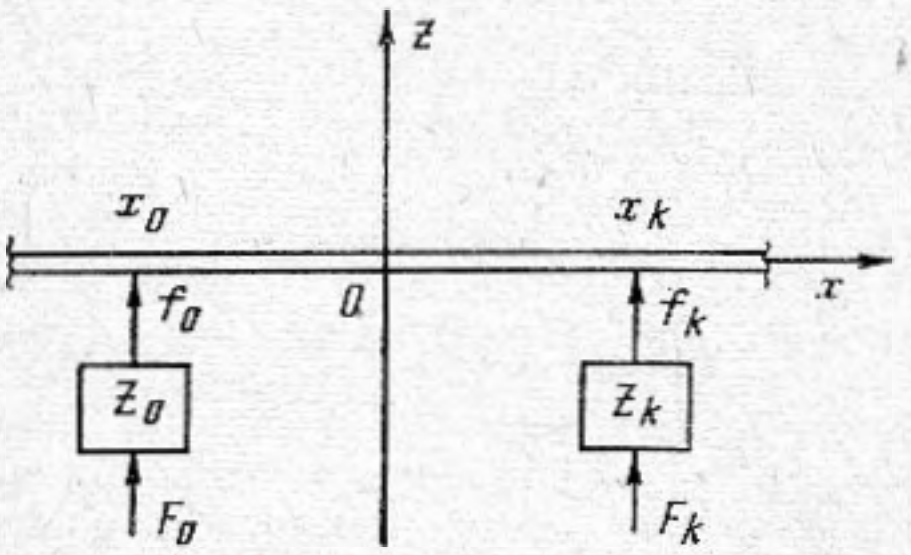
УДК 534.833

КОМПЕНСАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗГИБНО-КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ ПРИ ЕЕ ВОЗБУЖДЕНИИ ИСТОЧНИКАМИ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ ИМПЕДАНСАМИ

Вялышев А. И., Тартаковский Б. Д.

Рассмотрено ослабление удельной мощности звука, излучаемого бесконечной пластиной, находящейся под действием дополнительных линейных источников с конечными импедансами. Определена зависимость ослабления удельной мощности от соотношения импедансов источников и пластины. Показано, что ослабление удельной мощности на докритических частотах при внутренних импедансах источников бо́льших, чем входной импеданс пластины, существенно зависит от волновых параметров пластины.

Рассмотрим компенсацию излучения бесконечной пластины, возбуждаемой линейным источником с произвольным импедансом. Пусть компенсирующий линейный источник расположен параллельно возбуждающему и также имеет произвольный импеданс. Пластина помещена в плоскости $Z=0$ и излучает звук в полупространство $Z>0$, заполненное средой с волновым сопротивлением ρc. Координата расположения основного источника – x_0, координата расположения компенсирующего источника – $x_к$ (фиг. 1). Пусть динамические усилия, развиваемые в источниках,– F_0 и $F_к$ соответственно, а Z_0 и $Z_к$ – внутренние механические импедансы источников. Тогда силы, приложенные к пластине, можно написать как



Фиг. 1. Схема расположения сил F_0 и F_k на пластине

$$f_0=F_0-v(x_0)Z_0, \tag{1}$$

$$f_к=F_к-v(x_к)Z_к.$$

Смещение точек пластины $u(x)$ и давление в среде $p(x, z)$ описываются уравнениями

$$B\Delta\Delta u(x)-\omega^2 m u(x)=f_0\delta(x-x_0)+f_к\delta(x-x_к)-p(x, Z=0), \tag{2}$$

$$\Delta p(x, Z)+к_c p(x, Z)=0,$$

где B – изгибная жесткость пластины, m – масса единицы поверхности пластины, $\delta(x)$ – функция Дирака, $к_c=\omega/c$ – волновое число среды.

Уравнения (2) решаются при граничном условии

$$u(x)=\frac{1}{\omega^2\rho}\frac{\partial p}{\partial Z}\Big|_{Z=0}. \tag{3}$$

Решения системы уравнений (2) представляются в виде интегралов Фурье от плотностей распределения по волновым числам смещения и скорости колебаний пластины и звукового давления, спектров $\tilde{u}(к)$, $\tilde{v}$ и $\tilde{p}(к)$.

Удельная (на единицу поверхности пластины) мощность звука, излучаемого пластиной, возбуждаемой линейными силами, определяется выражением

$$(4) \qquad W_\Sigma = \frac{\rho c}{4\pi} \int_{\kappa_c}^{\kappa_c} |\tilde{v}(\kappa)|^2 \left(1 - \frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}\right)^{-1/2} d\kappa.$$

На низких частотах $\kappa_c^2 \ll \kappa_u^2$, где κ_u — волновое число в пластине. В случае сильного демпфирования колебаний пластины средой $\rho c \gg \omega m$ выражение для удельной мощности звука, излучаемого пластиной, имеет вид

$$(5) \qquad W_\Sigma = \frac{\kappa_c}{16\rho c}\Big\{(|f_0|^2 + |f_\kappa|^2) + 2(\mathrm{Re}\, f_0\, \mathrm{Re}\, f_\kappa + \mathrm{Im}\, f_0\, \mathrm{Im}\, f_\kappa)\frac{2\mathcal{J}_1(\kappa_c l)}{\kappa_c l} + 2(\mathrm{Re}\, f_0\, \mathrm{Im}\, f_\kappa - \mathrm{Im}\, f_0\, \mathrm{Re}\, f_\kappa)\frac{2H_1(\kappa_c l)}{\kappa_c l}\Big\},$$

где $l = |x_0 - x_l|$.

Эффект компенсации определяется отношением удельной мощности звука W_Σ, излучаемого пластиной под действием сил F_0 и F_κ, к удельной мощности звука W_0, излучаемого пластиной под действием силы F_0. Удельную мощность звука W_0 можно написать в виде

$$(6) \qquad W_0 = |f_0^*|^2 \kappa_c^2 / 16\rho c.$$

В выражения (5) и (6) входят неизвестные силы f_0 и f_κ, определяемые скоростями $v(x_0)$ и $v(x_\kappa)$ в точках приложения сил, а также сила f_0^*, определяемая при условии $Z_\kappa = 0$ как

$$f_0^* = F_0 - v^*(x_0) Z_0 = \frac{F_0}{1 + Z_0 y_{пл}},$$

где $y_{пл} = \frac{\kappa_u}{4\omega m}(1-i) -$ входная проводимость пластины, κ_u — волновое число изгибных колебаний пластины.

Соответственно

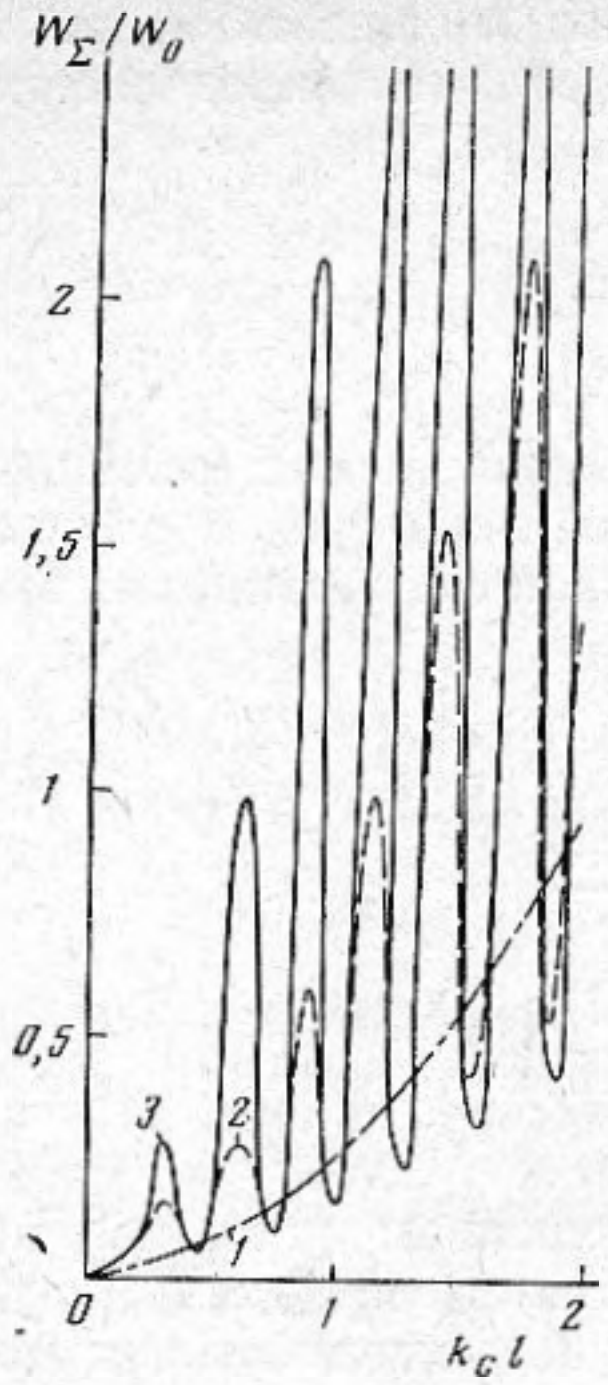
$$f_\kappa^* = F_\kappa - v^*(x_\kappa) Z_\kappa = \frac{F_\kappa}{1 + Z_\kappa y_{пл}} \text{ при } Z_0 = 0.$$

Произведя обратное преобразование Фурье для спектра колебательной скорости пластины, получим распределение колебательной скорости по поверхности пластины $v(x)$.

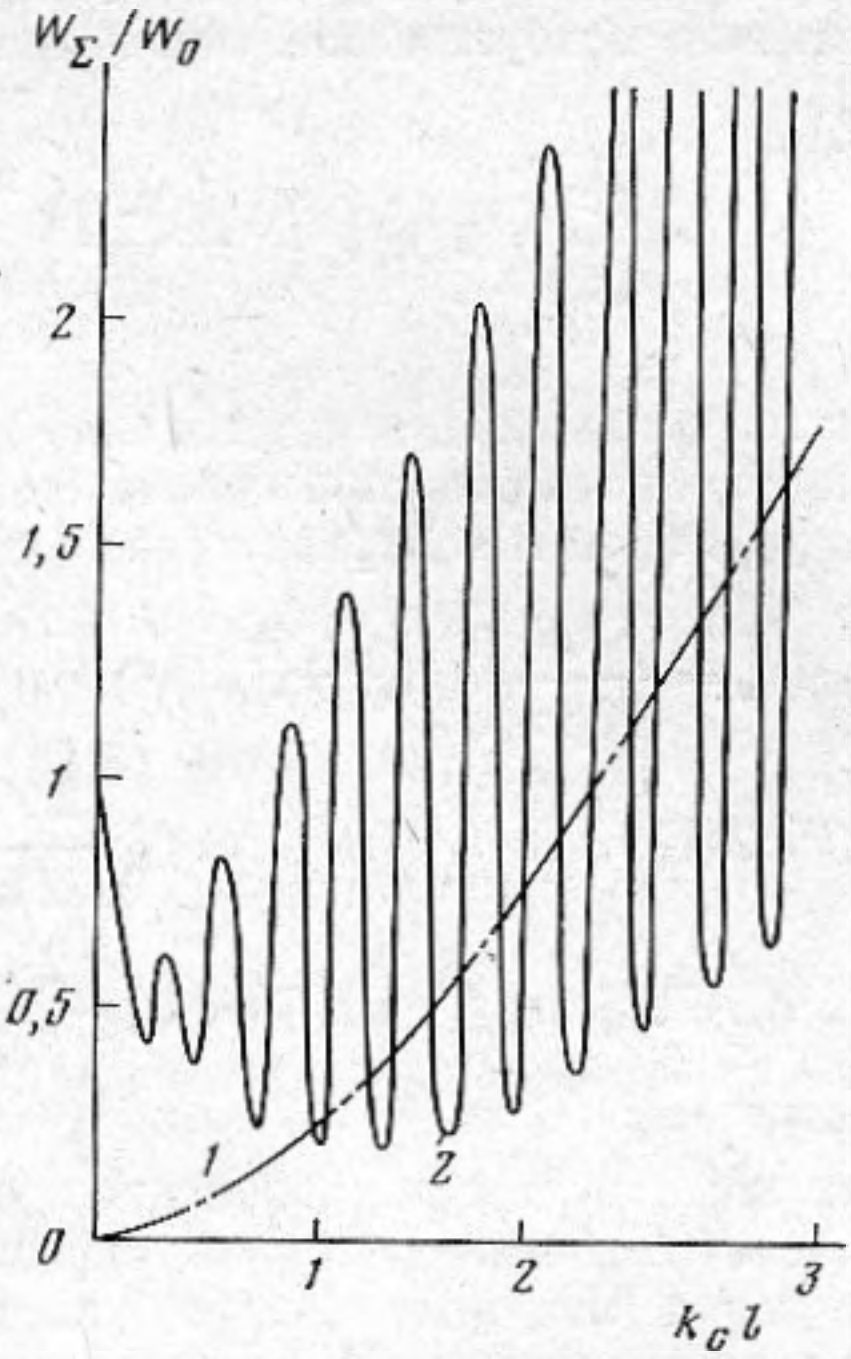
Обозначим переходную проводимость через $\frac{\kappa_u}{4\omega m}[\exp(-i\kappa_u l) - -i\exp(-\kappa_u l)] = y_{12}$. Тогда $v(x_0)$ и $v(x_\kappa)$ можно определить из решения системы уравнений

$$(7) \qquad \begin{aligned} v(x_0) &= [F_0 - v(x_0) Z_0]\, y_{пл} + [F_\kappa - v(x_\kappa) Z_\kappa]\, y_{12}, \\ v(x_\kappa) &= [F_0 - v(x_0) Z_0]\, y_{12} + [F_\kappa - v(x_\kappa) Z_\kappa]\, y_{пл}. \end{aligned}$$

Если компенсирующая сила f_κ^* равна по амплитуде и противоположна по знаку возбуждающей силе f_0^*, т. е. $\frac{F_0}{1 + Z_0 y_{пл}} = \frac{-F_\kappa}{1 + Z_\kappa y_{пл}}$, то решение си-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость удельной мощности звука, излучаемого пластиной, от волнового расстояния между источниками ($1 - Z_0 = Z_к \ll Z_{пл}$; $2 - Z_0 = Z_к = Z_{пл}$; $3 - Z_0 = Z_к \ll Z_{пл}$)

Фиг. 3. Зависимость удельной мощности звука, излучаемого пластиной, от волнового расстояния между источниками ($1 - Z_0 = Z_к \ll Z_{пл}$; $2 - Z_к \ll Z_{пл} \ll Z_0$)

стемы уравнений позволяет получить значение сил f_0 и $f_к$:

$$f_0 = \frac{F_0}{1+Z_0 y_{пл}} \frac{(1+Z_к y_{пл})(1+Z_0 y_{пл}+Z_0 y_{12})}{(1+Z_0 y_{пл})(1+Z_к y_{пл}) - Z_0 Z_к y_{12}^2},$$

(8)

$$f_к = \frac{-F_к}{1+Z_к y_{пл}} \frac{(1+Z_0 y_{пл})(1+Z_к y_{пл}+Z_к y_{12})}{(1+Z_0 y_{пл})(1+Z_к y_{пл}) - Z_0 Z_к y_{12}^2}$$

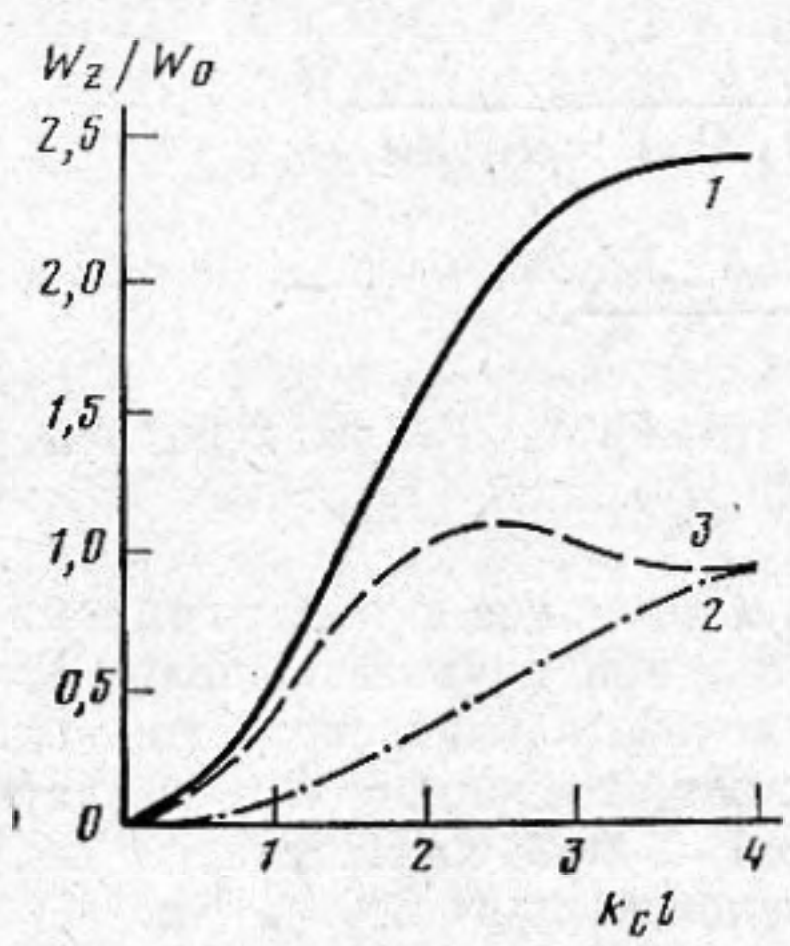
Подстановка найденных сил в выражение (5) позволяет определить зависимость эффекта компенсации от соотношения внутренних импедансов возбуждающего и компенсирующего источников.

По мере увеличения внутренних импедансов возбуждающего и компенсирующего источников увеличивается отражение падающих на них изгибных волн и в пространстве $x_0 < x < x_к$ образуется изгибная стоячая волна. Это приводит к резкой зависимости величины компенсации от свойств пластины (фиг. 2, кривые *1*, *2* и *3*). Кривая *1* соответствует возбуждению пластины источниками заданной силы, кривая *3* — источниками заданной скорости. При этом максимальные значения удельной мощности излучаемого звука соответствуют резонансам части пластины между линиями $x = x_0$ и $x = x_к$, минимальные значения — антирезонансам.

Рассмотрим зависимость величины компенсации от волнового расстояния в случае, когда возбуждающий источник имеет большой импеданс $Z_0 \gg Z_{пл}$, являясь источником заданной скорости, а компенсирующий источник имеет малый импеданс $Z_к \ll Z_{пл}$, являясь источником заданной силы. При этом излучение компенсирующего источника определяется колебательной скоростью в точке его приложения, вследствие чего эффект компенсации зависит от входного импеданса в точке приложения компенсирующего источника. В отличие от возбуждающего источника заданной

силы (фиг. 3, кривая *1*) совмещение источников не приводит к изменению излучения (фиг. 3, кривая *2*). Однако существует область значений $k_c l \approx 1 \div 2$, при которых суммарная энергия звукового поля принимает минимальное значение.

При больших значениях $k_c l \gg 1$ суммарная энергия, отдаваемая источниками в звуковое поле, в зависимости от $k_c l$ изменяется в пределах от W_0 до $5W_0$. Изменение энергии, отдаваемой в поле, обусловлено изменением входного импеданса пластины для компенсирующего источника. При $Z_0 \gg Z_{пл}$ включение компенсирующего источника с $Z_к \ll Z_{пл}$ приводит



Фиг. 4. Зависимость удельной мощности звука, излучаемого пластиной, от волнового расстояния между источниками при оптимальном значении компенсирующей силы ($Z_0 = Z_к \ll Z_{пл}$). Кривая *1* – зависимость эффекта компенсации от волнового расстояния без оптимизации; *2* – компенсирующий источник, оптимальный по амплитуде и фазе; *3* – компенсирующий источник, оптимальный по амплитуде

к установлению стоячей волны в пластине. Если волновое расстояние $k_c l$ соответствует узлу стоячей волны, то компенсирующий источник энергию в поле не отдает и $W_\Sigma = W_0$. При установке компенсирующего источника в пучность стоячей волны энергия, отдаваемая им в поле, учетверяется и с учетом равенства $f_к^* = -f_0^*$ имеем $W_\Sigma = 5W_0$.

Для малых значений $k_c l$, т. е. при взаимодействии эквивалентных линейных источников в местах приложения сил через среду, существуют значения $k_c l$, при которых удельная мощность излучаемого пластиной звука становится меньше, чем удельная мощность излучения для противофазных источников. Это связано с тем, что противофазное включение компенсирующего источника не является оптимальным, соответствующим максимальному ослаблению удельной мощности звука. Изменяя амплитуду и фазу компенсирующего источника, можно получить больший эффект компенсации.

Рассмотрим оптимизацию амплитуды и фазы силы $f_к$ при $Z_0 = Z_к \ll Z_{пл}$.

Представляя $f_к$ в виде $f_к = \beta f_0 \exp i\varphi$, получим для относительной удельной мощности звука в случае $\omega m \gg \rho c$

$$\frac{W_\Sigma}{W_0} = 1 + \beta^2 + 2\beta \cos\varphi \mathcal{J}_0(k_c l) + 2\beta \sin\varphi H_0(k_c l), \tag{9}$$

где $H_0(k_c l)$ – функция Струве нулевого порядка. Минимизируя правую часть уравнения по β и φ, получим выражение для удельной мощности

звука, излучаемого при оптимальном значении компенсирующей силы

$$(10) \qquad W_\Sigma = \frac{\rho f_0^2}{2m^2\omega}\{1-\mathscr{J}_0^2(\mathrm{k}_c l)-H_0^2(\mathrm{k}_c l)\},$$

$$\beta_{\text{опт}}=\sqrt{\mathscr{J}_0^2(\mathrm{к}_c l)+H_0^2(\mathrm{к}_c l)}, \qquad \varphi_{\text{опт}}=\operatorname{arctg} H_0(\mathrm{к}_c l)/\mathscr{J}_0(\mathrm{к}_c l).$$

Для условия $\rho c \gg \omega m$

$$(11) \qquad W_\Sigma = \frac{f_0^2\omega}{4\rho c^2}\left\{1-\frac{4}{(k_c l)^2}[\mathscr{J}_1^2(\mathrm{k}_c l)+H_1^2(\mathrm{k}_c l)]\right.$$

при

$$\beta_{\text{опт}} = \frac{2}{\mathrm{k}_c l}\sqrt{\mathscr{J}_1^2(\mathrm{k}_c l)+H_1^2(\mathrm{k}_c l)},$$

$$\varphi_{\text{опт}} = \operatorname{arctg}\frac{H_1(\mathrm{k}_c l)}{\mathscr{J}_1(\mathrm{k}_c l)}.$$

По сравнению с противофазной компенсацией [1] оптимизация позволяет получить существенный выигрыш в эффекте компенсации (фиг. 4).

Для противофазных источников с конечными импедансами оптимизация может быть получена при изменении волнового расстояния $\mathrm{к}_c l$, так как амплитуда и фаза колебательной скорости пластины в точке приложения силы $f_к = -f_0$ зависят от входного импеданса пластины. Минимальные значения W_Σ на фиг. 2 и 3 соответствуют оптимальному значению амплитуды и фазы компенсирующего источника.

Таким образом, при компенсации излучения бесконечной пластины ее возбуждение источником с конечным импедансом приводит к зависимости величины компенсации от свойств пластины. Для возбуждающего источника заданной скорости и компенсирующего источника заданной силы совмещение источников не приводит к компенсации звукового поля пластины; однако, удаляя компенсирующий источник на некоторое расстояние, можно получить существенную величину компенсации. Компенсация излучения пластины может быть увеличена при оптимизации амплитуды и фазы компенсирующего источника, либо для противофазных источников соответствующим выбором волнового расстояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вялышев А. И., Тартаковский Б. Д.* Компенсация изгибно-колеблющейся пластины на докритических частотах.– Акуст. ж., 1976, т. 22, № 5, с. 679–685.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
29.V.1980