АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 2

УДК 534.286.8

ТРЕХЧАСТОТНОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

Островский И. В., Половина А. И.

В приближении слабой дисперсии упругих колебаний рассмотрено трехчастотное параметрическое взаимодействие в акустическом резонаторе прямоугольного сечения. Из эксперимента, выполненного на кристаллах $LiNbO_3$, определена дисперсия скорости нулевой симметричной моды в резонаторе.

Повышенный интерес к изучению нелинейных эффектов в резонансных акустических системах связан со значительным увеличением эффективности взаимодействия в такой системе для колебаний вблизи собственных частот резонатора [1—4]. Кроме того, возникают новые явления, которые в режиме бегущих волн отсутствуют, например генерация субгармоник [5]. Использования резонансных колебаний как чувствительного метода выделения нелинейных эффектов позволяет в свою очередь применять эти эффекты для точного определения свойств самого резонатора. В литературе подобных работ не описано, а параметрическое взаимодействие в пьезоэлектрическом резонаторе не наблюдалось. Поэтому цель настоящей работы — наблюдение параметрического взаимодействия в пьезоэлектрическом резонаторе и использование этого явления для определения дисперсии скорости нулевой симметричной моды в резонаторе.

Рассмотрим параметрическое трехчастотное взаимодействие упругих волн, обладающих дисперсией, в резонаторе. Без учета решеточного затухания в резонаторе реализуются условия для существования стоячих волн (колебаний) с амплитудой $A=A_0 \exp i(\omega t-\pi nz/L)$, где L — длина резонатора вдоль оси Z, ω — частота, n — целое число, которое показывает число полуволн, укладывающихся по длине резонатора L. Условия параметрического резонанса при взаимодействии двух акустических сигналов с частотами $\omega_{1,2}$ и волновыми числами $k_{1,2}=(\pi n_{1,2}/L)$ следующие:

$$\omega_3^{(+)}=\omega_1\pm\omega_2;\ n_3=n_1\pm n_2. \tag{1}$$

Наличие слабой дисперсии для волны деформации с фазовой скоростью v задается соотношением (2)

$$\omega=v_0(k+\alpha k^2), \tag{2}$$

где v_0 — низкочастотный предел скорости ультразвука при $\omega\to 0$, k — волновое число, α — коэффициент дисперсии. Для волн (колебаний) в резонаторах дисперсия скорости обусловлена конечными размерами резонаторов. С этим же связано появление добавки αk^2 в формуле (2). Из формул (1), (2) получаем теоретическую частоту ω^3 «параметрического ответа» резонатора:

$$\omega_{3t}^{(\pm)}=\pi v_0 L^{-1}[(n_1\pm n_2)+\alpha\pi L^{-1}(n_1\pm n_2)^2]. \tag{3}$$

В эксперименте же наблюдается сигнал на частоте

$$\omega_{3,э}^{(\pm)}=\omega_1\pm\omega_2=\pi v_0 L^{-1}[(n_1\pm n_2)+\alpha\pi L^{-1}(n_1^2\pm n_2^2)]. \tag{4}$$

Величина $\Delta\omega_3=\omega_{3,t}-\omega_{3,э}$ дает расстройку по частоте от идеального параметрического резонанса. Из формул (3), (4) имеем

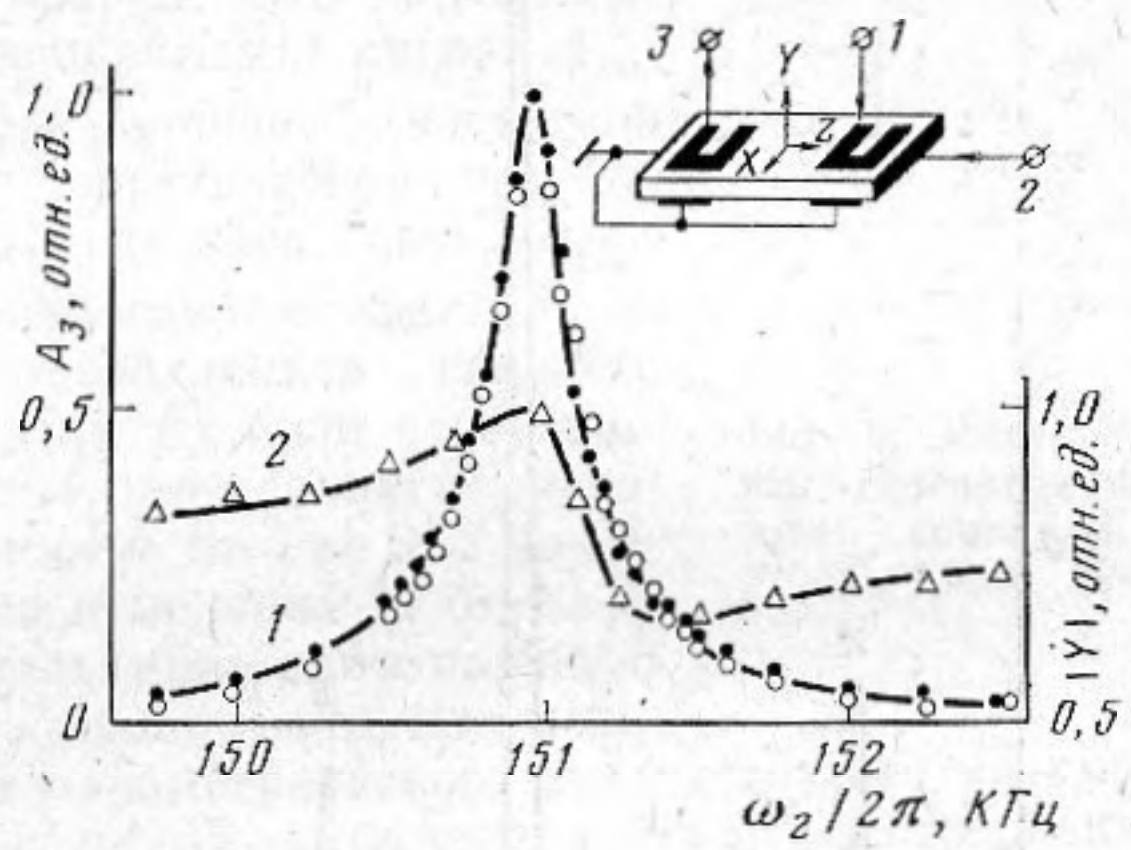
$$\Delta\omega_3^{(+)}=\alpha v_0\pi^2 2n_1n_2/L^2,$$

(5)

$$\Delta\omega_3^{(-)}=-\alpha v_0\pi^2 2n_2(n_1-n_2)/L^2.$$

Как видно, расстройка $\Delta\omega_3$ обусловлена дисперсией, и при ее отсутствии ($\alpha=0$) имеем $\Delta\omega_3=0$. Из уравнений (3), (5) следует, что $|\Delta\omega_3^{(+)}/\omega_{3,t}^{(+)}|<$ $<|\Delta\omega_3^{(-)}/\omega_{3,t}^{(-)}|$.

Иначе говоря, относительное рассогласование экспериментально наблюдаемой и теоретической частот результирующего сигнала меньше для случая суммарной частоты. Это означает, что параметрически возбужден-



Фиг. 1. Зависимость параметрического сигнала A_3 от частоты ω_2 в области первого резонанса по длине для образца YZ-10 (кривая *1*), $\omega_1/2\pi=1{,}73$ МГц ($n_1=12$); ⊕ – точки – сигнал на суммарной частоте $\omega_1+\omega_2$, $A_3^{(+)}/A_{3max}^{(+)}$; ○ – точки – сигнал на разностной частоте $\omega_1-\omega_2$, $A_3^{(-)}/A_{3max}^{(-)}$-*2* – резонанс – антирезонанс образца YZ-10 по длине, частота резонанса 150,95 КГц ($|Y|$ – полная проводимость образца). Справа вверху – схема включения кристалла: *1* и *2* – входы сигналов $A_1(\omega_1)$ и $A_2(\omega_2)$ соответственно, *3* – параметрический выход $A_3(\omega_3)$

ные колебания резонатора должны иметь амплитуду колебаний на суммарной частоте большую, чем на разностной.

При фиксированных частоте ω_2 и n_2 зависимость амплитуды параметрического сигнала (A_3 на частоте ω_3) от изменяющейся ω_1 должна иметь вид неравноотстоящих пиков. Максимумы A_3 имеют место при выполнении условий (1), а отсутствие частотной эквидистантности обусловлено дисперсией скорости ультразвука. По частоте параметрического резонанса ω_1 и известному n_1 можно определить скорость ультразвука по формуле (6).

$$v(\omega_1)=\omega_1 L/\pi n_1. \tag{6}$$

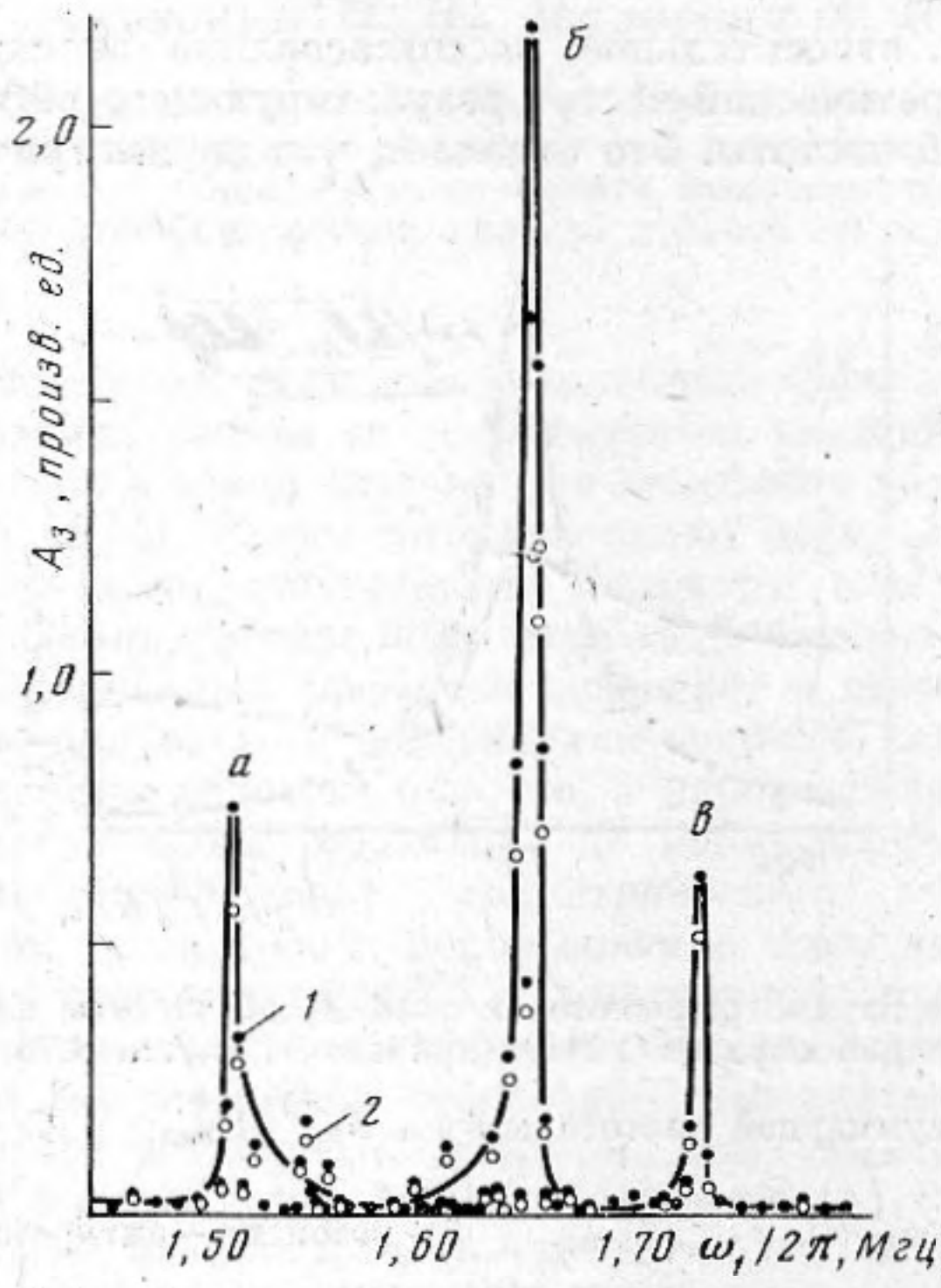
Таким образом, определяя зависимость $A_3(\omega_1)$ и последовательность ω_1 и n_1, удовлетворяющих параметрическому резонансу, можно экспериментально получить зависимость $v(\omega)$. Точность определения скорости ультразвука этим методом обусловлена точностью определения частоты резонанса и точностью измерения длины L. Преимущество данного метода заключается в том, что с помощью параметрического трехчастотного взаимодействия частота ω_1 определяется с высокой степенью точности, поскольку в области параметрического резонанса зависимость $A_3(\omega_1)$ имеет вид δ-функции.

По известным ω_1, n_1 можно также определить коэффициент дисперсии α. Так, при $n_1=m$ из формулы (2) легко получить следующую фор-

мулу для определения α по двум соседним частотам параметрического резонанса $\omega_{1,m}$ и $\omega_{1,m+1}$:

$$\alpha(\omega_{1,m})=L[L(\omega_{1,m+1}-\omega_{1,m})/\pi v_0-1]/\pi(2m+1). \quad (7)$$

Экспериментальная проверка вышеизложенного проводилась при параметрическом трехчастотном взаимодействии акустических сигналов в прямоугольных резонаторах $LiNbO_3$. Отметим, что в таком сильном пьезоэлектрике, как $LiNbO_3$, механизм нелинейного взаимодействия преимущественно связан с нелинейным пьезоэффектом [6, 7] в отличие от обычных

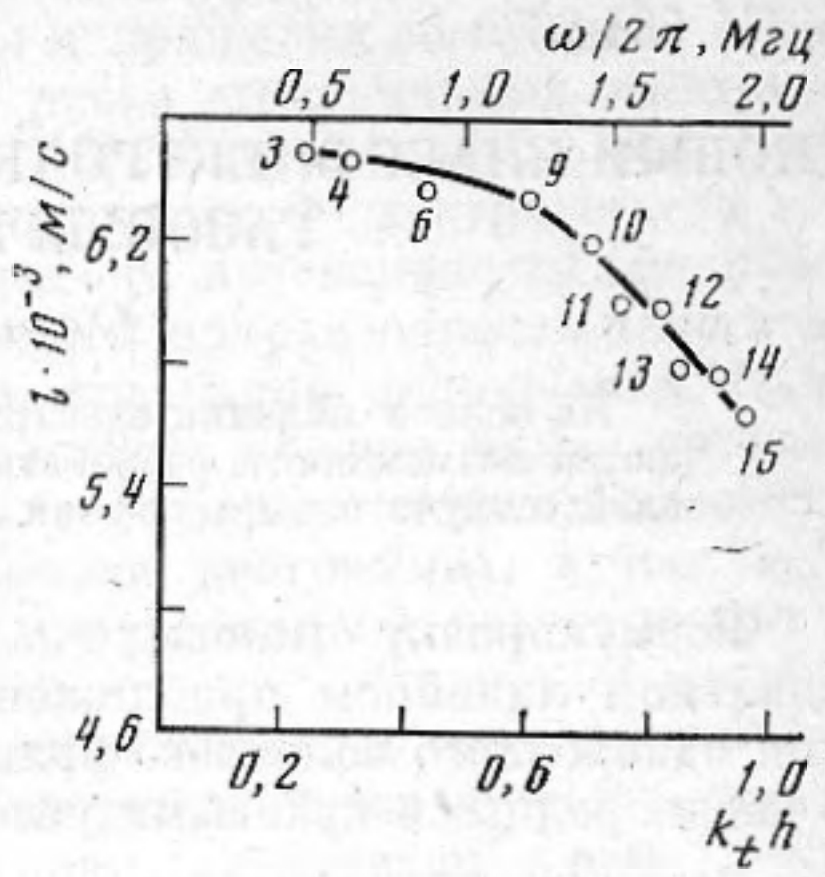


Фиг. 2. Зависимости параметрических сигналов $1-A_3^{(+)}$ и $2-A_3^{(-)}$ от частоты ω_1 при $\omega_2/2\pi=150{,}95$ КГц (продольный резонанс), *а* – $m=11$, *б* – $m=12$, *в* – $m=13$

твердых тел, где нелинейное взаимодействие обусловлено преимущественно модулями упругости третьего порядка [8]. Образцы YZ-среза имели следующие размеры: 1) образец YZ-10: длина $L=21{,}74$ мм – вдоль кристаллографической оси Z, толщина $2h=0{,}7$ мм – вдоль Y, ширина 7,44 мм – вдоль оси X; 2) образец $YZ=11$: $L=21{,}50$, $2h=0{,}7$, ширина 7,30 мм. Известно, что в тонких пластинах $LiNbO_3$, когда реализуется неравенство $\omega h/v_t \leqslant 1$ (v_t – скорость поперечных колебаний по толщине), может распространяться слабодисперсионная нулевая симметричная (s_0) волна, тип волны Лэмба. В наших образцах эта волна несколько отличается от истинной волны Лэмба, поскольку образцы имели конечную ширину, что должно сказываться на дисперсионной зависимости скорости этой моды. На образцы напылялась система электродов-преобразователей, как показано на фиг. 1. Для возбуждения волн (колебаний) с частотой ω_1 служили пьезопреобразователи, расположенные у торцевого электрода возбуждения резонатора на основной нижайшей частоте. Электрод съема параметрического сигнала (A_3) располагался на противоположном конце пластины, чтобы уменьшить электрические наводки от электродов-возбудителей.

На фиг. 1 приведена зависимость A_3 от частоты ω_2 в области $n=1$ (первый резонанс по длине). Видно, что нелинейное взаимодействие максимальное в области возбуждения упругих колебаний. Определялись так-

же зависимости A_3 от частоты ω_1 при ω_2=const как на суммарной частоте ($A_3^{(+)}$), так и на разностной ($A_3^{(-)}$). Эти результаты приведены на фиг. 2. Из фиг. 2 видно, что зависимость $A_3(\omega_1)$ имеет вид последовательности δ-образных максимумов. Разность частот между соседними максимумами (m) изменяется. Это является следствием дисперсии скорости упругих колебаний. Действительно, если $\alpha=0$, то из формулы (7) имеем $\Delta\omega=\omega_{1,m+1}-\omega_{1,m}=\pi v_0/L$ и $\Delta\omega$ не зависит от m (так должно быть для бездисперсионных объемных волн). Из фиг. 2 видно также, что амплитуда $A_3^{(+)}>A_3^{(-)}$, как предсказывает теория. Это обусловлено тем, что в эксперименте сигнал $A_{(3)}^{+}$ наблюдается при меньшей частотной расстройке от теоретической частоты идеального резонанса, чем сигнал $A_{(3)}^{-}$. По данным, аналогичным фиг. 2, по формуле (6) определялись скорости возбуждаемых упругих волн в образце. На образце YZ-11 определялись скорости при изменении n_1 от 3 до 9; а на образце YZ-10 при изменении n_1 от 10 до 15. Эти результаты приведены на фиг. 3.



Фиг. 3. Дисперсия скорости нулевой симметричной воды в резонаторе: точки *3*, *4*, *6*, *9* – образец YZ-11, точки *10–15* – образец YZ-10

Таким образом, показано, что нелинейный эффект параметрического трехчастотного взаимодействия можно использовать как новый метод акустической спектроскопии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Нелинейные явления при распространении упругих вол в твердых телах.– УФН, 1970, т. 102, № 4, с. 549–586.
2. *Пуговкин А. В., Шандров С. М.* Нелинейное взаимодействие упругих волн в акустических резонаторах.– ФТТ, 1974, т. 16, № 6, с. 1761–1765.
3. *Бурлий П. В., Кучеров И. Я., Островский И. В.* Нелинейное взаимодействие упругих волн при резонансе в акустическом волноводе.– УФЖ, 1977, т. 22, № 10, с. 1739–1741.
4. *Островский И. В., Половина А. И.* Акустическая корреляция в пьезоэлектрической пластине-резонаторе.– ФТТ, 1978, т. 20, № 11, с. 3430–3432.
5. *Островский Л. А., Папилова И. А., Сутин А. М.* Параметрическая генерация и усиление акустических волн в кольцевом резонаторе на твердом теле.– ЖТФ, 1973, т. 43, № 10, с. 2213–2215.
6. *Nelson D. F.* Three-field electroacoustic parametric interaction in piezoelectric crystals.– J. Acoust. Soc. Amer., 1978, v. 64, № 3, p. 891–895.
7. *Nelson D. F.* Acoustic wave mixing in piezoelectric crystals.– J. Acoust. Soc. Amer., 1978, v. 64, № 2, p. 652–664.
8. *Пятаков П. А., Лямов В. Е.* Нелинейное взаимодействие объемных и поверхностных упругих волн в кристаллах.– ФФТ, 1975, т. 17, № 3, с. 752–761.

Киевский государственный
университет
им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию
4.XI.1980