АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3

УДК 534.2

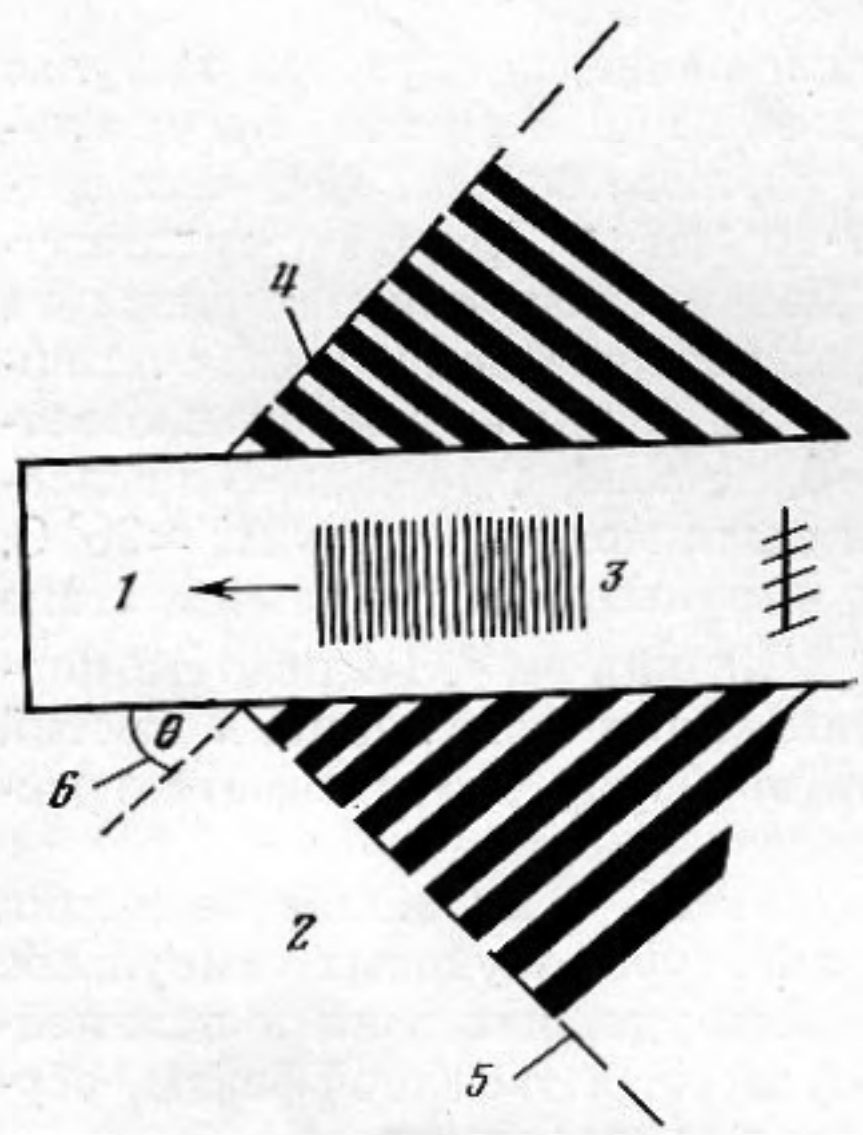
ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ В ЖИДКОСТИ ОТ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ СТЕРЖНЯ, В КОТОРОМ РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ ОГРАНИЧЕННЫЙ ПУЧОК ПОПЕРЕЧНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

Буров В. А., Красильников В. А., Павлов В. И.

Обсуждается вопрос о распределении звукового поля в жидкости вблизи плоской границы стержня, в котором распространяется акустический импульс. Дается объяснение наблюдаемой картины поля.

В работах [1, 2] методом Теплера получены интересные фотографии звукового поля как внутри прозрачного стеклянного стержня, так и в воде, в которую помещен этот стержень. Пьезокварцевая пластинка Y-среза генерировала поперечные ультразвуковые волны (частота 2,9 МГц); использовался как непрерывный, так и импульсный режим.

На фотографиях [1, 2] видно, что в воде визуализируется звуковое поле, представляющее собой совокупность лучей; на фиг. 1 схематически показана получающаяся при этом картина в случае импульсного режима. Автор называет звуковое поле в воде боковым излучением; причина его возникновения до сего времени четко не обсуждалась.



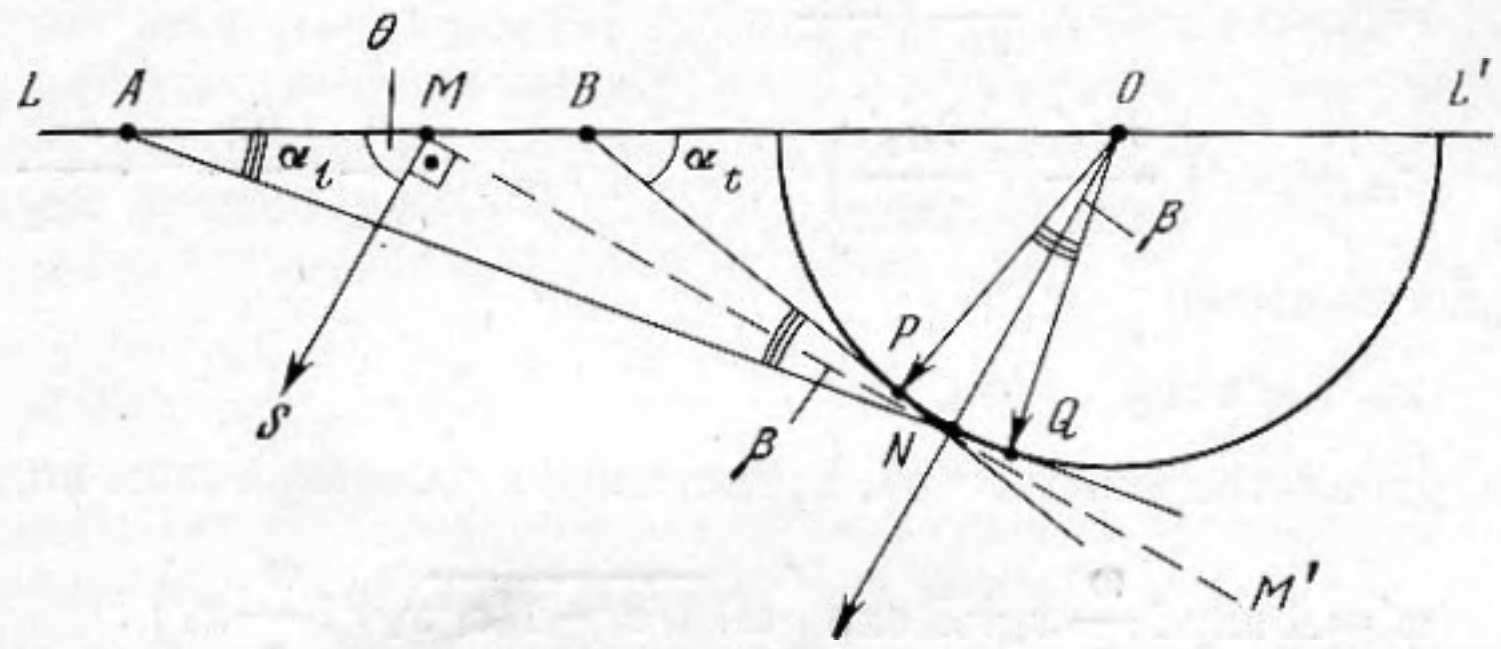
Фиг. 1. Геометрия задачи: *1* – стеклянный стержень, *2* – вода, *3* – ультразвуковой пучок поперечных волн частоты 2,9 МГц, *4* – «боковое излучение» в воде отдельных «лучей», *5* – фронт «бокового излучения», *6* – угол θ, образуемый фронтом «бокового излучения» и поверхностью стержня

Здесь мы дадим элементарное объяснение полученной в работах [1, 2] картине звукового поля в жидкости. Объяснение это заключается в том, что в ультразвуковом пучке поперечных волн в стержне наряду с поперечными волнами всегда присутствует компонента продольных волн, что является следствием как частичной генерации продольных волн кварцевой пластинкой Y-среза, так и краевыми эффектами, имеющими место на границе пучка.

Таким образом, мы считаем, что по плоской границе стержня, помещенного в воду, бегут источники, связанные с поперечными и продольными волнами, со скоростями соответственно c_t и c_l. То обстоятельство, что между границей пучка и поверхностью стержня поперечные волны не визуализируются, связано, очевидно, с малостью упруго-оптической постоянной стекла по сравнению с водой и малостью интенсивности волн, доходящих до границы стержня. Как любезно сообщил нам автор работ [1, 2], если пучок одновременно продольных и поперечных волн одной и той же частоты по сечению заполняет весь стержень, картина «бокового излучения» становится значительно более отчетливой, что соответствует нашему предположению.

На фиг. 2 представлено геометрическое построение, поясняющее возникающую специфическую интерференционную волновую картину в воде, полностью объясняющую эффект, названный автором [1, 2] «боковым

излучением». На этой фигуре $AO=c_l\tau$ и $BO=c_t\tau$ — расстояния, проходимые соответственно продольными и поперечными волнами вдоль поверхности стержня от точки O за время τ, $OP=OQ=c\tau$ — расстояния от этой точки, проходимые возникающей волной в воде; c — скорость звука в воде. Угол $\pi/2-\theta$ образован фронтом результирующего возмущения MM' с плоскостью стержня LL', углы $\alpha_l=\arcsin(c/c_l)$ и $\alpha_t=\arcsin(c/c_t)$ — углы для фронтов излучения AN и BN соответственно от источников, порожденных возмущениями от продольных и поперечных волн. Из чисто геометрических соображений из фиг. 2 следует, что угол $\theta=\pi/2-(\alpha_l+\alpha_t)/2$. Действи-



Фиг. 2. Геометрическое построение, поясняющее интерференцию волн в воде

тельно, вектор **NO**, характеризующий направление распространения фронта MM', направлен по биссектрисе угла $\beta=\angle POQ$, и поскольку $PO\perp BN$, $OQ\perp AN$, то MN делит угол BNA (очевидно, равный β) пополам. Замечая из треугольника ABN, что $\beta=\alpha_l-\alpha_t$, и учитывая, что $SM\parallel NO$ и $SM\perp MM'$, получаем $\alpha_l+(\alpha_t-\alpha_l)/2+\pi/2+\theta=\pi$, откуда и следует искомое соотношение.

Для условий эксперимента [2] имеем $c_t=3{,}8\cdot10^5$ см/с, $c_l=5{,}97\cdot10^5$ см/с, $c=1{,}48\cdot10^5$ см/с. Это соответствует углу $\theta=71°25'$, что совпадает с результатами эксперимента, который дает для этого угла величину $72°30\pm3°$.

«Лучевая» картина «бокового излучения» (фиг. 1) также объясняется интерференцией, о чем будет сказано ниже. Рассмотрим эту задачу подробнее, полагая, как и выше, что в стержне, помещенном в воду, бегут плоские поперечные и продольные волны в направлении оси X_1; ось X_2 направлена перпендикулярно поверхности стержня. В твердом теле компоненты вектора смещения (u_i') удовлетворяют уравнению (см., например, [3], с. 132)

$$c_t^2\Delta u_i'+(c_l^2-c_t^2)\nabla\operatorname{div}u_i'+\omega^2u_i'=0. \tag{1}$$

В жидкости аналогичное уравнение для компонент вектора смещения (u_i'') записывается в виде

$$c^2\nabla\operatorname{div}u_i''+\omega^2u_i''=0, \tag{2}$$

причем следует иметь в виду, что компоненты u_i' не являются независимыми. Отметим, что, поскольку для звуковых волн в жидкости $\operatorname{rot}\mathbf{u}''=0$, вектор смещения можно выразить через скалярный потенциал φ''; $u_i''=\partial\varphi''/\partial x_i$. Для волн же в твердом теле имеем

$$u_1'=\frac{\partial\varphi'}{\partial x_1}-\frac{\partial\psi}{\partial x_2},\qquad u_2'=\frac{\partial\varphi'}{\partial x_2}+\frac{\partial\psi}{\partial x_1}, \tag{3}$$

где в рассматриваемой плоской задаче ψ — отличная от нуля компонента векторного потенциала. После подстановки (3) в (1) видим, что (1) тождественно удовлетворяется, если положить

$$c_l^2\Delta\varphi'+\omega^2\varphi'=0,\qquad c_t^2\Delta\psi+\omega^2\psi=0. \tag{4}$$

В жидкости соответственно

$$c^2\Delta\varphi''+\omega^2\varphi''=0.$$

Интересующие нас компоненты тензора напряжений связаны с компонентами тензора деформаций соотношением ([3], с. 135)

$$\sigma_{ik}=2\rho c_t^2 u_{ik}+\rho(c_l^2-2c_t^2)u_{ll}\delta_{ik}.$$

Выраженные через потенциалы φ', ψ компоненты тензора σ_{ik} принимают вид:

$$\sigma_{22}'=\rho c_l^2\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2'}{\partial x_2}\right)-2\rho c_t^2\frac{\partial u_1'}{\partial x_1}=$$

$$=\rho c_l^2\Delta\varphi'-2\rho c_t^2\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial x_1}-\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\right),$$

$$\sigma_{12}'=\rho c_t^2\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2'}{\partial x_1}\right)=\rho c_t^2\Delta\psi+2\rho c_t^2\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial x_1}-\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\right).$$

Для жидкости имеем

(5) $$\sigma_{22}''=\tilde{\rho}c^2\Delta\varphi'',\quad \sigma_{12}''=0.$$

Решения, удовлетворяющие (4), представим в симметричном виде:

$$\varphi'=A\exp i\frac{\omega}{c_l}x_1+B\exp\left(\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}x_2+i\frac{\omega}{c_t}x_1\right),$$

$$\psi=C\exp i\frac{\omega}{c_t}x_1+G\exp\left(i\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}x_2-\frac{\omega}{c_l}x_1\right),$$

которые отражают возможность существования как однородных, так и неоднородных волн в исследуемом образце. Значения коэффициентов A, B, C, G определяются после подстановки выписанных выражений для φ', ψ в граничные условия. Следует только иметь в виду, что, предполагая отсутствие решения типа бегущей волны вдоль оси X_2, можно в последующих расчетах коэффициент G положить равным нулю. Тогда

$$\sigma_{22}'=-\rho\omega^2\left\{A\exp i\frac{\omega}{c_l}x_1+B\exp\left(\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}x_2+i\frac{\omega}{c_t}x_1\right)\right\}-$$

$$-2\rho c_t^2\left\{-\frac{\omega^2}{c_l^2}A\exp i\frac{\omega}{c_l}x_1-\frac{\omega^2}{c^2}B\exp\left(\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}x_2+i\frac{\omega}{c_t}x_1\right)\right\},$$

$$\sigma_{12}'=-\rho\omega^2C\exp i\frac{\omega}{c_t}x_1+i2\rho c_t^2\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}\frac{\omega}{c_t}B\times$$

$$\times\exp\left(\omega\sqrt{1/c_t^2-1/c_l^2}x_2+i\frac{\omega}{c_t}x_1\right),$$

$$\sigma_{22}''=-\tilde{\rho}\omega^2\varphi''=-\tilde{\rho}\omega^2\{D\exp i\mathbf{k}_l\mathbf{x}+E\exp i\mathbf{k}_t\mathbf{x}\},$$

где

$$\mathbf{k}_l=\frac{\omega}{c}\left\{\frac{c}{c_l},\sqrt{1-\frac{c^2}{c_l^2}},0\right\},$$

$$\mathbf{k}_t=\frac{\omega}{c}\left\{\frac{c}{c_t},\sqrt{1-\frac{c^2}{c_t^2}},0\right\}.$$

Граничные условия

$$\sigma_{22}'|_{x_2=0}=\sigma_{22}''|_{x_2=0},\quad \sigma_{12}'|_{x_2=0}=0$$

приводят к следующим условиям, накладываемым на неизвестные пока коэффициенты $A-E$.

$$-\rho A+2\rho\frac{c_t^2}{c_l^2}A=-\tilde{\rho}D,$$

$$-\rho B+2\rho B=-\tilde{\rho}E,$$

$$-C+i2B\sqrt{1-c_t^2/c_l^2}=0,$$

т. е.

$$D=-\frac{\rho}{\tilde{\rho}}A\left(2\frac{c_t^2}{c_l^2}-1\right),\quad E=\frac{-\rho}{\tilde{\rho}}B=i\frac{\rho}{2\tilde{\rho}}\frac{C}{\sqrt{1-c_t^2/c_l^2}}.$$

Таким образом, распространяющиеся в твердом теле волны сопровождаются в жидкости движущимся распределением напряжений

$$p'=-\rho\omega^2A\left(2\frac{c_t^2}{c_l^2}-1\right)\exp i\mathbf{k}_l\mathbf{x}+i\rho\omega^2\frac{C}{2\sqrt{1-c_t^2/c_l^2}}\exp i\mathbf{k}_t\mathbf{x}. \tag{6}$$

Суперпозиция этих напряжений, соответствующих излучаемым с поверхности твердого тела в направлениях (характеризуемых векторами $\mathbf{k}_l$ и $\mathbf{k}_t$) звуковых волн, формирует «муар». «Муар» ориентирован в направлении, определяемом вектором $\mathbf{k}_l+\mathbf{k}_t$, который образует угол θ фиг. 2, который легко находится геометрическим построением:

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{c_l\sqrt{c_t^2/c^2-1}+c_t\sqrt{c_l^2/c^2-1}}{c_l+c_t}. \tag{7}$$

Из геометрических соображений нетрудно показать, что угол θ совпадает с приведенным в начале статьи значением $\theta=\pi/2-(\alpha_t+\alpha_l)/2$.

Поскольку имеет место равенство $|\mathbf{k}_l|=|\mathbf{k}_t|=\omega/c$ и векторы $\mathbf{k}_t+\mathbf{k}_l$ и $\mathbf{k}_t-\mathbf{k}_l$ взаимно перпендикулярны, должны возникать пространственные биения, период которых равен $\Delta L=2\pi/|\mathbf{k}_t-\mathbf{k}_l|$. Очевидно, также, что $|\mathbf{k}_t-\mathbf{k}_l|=\frac{1}{\sin\theta}(\omega/c_t-\omega/c_l)=2\pi/\Delta L$. Поскольку длины волн в твердом теле определяются как $\lambda_{l,t}=2\pi c_{l,t}/\omega$, то для пространственного периода модуляции ΔL получим

$$\Delta L=\frac{\lambda_l\lambda_t}{\lambda_t-\lambda_l}\sin\theta\simeq\frac{\lambda_l\lambda_t}{\lambda_t-\lambda_l}, \tag{8}$$

поскольку в рассматриваемом случае $\sin\theta\simeq0{,}95$. Существованием пространственных биений и объясняется появление на фотографиях автора [2] отдельных «лучей» в виде гребенки (см. фиг. 1), возникающих вследствие различия скоростей c_t и c_l волн на границе стержня. Значение ΔL также совпадает с экспериментальными данными автора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Макаров В. И.* Пространственно-модулированное боковое излучение ультразвукового пучка в твердом теле.– Акуст. ж., 1972, т. 18, № 2, с. 325–336.
2. *Макаров В. И.* Боковое излучение поперечных волн ультразвуковыми пучками в твердых телах.– Акуст. ж., 1974, т. 20, № 5, с. 794–796.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова,
кафедра акустики

Поступила в редакцию
24.III.1981