АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 4

УДК 534.21

О ЗАТУХАНИИ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

Кузнецов В. П.

Рассматриваются процессы неупругого рассеяния звуковых волн турбулентным вихревым полем скорости при малых числах Рейнольдса. Получено дисперсионное уравнение для когерентной части звукового поля. Вычислен декремент поглощения звука в однородной изотропной стационарной турбулентной среде с гауссовым спектром пульсаций.

Как отмечено в работе [1], турбулентность влияет на распространение звуковых волн двояким образом. Во-первых, наличие турбулентных пульсаций температуры приводит к флуктуациям скорости звука. Во-вторых, звуковые волны увлекаются движениями среды и поэтому турбулентное движение вносит дополнительные случайные искажения в поле звуковой волны. В общем случае и сама звуковая волна в свою очередь возмущает турбулентность. Однако в существующих теориях обратным воздействием звука на вихревое поле скорости, как правило, пренебрегается, т. е. рассматривается приближение заданной турбулентности, и поэтому не учитывается обмен энергией между потенциальной и вихревой модами. Очевидно, что в приближении заданной турбулентности игнорируются процессы неупругого рассеяния звуковой волны или процессы поглощения звука турбулентностью.

Чтобы полностью разделить вихревую и потенциальную моды, представим полное поле скоростей в виде суммы вихревой и потенциальной компонент

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{r})=\mathbf{v}(t,\mathbf{r})-\nabla\varphi(t,\mathbf{r}),\ \operatorname{div}\mathbf{v}(t,\mathbf{r})=0.$$

В этих переменных система уравнений, описывающая взаимодействия типа «вихрь-вихрь», «вихрь-звук» и «звук-звук», может быть представлена в виде

$$(1)\qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-c^2\Delta\left(\varphi+B\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)^2+a\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\Delta^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha\partial x_\beta}\left(v_\alpha v_\beta-2v_\alpha\frac{\partial\varphi}{\partial x_\beta}\right)\right],$$

$$(2)\qquad \left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu\Delta\right)v_i=X_i+\Delta_{i\alpha}\left[e_{\alpha\beta}\frac{\partial\varphi}{\partial x_\beta}-\frac{\partial}{\partial x_\beta}(v_\alpha v_\beta)\right],$$

где c – скорость звука; $b=\dfrac{1}{\rho_0c^2}\left[\dfrac{4}{3}\eta+\zeta+\varkappa\left(\dfrac{1}{c_v}-\dfrac{1}{c_p}\right)\right]$ – коэффициент затухания звука; ρ_0 – невозмущенная плотность; η, ζ и $\varkappa$ – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости и теплопроводности соответственно, c_v и c_p – теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно, $a=(\gamma-1)/2c^2$, $\gamma=c_p/c_v$, Δ^{-1} – интегральный оператор, обратный оператору Лапласа; $\nu=\eta/\rho_0$, X_i – компоненты внешних сил; $\Delta_{i\alpha}=\delta_{i\alpha}-\Delta^{-1}\partial^2/\partial x_i\partial x_\alpha$, $\delta_{i\alpha}$ – символ Кронекера; $e_{\alpha\beta}=\partial v_\alpha/\partial x_\beta-\partial v_\beta/\partial x_\alpha$; по дважды повторяющимся индексам производится суммирование $i,\alpha,\beta=1,2,3$.

Для изучения процесса поглощения звука турбулентностью представим $\mathbf{v}(t,\mathbf{r})$ в виде

$$(3)\qquad \mathbf{v}(t,\mathbf{r})=\mathbf{v}'(t,\mathbf{r})+\delta\mathbf{v}(t,\mathbf{r}),\ |v'|\gg|\delta v|,$$

где $\mathbf{v}'(t, \mathbf{r})$ — невозмущенное вихревое поле скорости, $\delta\mathbf{v}(t, \mathbf{r})$ — возмущение вихревого поля скорости, обусловленное наличием звука. Подставляя (3) в систему уравнений (1) и (2), линеаризуя и опуская несущественные для поставленной задачи эффекты, получим для случая малых чисел Рейнольдса турбулентного движения систему уравнений для $\varphi(t, \mathbf{r})$ и $\delta\mathbf{v}(t, \mathbf{r})$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - c_0^2\Delta\left(\varphi + b\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = 2\frac{\partial}{\partial t}\Delta^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}(v_\alpha'\delta v_\beta),$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu\Delta\right)\delta v_i = \Delta_{i\alpha}\left(e_{\alpha\beta}'\frac{\partial\varphi}{\partial x_\beta}\right).$$

Далее, выполняя преобразование Фурье в соответствии с техникой метода среднего поля [2], получим дисперсионное уравнение для когерентной части волнового поля

$$k^2(1 - i\omega b) - \frac{\omega^2}{c_0^2} = \frac{2i}{\omega}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\mathbf{q}\cdot\mathbf{k})(\mathbf{q}-\mathbf{k})^2}{(-i\Omega + \nu q^2)q^2}k_i k_j F_{ij}(\Omega - \omega, \mathbf{q} - \mathbf{k})\,d^3\mathbf{q}\,d\Omega,$$

где ω — частота, $\mathbf{k}$ — волновой вектор, $F_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ — спектральный тензор турбулентных пульсаций вихревой компоненты однородного случайного поля скорости $\mathbf{v}'(t, \mathbf{r})$

$$\langle v_i'^*(\omega, \mathbf{k})v_j'(\omega_1, \mathbf{k}_1)\rangle = F_{ij}(\omega, \mathbf{k})\delta(\omega - \omega_1)\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1).$$

Для изотропной стационарной турбулентности с гауссовым спектром пульсаций дисперсионное уравнение имеет вид

$$\omega^2 = c_0^2k^2\left\{1 + M^2\exp\left(-\frac{1}{2}k^2L^2\right) - i\omega\left[b + \frac{4\nu M^2}{\omega^2 L^2}\exp\left(-\frac{1}{2}k^2L^2\right)\right]\right\}$$

где $M^2 = \langle v'^2\rangle / c_0^2$; L — масштаб турбулентности. Откуда при $kL \ll 1$ мнимая часть эффективного волнового числа

$$k' \simeq \frac{\omega^2 b}{2c_0} + \frac{2\nu}{c_0 L^2}M^2.$$

Таким образом, в однородной, изотропной и мелкомасштабной ($kL < 1$) турбулентной среде низкочастотные ($\omega < 2v'/L$) звуковые волны испытывают дополнительное поглощение, не зависящее от частоты волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Монин А. С.* Некоторые особенности рассеяния звука в турбулентной атмосфере.— Акуст. ж., 1961, т. 1, № 4, с. 457–461.
2. *Howe M. S.* On wave scattering by random inhomogeneities, with application to the theory of week bores.— J. Fluid Mech., 1971, v. 45, № 4, p. 785–804.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23.XII.1980