АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

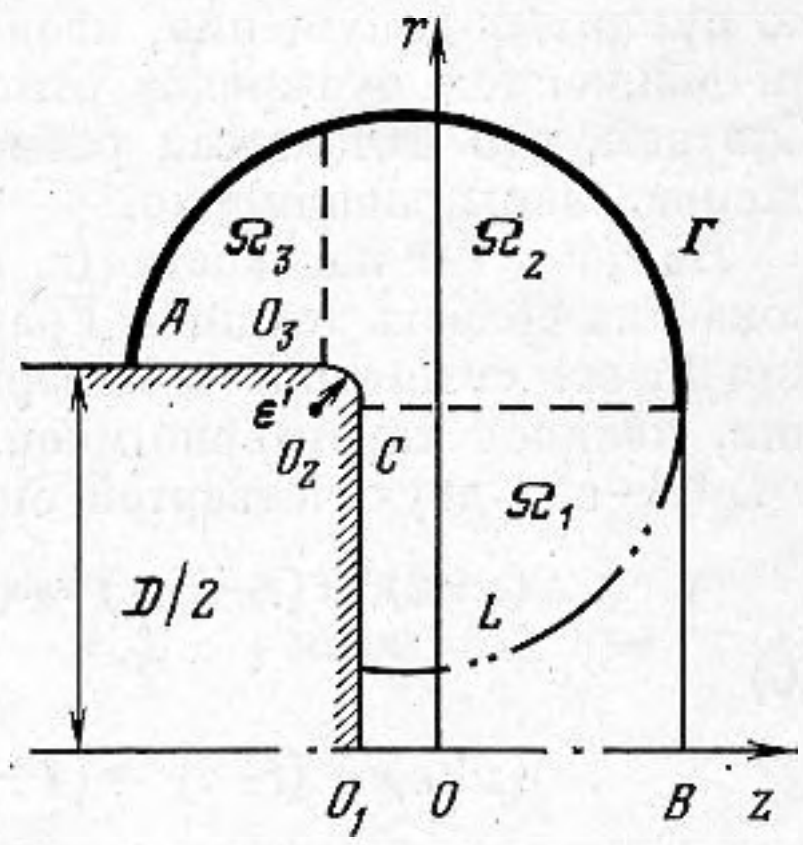
Том XXVIII 1982 Вып. 4

ГЕНЕРАЦИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН ОСЕСИММЕТРИЧНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ В РЕЖИМЕ КАВИТАЦИИ

Плаксин С. И.

На основе двухфазной модели рассмотрено распространение ультразвуковой волны вблизи осесимметричного излучателя. Показано, что наличие кавитации приводит к уменьшению средней величины интенсивности излучения по сравнению с расчетом по однофазной жидкости. Расчет ограничивался моментом захлопывания пузырьков.

Реальная жидкость в своем естественном состоянии всегда содержит свободный газ в виде пузырьков размером 10^{-3}—10^{-5} см и объемной концентрацией 10^{-8}—10^{-12} [1]. Возникновение в реальной жидкости растягивающих напряжений приводит к увеличению пузырьков и развитию кавитации. Наличие же кавитационных пузырьков в жидкости, как следует из экспериментальных исследований излучения звука при кавитации [2—4], существенно меняет ее физические свойства. При этом излучение звука в жидкость при наличии кавитации будет иным, нежели излучение в исходную жидкость. Динамика кавитационной области определяет структуру результирующего звукового поля и накладывает ограничения на его параметры в связи с необходимостью затрат энергии на ее образование. Поэтому важным моментом решения задачи об излучении звука в кавитирующую жидкость является создание модели, позволяющей описывать указанные процессы.



Фиг. 1. Схематическое изображение осесимметричного преобразователя и области течения в плоскости (z, r)

Рассмотрение реальной жидкости как двухфазной среды применительно к исследованию динамики зоны кавитации при подводном взрыве предложен в [5, 6]. В настоящей работе на основе этого подхода численно исследуется процесс генерации ультразвуковых волн осесимметричным преобразователем в режиме кавитации. Структура ультразвуковых волн, генерируемых поршнем, в одномерной постановке при наличии кавитации рассмотрена в [7, 8].

Рассмотрим осесимметричный преобразователь в виде полубесконечного цилиндрического стержня, который совершает колебания вдоль своей оси симметрии. Учитывая, что контур полигонального тела имеет в угловой точке отличный от нуля радиус кривизны, примем радиус скругления кромки торца преобразователя равным ε' (см. фиг. 1). Как отмечалось выше, считаем реальную жидкость двухфазной средой, состоящей из жидкости и пузырьков газа. Пусть в неограниченной массе первоначально покоящейся реальной жидкости с объемной концентрацией свободного газа K_0, распределенного в виде пузырьков радиуса R_0, движется излучатель по заданному закону $z'=ac_0(\cos(\omega t)-1)/\omega$ (z', r', θ — размерные цилиндрические координаты, a — безразмерная амплитуда скорости, c_0 — скорость звука в однофазной жидкости, ω — круговая частота колебаний). Движение двухфазной среды является осесимметричным и с точностью до первого порядка по объемной концентрации газа K описывается системой законов сохранения массы, импульса, числа пузырьков и энергии [9, 10]. Вводя безразмерные переменные $t'=t2\pi/\omega$, $\lambda=2\pi c_0/\omega$, $z'=z\lambda$, $r'=$

$=r\lambda$, $u'=uc_0$, $v'=vc_0$, $\rho'=\rho\rho_0'(p_0')$, $p'=p\rho_0'(p_0')c_0^2$ $p_0'=p_0\rho_0(p_0')c_0^2$, $R'=RR_0$, $S'=Sc_0^2$, $\rho_0'=\rho_0\rho_0'(p_0')$, запишем эту систему в виде

$$\partial\rho/\partial t+\operatorname{div}\rho\mathbf{v}=0, \tag{1}$$

$$\rho(\partial\mathbf{v}/\partial t+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v})+\nabla p=0, \tag{2}$$

$$\partial K/\partial t+(\mathbf{v}\nabla)K+K\operatorname{div}\mathbf{v}=6\pi KS/\mu\Omega R, \tag{3}$$

$$\partial R/\partial t+(\mathbf{v}\nabla)R=2\pi S/\mu\Omega, \tag{4}$$

$$\partial S/\partial t+(\mathbf{v}\nabla)S=f_1, \tag{5}$$

$$f_1=2\pi\mu(R^{-3\gamma-1}-We/R^2)/\Omega-2\pi(p+3S^2/2)/R\mu\Omega,$$

$$\rho=(1-K)\rho_0(p),\quad \rho_0(p)=1+p-p_0,\quad \mathbf{v}\nabla=u\partial/\partial z+v\partial/\partial r,$$

где p, p_0, u, v, ρ — среднее текущее и начальное давления, проекции вектора скорости $\mathbf{v}$ на ось z и плоскость, перпендикулярную этой оси, и плотность в среде; S — радиальная скорость пульсации пузырьков; R — радиус пузырьков, $\rho_0(p)$ — плотность жидкой компоненты среды, рассматриваемая в акустическом приближении; $P_*=p_0'+2\sigma/R_0$, $\omega_0=(P_*/\rho_0'(p_0'))^{1/2}/R_0$, σ — коэффициент поверхностного натяжения, $\mu=R_0\omega_0/c_0$, $\Omega=\omega/\omega_0$, $We=2\sigma/R_0P_*$, $\varepsilon'=\varepsilon\lambda$, $D=2l\lambda$, D — диаметр излучателя, γ — показатель адиабаты газа (штрихи относятся к размерным величинам). Кроме обычно принятых допущений, используемых при выводе системы, пренебрегаем движением пузырьков относительно жидкости и массой газа в них. Считаем, что начальный размер пузырьков одинаков и в жидкости они распределены равномерно.

На фиг. 1 в плоскости (z, r) в фиксированный момент времени $t>0$ показана область течения. Границами ее являются фронт волны разрежения Г, ось симметрии и поверхность излучателя. Фронт волны разрежения, являясь характеристикой, состоит из отрезка прямой $z=(1+m_0)t$, $0\leqslant r\leqslant l-\varepsilon$ и двух четвертей окружностей, уравнения которых суть

$$(z+\varepsilon)^2+(r-l+\varepsilon)^2=(\varepsilon+(1+m_0)t)^2,$$

$$(z+\varepsilon)^2+(r-l)^2=(1+m_0)^2t^2, \tag{6}$$

где $m_0=K_0/(1-K_0)$. Таким образом, задача об излучении звука осесимметричным преобразователем сводится к решению гиперболической системы (1) — (5) в указанной области при следующих граничных и начальных условиях:

$$\Gamma:\ u=v=S=0,\quad R=1,\quad p=p_0,\quad K=K_0,\quad O_1C:\ u=-a\sin(2\pi t),$$

$$O_3C:\ u\cos\varphi+v\sin\varphi=-a\sin(2\pi t)\cos\varphi,\quad 0\leqslant\varphi\leqslant\pi/2, \tag{7}$$

$$AO_3,\quad O_1B:\ v=0,\quad u=v=S=0,\quad R=1,\quad p=p_0,\quad K=K_0\ \text{при}\ t=0.$$

Используя зависимость между плотностью среды и концентрацией, из уравнений (1), (3), (4) получим

$$(\partial/\partial t+\mathbf{v}\nabla)\ln((1-K)(1+p-p_0)R^3/K)=0$$

Интегрируя последнее уравнение с учетом условий на Г, находим концентрацию

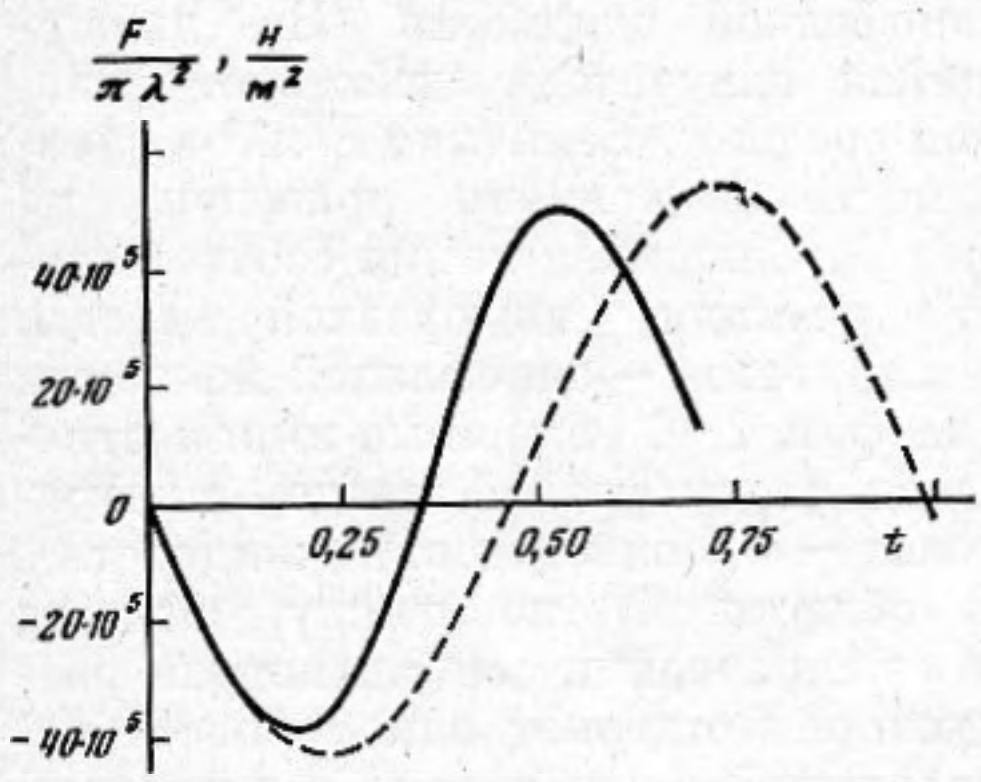
$$K=m_0R^3(1+p-p_0)/(1+m_0(1+p-p_0)R^3) \tag{8}$$

Разделим область течения на три области Ω_i, $i=1, 2, 3$ (см. фиг. 1). В каждую из этих областей введем подвижную систему координат с центром в точке O_i следующим образом:

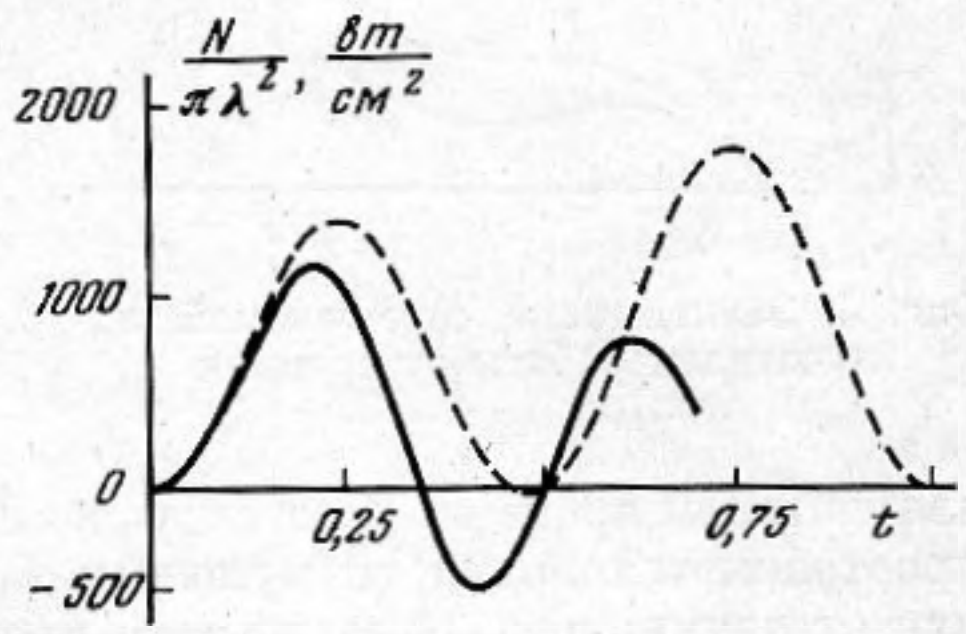
$$\Omega_1:\ z_1=z+g(t),\quad r_1=r-l+\varepsilon,$$

$$\Omega_i:\ \rho_i\cos\varphi=z+g(t)+\varepsilon,\quad \rho_i\sin\varphi=r-l+\varepsilon_i,\quad i=2, 3,$$

где $g(t)=a(1-\cos(2\pi t))/2\pi$ (здесь и ниже $\varepsilon_2=\varepsilon$, $\varepsilon_3=0$, при $i=2$ $0\leqslant\varphi\leqslant\pi/2$, при $i=3$ $\pi/2\leqslant\varphi\leqslant\pi$). В этих переменных (6) переписываются следующим образом $\rho_i=g(t)\cos\varphi+(\varepsilon_i+(1+m_0)t)$: $(1-g^2(t)\sin^2\varphi/$ $/(\varepsilon_i+(1+m_0)t)^2)^{1/2}$, $i=2, 3$. Ввиду малости a, $g^2(t)\sin^2\varphi/(\varepsilon_i+(1+m_0)t)^2\ll 1$. Поэтому пренебрегаем в подкоренном выражении этой величиной. Для



Фиг. 2. Зависимость силы реакции среды F от времени



Фиг. 3. Зависимость интенсивности излучения от времени

численного решения удобно перейти к областям с фиксированными границами путем растяжения переменных

$$\Omega_1:\ x=z_1/q_1(t),\quad y=r_1/(l-\varepsilon),$$

$$\Omega_i:\ x=(\rho_i-\varepsilon_i)/q(t,\varphi),\quad i=2, 3,$$

где $q_1(t)=(1+m_0)t+g(t)$, $q(t,\varphi)=(1+m_0)t+g(t)\cos\varphi$. В области $0\leqslant x\leqslant 1$, $-1\leqslant y\leqslant 0$, соответствующей Ω_1, система (1) – (5) с учетом (8) принимает вид

$$\frac{D\mathscr{P}}{Dt}+\frac{G}{q_1}\frac{\partial u}{\partial x}+G\frac{\partial V}{\partial y}=\frac{6\pi m_0R^2S\exp(\mathscr{P})}{\mu\Omega}-\frac{VG}{1+y},$$

$$\frac{Du}{Dt}+\frac{G}{q_1}\frac{\partial\mathscr{P}}{\partial x}=0, \tag{9}$$

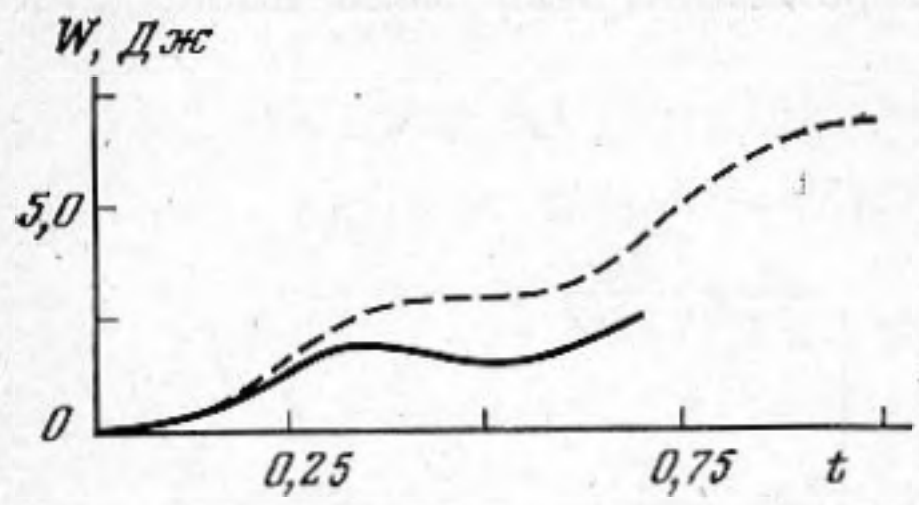
$$\frac{DV}{Dt}+\frac{G}{(l-\varepsilon)^2}\frac{\partial\mathscr{P}}{\partial y}=0,\qquad \frac{DR}{Dt}=\frac{2\pi S}{\mu\Omega},\qquad \frac{DS}{Dt}=f_1,$$

где $\mathscr{P}=\ln(1+p-p_0)$, $V=v/(l-\varepsilon)$, $G=1+m_0R^3\exp(\mathscr{P})$ $D/Dt=\partial/\partial t+$ $+((u+a\sin(2\pi t)-x(1+m_0+a\sin(2\pi t)))/q_1)\partial/\partial x+V\partial/\partial y$. В области $0\leqslant x\leqslant 1$, $0\leqslant\varphi\leqslant\pi/2$ ($\pi/2\leqslant\varphi\leqslant\pi$), соответствующей Ω_2 (Ω_3), система (1) – (5) с учетом (8) имеет аналогичный вид. На общих границах рассматриваемых областей ($\varphi=0$, $\varphi=\pi/2$) необходимо выполнить условия совместности соответствующих искомых функций.

Краевая задача (7), (9) решалась численно. Использовался метод расщепления [11], основанный на неявной схеме, имеющей второй порядок аппроксимации по пространственным переменным и первый порядок по времени. Число узлов сетки в направлении x равнялось 50, в направлении y и φ – 20 в каждой из областей.

Результаты расчета, проведенного до момента захлопывания пузырьков, приведены на фиг. 2–6. Все количественные данные соответствуют следующим параметрам излучателя и среды: $p_0'=10^5$ н/м²; $c_0=$ $=1{,}5\cdot10^5$ см/с; $K_0=10^{-8}$; $R_0=10^{-3}$ см; $\gamma=1{,}4$; $\sigma=75$ дин/см; $\varepsilon=0{,}1$; $D/\lambda=2$;

$\rho_0'(p_0')=10^3$ кг/м^3. Скорость излучателя изменялась по синусоидальному закону с амплитудой, равной 333 см/с, и частотой $f=20$ кГц ($\omega=2\pi f$). При этом $a=2{,}22\cdot10^{-3}$. Опишем процесс, протекающий в кавитационной области, и приведем изменения силы реакции, интенсивности излучения и звукового давления по сравнению с расчетом этих же величин в случае однофазной жидкости. На движущийся излучатель действует реакция среды F. Величина $F/\pi\lambda^2$ в зависимости от времени приведена на фиг. 2. Сплошная линия соответствует реакции двухфазной среды, а штриховая — однофазной жидкости (на фиг. 2—6 сплошные линии относятся к двухфазной среде, а штриховые — к однофазной жидкости).



Фиг. 4. Зависимость совершаемой излучателем работы от времени

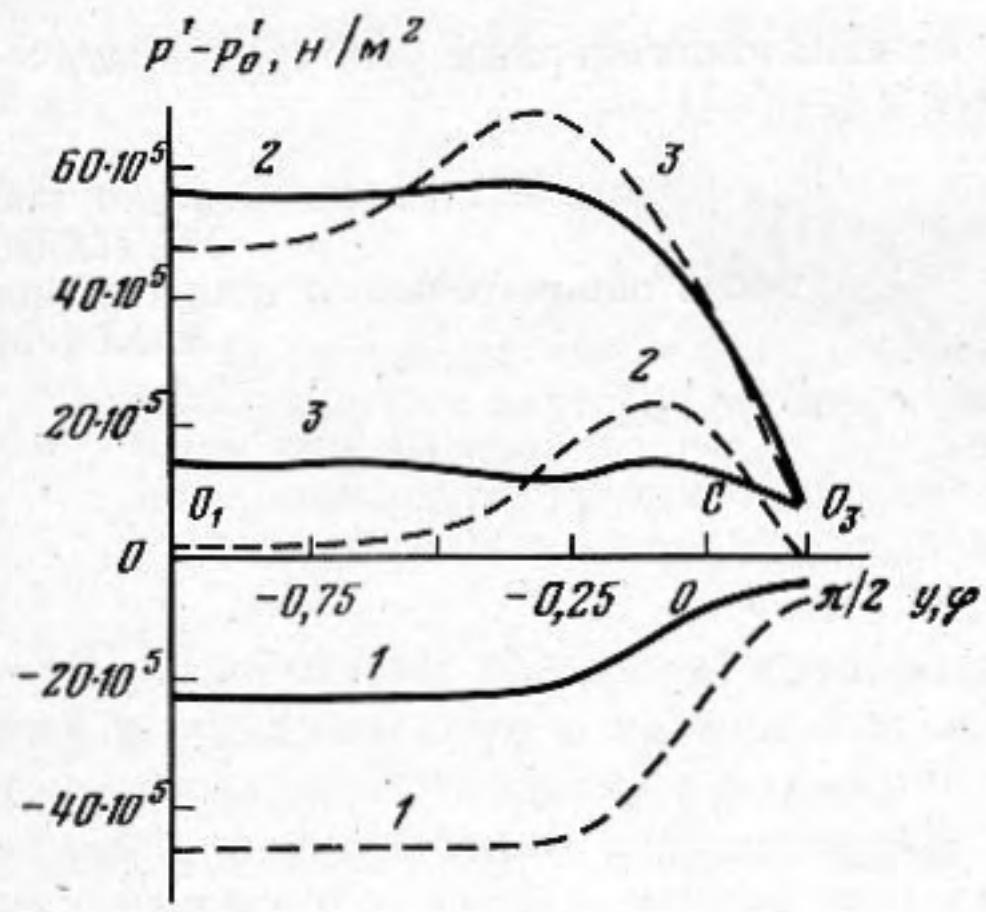
В области Ω_1 по движущейся за излучателем среде от угла скругления в направлении оси симметрии распространяется волна возмущения L, которая отделяет одномерное течение от двумерного. В результате происходящей фокусировки возмущения L наблюдается увеличение давления, которое в случае однофазной жидкости приводит к появлению положительной силы реакции в конце полупериода отрицательной скорости излучателя (см. фиг. 2). В среде формируется сложное поле давления, которое уже к моменту $t=0{,}2$ заметно отличается от соответствующего распределения в однофазной жидкости. Отрицательные давления уменьшаются по абсолютной величине в результате потери энергии волны на развитие кавитационных пузырьков. Заметим, что в этот момент излучатель подходит к концу только четверти периода, не достигнув еще максимальной отрицательной скорости. При дальнейшем его движении давление, начиная с поверхности излучателя, постепенно меняет знак и к моменту $t=0{,}65$ в среде формируется периодическая волна, первый максимум которой перемещается от излучателя в направлении Г. В среде интенсивно развивается кавитация, характеризуемая ростом пузырьков в течение всего полупериода отрицательной скорости и некоторой части полупериода положительной скорости излучателя. К моменту $t=0{,}5$ почти вся область между излучающей поверхностью и фронтом волны кавитирует. Достигнув своего максимального радиуса, пузырьки у поверхности излучателя начинают захлопываться. Постепенно в процесс захлопывания вовлекаются и пузырьки близлежащей области. Следствием поведения давления на излучающей поверхности является уменьшение амплитуды и периода силы реакции среды (см. фиг. 2). В отличие от одномерного случая [7, 8] в положительной фазе амплитуда силы реакции меньше, чем в случае однофазной жидкости. Это объясняется тем, что в окрестности точки C образуется область, в которой пузырьки начинают раньше и интенсивнее захлопываться, нежели на остальной части излучающей поверхности. В связи с этим давление в этой области уменьшается, а значит, уменьшается и реакция среды.

Излучатель, двигаясь по заданному закону, совершает работу $W(t)$ против сил реакции среды, развивая при этом мощность $N(t)$. Работа, совершаемая излучателем, есть

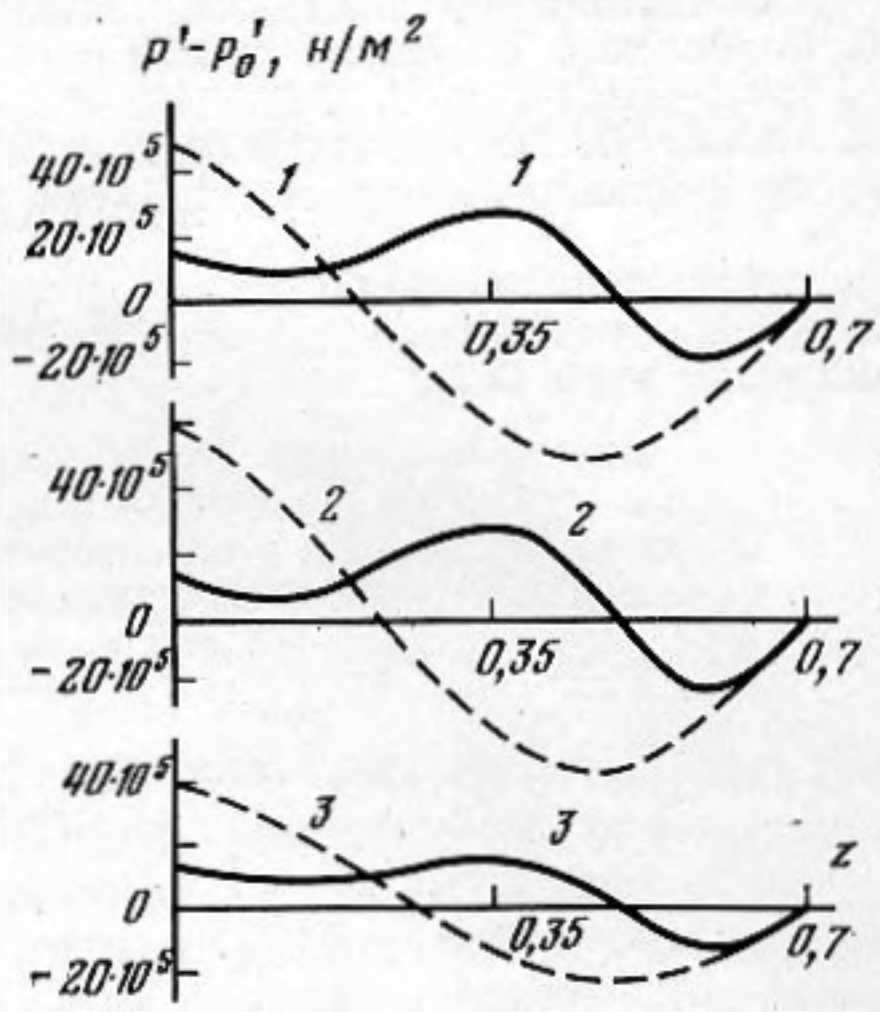
$$W(t')=\int_0^{t'}\int_{S_\text{п}}(p'-p_0')\,v_n'\,dS_\text{п}\,dt', \tag{10}$$

где $S_\text{п}$ — поверхность излучателя, v_n' — нормальная скорость. Интенсивность излучения и совершаемая при этом работа в зависимости от времени приведены соответственно на фиг. 3, 4. Видно, что на всем рассматриваемом промежутке времени, кроме интервала $0{,}5\leqslant t\leqslant0{,}6$, интенсивность излучения меньше, чем в случае однофазной жидкости. На этом интервале времени давление на излучающей поверхности и, следовательно, интенсивность излучения больше, чем в случае однофазной жидкости. На по-

верхности излучателя имеет место расфазировка между звуковым давлением и нормальной скоростью. Это приводит к уменьшению интеграла (10), а значит, и работы, совершаемой излучателем, т. е. с появлением кавитации сопротивление среды уменьшается. Таким образом, наличие кавитации вызывает уменьшение величины средней интенсивности излу-



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Распределение звукового давления на излучающей поверхности. Кривые *1–3* соответствуют моментам $t=0{,}3$; 0,5; 0,7

Фиг. 6. Распределение звукового давления в исследуемой области в момент времени $t=0{,}7$ для трех фиксированных значений y. Кривые *1–3* соответствуют значениям $y=-1$; $-0{,}5$; 0

чения. Это приводит, согласно определению среднего сопротивления излучения [3], к уменьшению последнего.

Важной характеристикой излучателя является величина звукового давления на его излучающей поверхности. На фиг. 5 приведены распределения звукового давления на поверхности излучения в фиксированные моменты времени. Кривые *1–3* соответствуют временам $t=0{,}3$; 0,5; 0,7. Видно, что наличие кавитации приводит к значительному искажению формы звукового давления на излучающей поверхности по сравнению с однофазной жидкостью. Изменение звукового давления имеет место и внутри кавитационной области. На фиг. 6 для момента времени $t=0{,}7$ показано распределение давления в исследуемой области вдоль оси z для трех фиксированных значений координаты $y=-1$; $-0{,}5$; 0 (номера кривых соответственно 1, 2, 3). Видны значительные искажения распространяющейся волны, возникающие из-за наличия кавитации.

Автор благодарит В. К. Кедринского за постановку задачи и обсуждение результатов и С. М. Шугрина за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Флинн Г.* Физика акустической кавитации в жидкостях. В кн.: Физическая акустика/Под ред. Мэзона У. Т. 1, ч. Б. М.: Мир, 1967.
2. *Kikuchi Y., Shimizu H.* On the variation of acoustic radiation resistance in water under ultrasonic cavitation.– JASA, v. 31, № 10, p. 1385–1386.
3. *Розенберг Л. Д., Сиротюк М. Г.* Об излучении звука в жидкость при наличии кавитации.– Акуст. ж., 1960, т. 6, № 4, с. 478–481.
4. *Монахов В. И., Пешковский С. Л., Попович А. С., Фомичев Б. И., Чиняков И. П., Яковлев А. Д.* К вопросу о втором пороге ультразвуковой кавитации в воде.– Акуст. ж., 1975, т. 21, № 3, с. 432–435.
5. *Кедринский В. К.* Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности.– ПМТФ, 1975, № 5, с. 68–78.
6. *Кедринский В. К.* Влияние развивающейся зоны кавитации на параметры волны разрежения.– В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск: Изд-во ин-та теплофизики СО АН СССР, 1977.

7. *Kedrinskii V. K., Plaksin S. I.* Structure of periodical disturbances in real liquid.– J. de physique, 1979, v. 40, № 11, p. 293–295.
8. *Плаксин С. И.* Структура периодических возмущений в реальной жидкости.– В кн.: Динамика сплошной среды, 37. Новосибирск: Изд-во ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1978, с. 90–100.
9. *Иорданский С. В., Куликовский А. Г.* О движении жидкости, содержащей мелкие частицы.– Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 4, с. 12–19.
10. *Иорданский С. В.* Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа.– ПМТФ, 1960, № 3, с. 102–110.
11. *Яненко Н. Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30.VII.1980
после окончательного исправления
30.XI.1981