АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 4

УДК 538.4+538.114

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

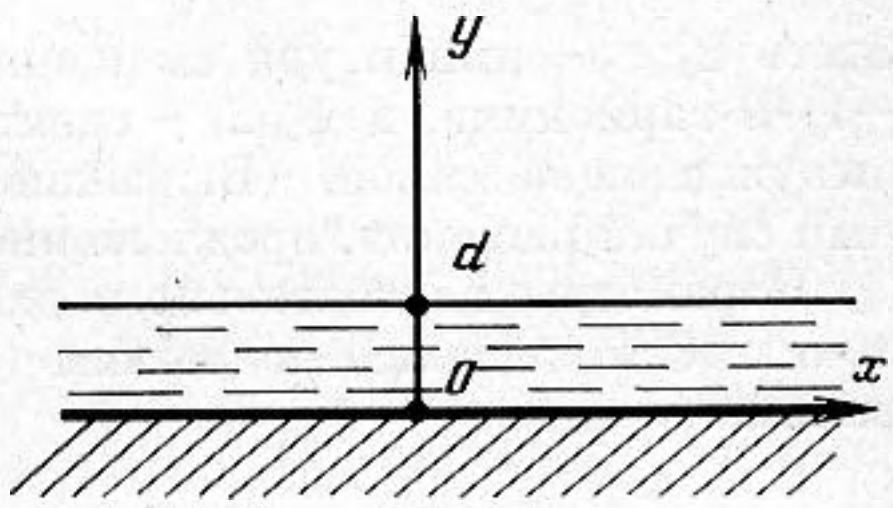
Полунин В. М.

Исследованы некоторые особенности работы преобразователя, использующего в качестве активного элемента магнитную жидкость, в приближении бесконечного плоскопараллельного слоя. Проведен эксперимент, демонстрирующий возможность реализации магнитожидкостного преобразователя в мегагерцевом диапазоне частот.

Поиски путей создания преобразователей электромагнитных колебаний в механические с возможностью плавной перестройки резонансной частоты давно привлекают внимание акустиков [1], и лишь сравнительно недавно в результате исследований магнитных жидкостей с целью применения их в качестве преобразователей были получены обнадеживающие данные.

Первое сообщение о магнитожидкостном преобразователе было сделано в работе [2], где обсуждался принцип действия и преимущества такого преобразователя перед магнитострикционным.

В работе [3] исследовались колебания частиц магнитной жидкости, заполняющей зазор между двумя коаксиальными цилиндрическими поверхностями, в магнитном поле, образованном осевым переменным током. Частицы жидкости в этом случае совершают радиальные колебания. Эта же модель, дополненная источником постоянного магнитного поля, рассматривалась автором в [4]. Магнитожидкостный преобразователь с цилиндрической конфигурацией изучался позднее [5] применительно к области звуковых частот (100—3000 Гц).



Фиг. 1. Модель преобразователя

Задача о возбуждении акустических колебаний в замкнутом, имеющем форму параллелепипеда объеме вязкой магнитной жидкости рассмотрена в работе [6]. Наконец, в работе [7] приведены результаты экспериментальных исследований по возбуждению ультразвуковых колебаний в магнитной жидкости на частоте 16—26,7 кГц.

Однако до настоящего времени никем не предпринимались теоретические и экспериментальные исследования вопроса применения магнитожидкостных преобразователей в мегагерцевом диапазоне ультразвуковых частот. Между тем указанный диапазон частот используется в различных областях науки и техники и поэтому представляет немаловажный интерес. В этой связи нами рассматриваются некоторые особенности работы магнитожидкостного преобразователя в приближении бесконечного плоскопараллельного слоя и проведен эксперимент по возбуждению колебаний на частоте 2 МГц.

Будем считать, что однородная, неэлектропроводная, вязкая магнитная жидкость находится на поверхности твердого тела из абсолютно жесткого, немагнитного и неэлектропроводного материала и имеет форму бесконечного плоскопараллельного слоя толщиной d. Пусть плоскость XOZ декартовой системы координат совпадает с нижней поверхностью жидкого слоя, как это показано на фиг. 1 (ось OZ не изображена).

На единицу массы жидкости по оси OY действует вынуждающая сила:

$$F=f_0 \cos \omega t, \tag{1}$$

где ω — круговая частота, амплитуда силы f_0 не зависит от координат. Такое выражение для вынуждающей силы можно получить, например, предполагая, что она обусловлена пондеромоторным взаимодействием жидкости с магнитным полем:

$$H_x=H_0+H_1(y) \cos \omega t,\ H_y=0 \text{ и } H_z=0,$$

в котором H_0 не зависит от координат $\partial H_1/\partial y=\text{const}$, $H_0 \gg H_1>0$. Тогда из [4, 6, 8, 9]: $f_0=\mu_0 J \nabla H_1/\rho$, где ρ — плотность жидкости, J — ее намагниченность в поле H_0, μ_0 — магнитная постоянная.

Вследствие малости линейных размеров частиц дисперсной фазы ($\approx$100 Å) к магнитным жидкостям применима акустика сплошных сред [10], благодаря чему можно воспользоваться известным волновым уравнением, учитывающим диссипацию энергии. Дополняя это уравнение выражением для вынуждающей силы (1), получим

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^3 u}{\partial y^2 \partial t}+f_0 \cos \omega t, \tag{2}$$

где u — смещение частиц из положения равновесия, c — скорость звука в жидкости, $\eta=\eta''+4/3\eta'$ — вязкость жидкости (η' и η'' — ее сдвиговая и объемная вязкости).

При неподвижной нижней поверхности жидкого слоя и свободной его верхней поверхности в жидкости установится система плоских стоячих волн:

$$u=\sum_{m=1}^{\infty} u_{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\pi y}{2d} \cos(\omega t+\psi_{2m-1}). \tag{3}$$

Здесь u_{2m-1} — амплитуда смещения частиц жидкости в пучностях $(2m-1)$-й гармоники, а ψ_{2m-1} — сдвиг по фазе между этими смещениями и вынуждающей силой. (Выражение (3) можно рассматривать как частный случай решения, предложенного в [6].)

Параметры колебательного движения u_{2m-1} и ψ_{2m-1} подлежат определению. С этой целью подставим (3) в (2) и после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned}
&\Bigg[\sum_{m=1}^{\infty} (\omega_{2m-1}^2-\omega^2) u_{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\pi y}{2d} \cos \psi_{2m-1}- \\
&-\frac{\eta\omega}{\rho c^2} \sum_{m=1}^{\infty} \omega_{2m-1}^2 u_{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\pi y}{2d} \sin \psi_{2m-1}-f_0\Bigg] \cos \omega t- \\
&-\Bigg\{\sum_{m=1}^{\infty} u_{2m-1} \sin \frac{(2m-1)\pi y}{2d}\Bigg[(\omega_{2m-1}^2-\omega^2) \sin \psi_{2m-1}- \\
&-\frac{\eta\omega\omega_{2m-1}^2 \cos \psi_{2m-1}}{\rho c^2}\Bigg]\Bigg\} \sin \omega t=0,
\end{aligned} \tag{4}$$

где $\omega_{2m-1}=(2m-1)\pi c/2d$. Равенство (4) должно выполняться в любой момент времени t и в любой точке y рассматриваемого интервала. Поэтому

$$(\omega_{2m-1}^2-\omega^2) \sin \psi_{2m-1}-\frac{\eta\omega\omega_{2m-1}^2 \cos \psi_{2m-1}}{\rho c^2}=0.$$

Откуда

$$\operatorname{tg} \psi_{2m-1}=\frac{\eta\omega\omega_{2m-1}^2}{\rho c^2(\omega^2-\omega_{2m-1}^2)}. \tag{5}$$

Кроме того, имеем

$$\sum_{m=1}^{\infty} u_{2m-1}(\omega_{2m-1}^{2}-\omega^2)\sin\frac{(2m-1)\pi y}{2d}\cos\psi_{2m-1}-$$

$$-\frac{h\omega}{\rho c^2}\sum_{m=1}^{\infty} u_{2m-1}\omega_{2m-1}^{2}\sin\frac{(2m-1)\pi y}{2d}\sin\psi_{2m-1}-f_0=0.$$

Умножив последний член на тригонометрический ряд $\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4}{\pi(2m-1)}\cdot\sin\frac{(2m-1)\pi y}{2d}$, сходящийся к 1 на промежутке $0<y<2d$ [11], получим

$$\sum_{m=1}^{\infty}\{u_{2m-1}[(\omega_{2m-1}^{2}-\omega^2)\cos\psi_{2m-1}+(\eta\omega\omega_{2m-1}^{2}\sin\psi_{2m-1})/\rho c^2\}-$$

$$-4f_0/\pi(2m-1)\}\sin[(2m-1)\pi y/2d]=0.$$

Выражение в фигурных скобках обращается в нуль. Заменяя в нем с помощью известного тригонометрического тождества функции $\cos\psi_{2m-1}$ и $\sin\psi_{2m-1}$ на $\operatorname{tg}\psi_{2m-1}$ и воспользовавшись (5), получим

$$u_{2m-1}=\frac{4f_0}{\pi(2m-1)\sqrt{(\omega_{2m-1}^{2}-\omega^2)^2+(\eta\omega\omega_{2m-1}^{2}/\rho c^2)^2}}. \tag{6}$$

Подстановка (6) в (3) дает

$$u=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{4f_0\sin[(2m-1)\pi y/2d]\cos(\omega t+\psi_{2m-1})}{\pi(2m-1)\sqrt{(\omega_{2m-1}^{2}-\omega^2)^2+(\eta\omega\omega_{2m-1}^{2}/\rho c^2)^2}} \tag{7}$$

Для каждой гармоники может быть найдено следующее выражение резонансной частоты ω_{2m-1}^{r}:

$$\omega_{2m-1}^{r}=\omega_{2m-1}(1-\eta^2\omega_{2m-1}^{2}/2\rho^2c^4)^{1/2}. \tag{8}$$

Вследствие малости второго члена в подкоренном выражении $\omega_{2m-1}^{r}\approx\approx\omega_{2m-1}$.

Амплитуда резонансных колебаний $u_{2m-1}^{r}(y=d)$ при не слишком больших значениях m на несколько порядков превосходит амплитуды соседних гармоник u_{2m+1} и u_{2m-3}. Действительно, используя (6), получаем

$$u_{2m-3}/u_{2m-1}^{r}=[Al_1^2(1-l_1^2)^2+l_1^6]^{-1/2} \text{ и}$$

$$u_{2m+1}/u_{2m-1}^{r}=[Al_2^2(l_2^2-1)^2+l_2^6]^{-1/2},$$

где $A=\frac{\rho^2c^4}{\eta^2\omega_{2m-1}^{2}}$; $l_1=\frac{2m-3}{2m-1}$; $l_2=\frac{2m+3}{2m-1}$. Значение η может быть определено по результатам измерения коэффициента поглощения ультразвука α [10], связанного с η зависимостью $\alpha=\omega^2\eta/2\rho c^3$. Воспользовавшись результатами [12], будем считать $c=1{,}2\cdot10^3$ м/с, $\alpha=2\cdot10^2$ 1/м при $\nu=25$ МГц. Тогда для $m=2$ $A\approx10^5$; $l_1={}^1/_3$; $l_2={}^7/_3$; $u_1/u_3^r\approx10^{-2}$; $u_5/u_3^r\approx1{,}3\cdot10^{-4}$. Заметим, что предположение о малости второго члена в подкоренном выражении (8) согласуется с численным значением A.

Для частот ω, близких к резонансной ω_{2m-1}^{r}, вместо ряда (7) можно записать

$$(9)\qquad u=\frac{4f_0\sin[(2m-1)\pi y/2d]\cos(\omega t+\psi_{2m-1})}{\pi(2m-1)\sqrt{(\omega_{2m-1}^2-\omega^2)^2+(\eta\omega\omega_{2m-1}^2/\rho c^2)^2}}.$$

При $\omega=\omega_{2m-1}^r$

$$u=\frac{4f_0c^2\rho\sin[(2m-1)\pi y/2d]\cos[\omega t+(2m-1)\pi/2]}{\pi(2m-1)\eta\omega_{2m-1}^3}.$$

Вид формул (5) и (9) свидетельствует об аналогии колебательного движения, совершаемого частицами жидкости и механической системой с сосредоточенными параметрами, в чем можно убедиться, введя обозначение $\delta_{2m-1}'\equiv\eta\omega_{2m-1}^2/2\rho c^2$ и рассматривая эту величину в качестве аналога коэффициента затухания механической системы.

Тогда логарифмический декремент затухания θ_{2m-1}' и добротность Q_{2m-1}' преобразователя с учетом только внутренних потерь могут быть представлены так [13]

$$\theta_{2m-1}'=\frac{\pi\eta\omega_{2m-1}}{\rho c^2}\ \text{и}\ Q_{2m-1}'=\frac{\rho c^2}{\eta\omega_{2m-1}}.$$

Для указанных выше численных значений α и c получаем ($m=1$) $\theta_1'=9{,}5\cdot 10^{-3}$ и $Q_1'=330$.

Акустико-механическая аналогия позволяет провести расчет амплитуды колебаний частиц при резонансе u_{2m-1}^r с учетом как внутренних потерь, так и потерь на излучение (последние неизбежны, если сопредельная среда — твердое тело имеет конечное акустическое сопротивление $\rho_c c_c$). Как известно [13], $u_{2m-1}^r=u_{2m-1}^s Q_{2m-1}$, где Q_{2m-1} — добротность системы, u_{2m-1}^s — эффективное значение статического смещения. В нашем случае

$$u_{2m-1}^s=\frac{4f_0\sin[(2m-1)\pi y/2d]}{\pi(2m-1)\omega_{2m-1}^2}.$$

Чтобы найти Q_{2m-1}, воспользуемся свойством аддитивности энергетических потерь за один период ΔW: $\Delta W=\Delta W_{\text{вн}}+\Delta W_{\text{изл}}$, где $\Delta W_{\text{вн}}$ и $\Delta W_{\text{изл}}$ — внутренние потери и потери энергии на излучение за один период. Если W — механическая энергия системы в момент времени t, то $\theta=-\frac{1}{2}\frac{|\Delta W|}{W}$ — ее логарифмический декремент затухания. Следовательно,

$$(10)\qquad \theta_{2m-1}=\theta_{2m-1}'+\frac{1}{2}\frac{|\Delta W|}{W}.$$

При выполнении неравенства $\rho_c c_c\gg\rho c$ на границе возникает пучность давления [13], а через границу проходит плоская ультразвуковая волна с интенсивностью: $I=p^2/2\rho_c c_c$, где p — амплитуда давления в пучности стоячей волны. Пренебрегая энергией, излучаемой в воздух, получим

$$(11)\qquad |\Delta W_{\text{изл}}|=\pi\rho^2 S/\rho_c c_c\omega.$$

Здесь S — площадь активной поверхности жидкого слоя. Полная энергия жидкого слоя

$$(12)\qquad W=(2m-1)\pi S p^2/8\omega\rho c.$$

Подставив (12) и (11) в (10), найдем $\theta_{2m-1}=\theta_{2m-1}'+4\rho c/(2m-1)\rho_c c_c$, а так как $Q_{2m-1}=\pi/\theta_{2m-1}$, то

$$(13)\qquad Q_{2m-1}=\frac{Q_{2m-1}'(2m-1)\pi\rho_c c_c/4\rho c}{Q_{2m-1}'+(2m-1)\rho_c c_c/4\rho c}.$$

Пусть α и c имеют прежнее значение, а $\rho=1{,}2\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_c c_c=133\cdot10^5$ кг/м$^2\cdot$с, тогда при $m\leqslant3$ выполняется неравенство $Q'_{2m-1}\gg\dfrac{(2m-1)\rho_c c_c}{4\rho c}$, благодаря чему можно записать: $\theta_{2m-1}=4\rho c/(2m-1)\rho_c c_c$ и $Q_{2m-1}=(2m-1)\pi\rho_c c_c/4\rho c$. Так, для $m=1$ получим $Q_1=7{,}8$, что практически совпадает с добротностью кварца, излучающего в воду. Вполне закономерно, что для абсолютно жесткой среды выражение (13) дает $Q_{2m-1}=Q'_{2m-1}$.

Таким образом, добротность плоского магнитожидкостного преобразователя при излучении в твердую среду определяется отношением акустического сопротивления этой среды к акустическому сопротивлению преобразователя — магнитной жидкости, тогда как для твердого вибратора, излучающего в жидкость, имеет место обратное отношение [13].

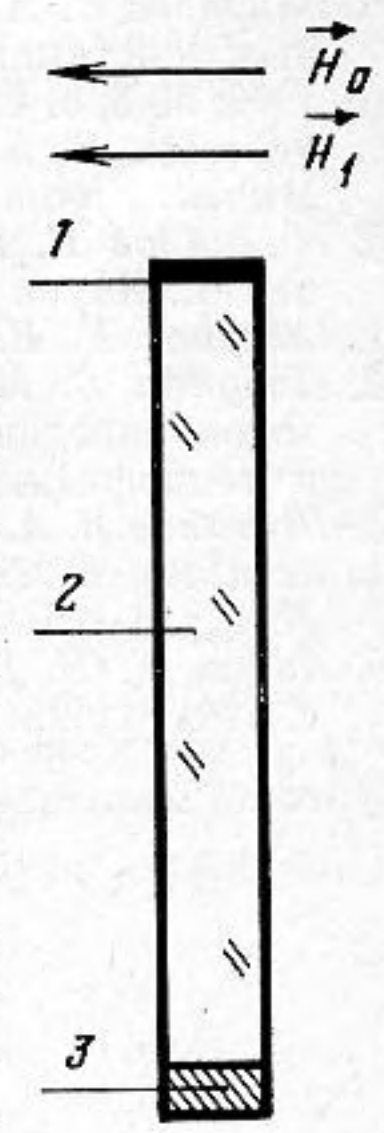
Для оценки амплитуды колебаний частиц в «тонком» слое жидкости можно воспользоваться эффективным значением статического смещения u_0:

$$u_0=\frac{4f_0\sin(\pi y/2d)}{\pi\omega_1^2}.$$

Однако эта формула не учитывает вклад гармоник с номерами выше первого. Более точным является выражение, полученное из (7) с учетом того, что $\omega\ll\omega_1$ и что ряд

$$\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin[(2m-1)\pi y/2d]}{(2m-1)^3}$$

сходится в интервале $0\leqslant y\leqslant2d$ к функции $\pi^3 y\,(1-y/2d)/16d$. Это выражение имеет вид $u_0=\pi^2 f_0 y(1-y/2d)/4\omega_1^2 d$. Для демонстрации возможности реализации преобразователя в мегагерцовом диапазоне частот была использована акустическая ячейка, показанная на фиг. 2. Магнитная жидкость *1* слоем толщиной ≈0,15 мм покрывает плоский торец стеклянной пластинки *2* площадью 4,5×30 мм^2. Основная резонансная частота такого преобразователя $\nu_1\approx1{,}9$ МГц. Пластинка выполняет функцию акустической линии задержки [14], необходимой для разделения на экране осциллографа зондирующего импульса и полезного сигнала. Постоянная составляющая поля $\mathbf{H}_0$ и амплитуда переменной составляющей магнитного поля $\mathbf{H}_1$ параллельны друг другу и торцевой поверхности пластинки. Частота заполнения импульсов тока составляет 2 МГц, а частота следования их — 4 кГц. Приемный пьезоэлемент *3* преобразует переменное давление в радиоимпульсы, которые после усиления и детектирования поступают на вход осциллографа С1-48Б.



Фиг. 2. Акустическая ячейка

Образец магнитной жидкости, представляющий дисперсию частиц магнетита в керосине, приготовлен в Ленинградском технологическом институте [15]. Намагниченность насыщения жидкости составляет ≈50 кА/м.

При $H_0>8$ кА/м (остаточная намагниченность полюсных наконечников используемого электромагнита) и $H_1\approx1{,}4$ кА/м на экране осциллографа наблюдались видеоимпульсы, соответствующие по удаленности от зондирующего сигнала ультразвуковому импульсу, излученному слоем магнитной жидкости. Чтобы дополнительно убедиться в том, что источником колебаний является магнитная жидкость, на пластинку *2* при неизменной настройке аппаратуры последовательно наносились вода, керосин и магнитная жидкость. При этом положительный эффект достигался только в последнем случае. Замещая слой магнитной жидкости кварцевой пластинкой *X*-среза ($\nu_1=2$ МГц), можно определить амплитуду переменного напряжения резонансной частоты, которое необходимо приложить к квар-

цу, чтобы при том же усилении получить видеоимпульсы такой же величины. Она составляет ≈0,5 В.

Можно надеяться, что дальнейшие экспериментальные исследования на основе разработанной импульсной методики позволят расширить представления о механизме прямого возбуждения колебаний в магнитной жидкости.

Автор выражает благодарность Н. М. Игнатенко за помощь в проведении эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бергман Л.* Ультразвук и его применение в науке и технике. М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
2. *Cary B. B., Fenlon F. H.* On the utilization of ferrofluids for transducer applications.– J. Acoust. Soc. America, 1969, v. 45, № 5, p. 1210–1214.
3. *Полунин В. М.* Об одном методе резонансного возбуждения ультразвуковых колебаний в ферромагнитной жидкости.– Акуст. ж., 1978, т. 24, № 1, с. 100–103.
4. *Полунин В. М.* К вопросу о резонансном возбуждении колебаний в ферромагнитной жидкости.– Магнитная гидродинамика, 1978, № 1, с. 141–143.
5. *Dubbelday P. S.* Application of ferrofluids as an acoustic transducer material.– In: IEEE Transactions on Magnetics (Second International Conference on Magnetic Fluids), 1980, v. mag.-16, № 2, p. 372–374.
6. *Баштовой В. Г., Краков М. С.* О возбуждении звука в намагничивающейся жидкости.– Магнитная гидродинамика, 1979, № 4, с. 3–9.
7. *Баев А. Р., Прохоренко П. П.* Резонансное возбуждение ультразвуковых колебаний в магнитных жидкостях.– Докл. АН БССР, 1978, т. 22, № 3, с. 242–243.
8. *Гамзаева С. А., Дворчик С. Е., Заремба Е. А., Рыков В. Г.* Требования к магнитным системам магнитостатических сепараторов.– Магнитная гидродинамика, 1979, № 3, с. 115–119.
9. *Фертман В. Е.* Магнитные жидкости – естественная конвекция и теплообмен. Минск: Наука и техника, 1978.
10. *Михайлов И. Г., Соловьев В. А., Сырников Ю. П.* Основы молекулярной акустики. М.: Наука и техника, 1964.
11. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. Т. 2. М.: Гостехтеориздат, 1957.
12. *Полунин В. М., Лебединская А. А., Игнатенко Н. М.* Сравнение различных методов определения концентрации магнитной жидкости.– В кн.: Гидродинамика и теплофизика магнитных жидкостей. Тез. докл. Саласпилс, 1980, с. 91–96.
13. *Шутилов В. А.* Основы физики ультразвука. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980.
14. *Arenberg D. L.* Ultrasonic solid delay lines.– J. Acoust. Soc. America, 1948, v. 20, № 1, p. 1–25.
15. *Бибик Е. Е.* Приготовление феррожидкости.– Коллоидный ж., 1974, т. 36, № 6, с. 1141–1142.

Курский политехнический институт

Поступила в редакцию
29.IV.1981