АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 5

УДК 534—2

К ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЧИСТО ПОПЕРЕЧНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД

Мороча А. К.

Исследованы сдвиговые акустические волны в трехслойной структуре, состоящей из двух пьезоэлектриков, разделенных тонким промежуточным слоем. Учтено влияние пьезоэффекта на фазовую скорость и спектр поперечных волноводных мод. Решена задача о распространении щелевых волн в несимметричном щелевом волноводе.

Трехслойная волноводная структура, состоящая из двух пьезоэлектрических кристаллов, разделенных тонким упругим слоем, представляет большой практический интерес с точки зрения возбуждения, преобразования и усиления акустических волн. Для таких структур ниже рассматривается метод расчета параметров распространения акустических мод.

Рассмотрим два полубесконечных кристалла класса C_{6v}, спаянные изотропным плоским слоем толщиной $2h$ (фиг. 1). Начало координат помещено в центре слоя, ось z направлена по нормали к плоскостям $z=\pm h$, а ось y совпадает с гексагональными осями пьезоэлектриков. Пусть ρ_j, $\mu_j=C_{44}^j$ и $\varepsilon_j=\varepsilon_{11}^j$ ($j=1, 2, 3$) соответственно плотности, модули сдвига и абсолютные диэлектрические проницаемости контактирующих сред; $e_j=e_{15}^j$ ($j=1, 2$) — пьезомодули внешних кристаллов. Система уравнений для чисто сдвиговой и акустоэлектрической волн вдоль оси x имеет вид

$$\rho\ddot{u}_j=\mu_j\Delta u_j+e_j\Delta\varphi_j, \quad \varepsilon_j\Delta\varphi_j-e_j\Delta u_j=0, \tag{1}$$

$$\rho_3\ddot{u}_3=\mu_3\Delta u_3, \tag{2}$$

$$\Delta\varphi_3=0. \tag{3}$$

Здесь u_j и φ_j — механические смещения вдоль гексагональной оси и потенциалы внешних пьезоэлектриков, u_3 и φ_3 — смещение и потенциал в промежуточном слое.

Решение системы уравнений (1) будем искать в виде незатухающей поверхностной волны:

$$u_j=u_j(z)\exp ik(x-vt), \quad \varphi_j=\varphi_j(z)\exp ik(x-vt), \tag{4}$$

где $u_j(z)=A_j\exp(-1)^j k\overset{*}{l}_j(z+(-1)^j h)$, $\varphi_j(z)=(e_j/\varepsilon_j)u_j(z)+B_j\exp k((-1)^j z+h)$, A_j и B_j — коэффициенты, которые находятся из граничных условий, k — волновое число, $\overset{*}{l}_j=(1-v^2/\overset{*}{v}_j^2)^{1/2}$ — действительные постоянные распространения во внешних кристаллах, $\overset{*}{v}_j=[\mu_j\rho_j^{-1}(1+\eta_j)]^{1/2}$ — фазовые скорости поперечных объемных волн в каждом из пьезоэлектриков, η_j — соответствующие коэффициенты электромеханической связи.

Общее решение уравнений (2) и (3) удобно написать в виде

$$u_3=A_3\cos(kl_3z+\alpha_0), \quad \varphi_3=B_3\,\mathrm{sh}\,(kz+\beta_0), \tag{5}$$

где $l_3=(v^2/v_3^2-1)^{1/2}$ — действительная постоянная распространения внутри промежуточного слоя, α_0 и β_0 — фазовые постоянные, характеризующие симметрию распределения полей смещений и потенциала поперек слоя.

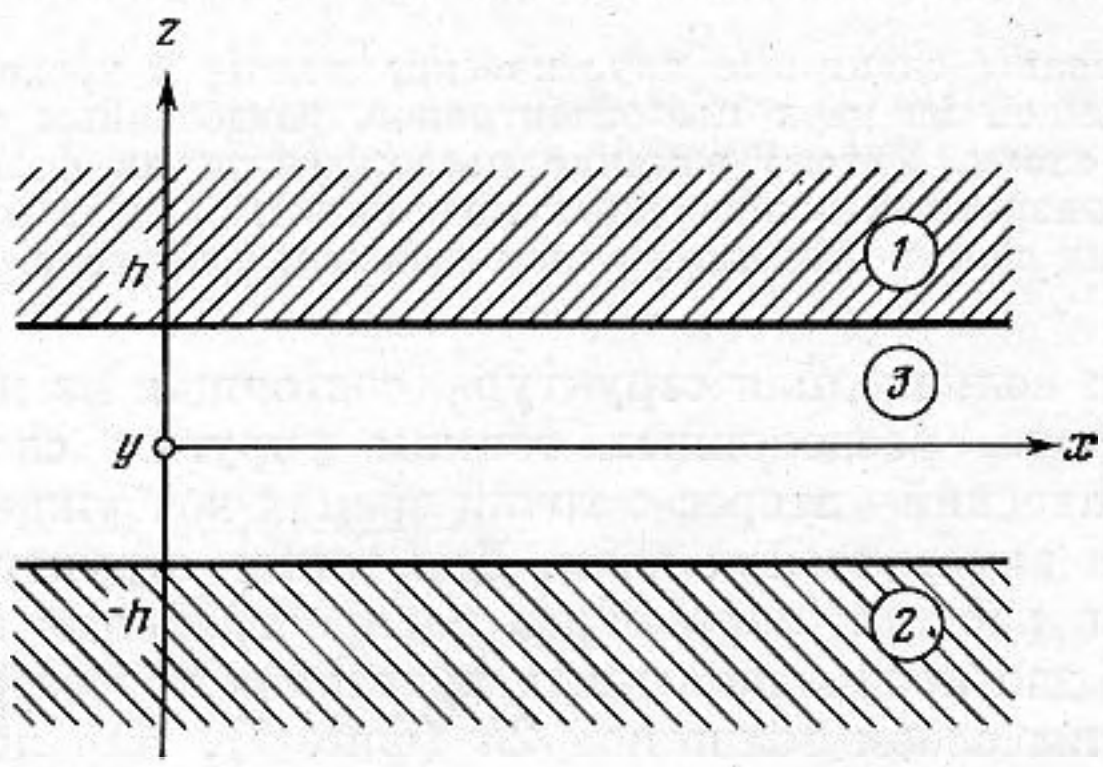
Подставляя решения (4) и (5) в граничные условия непрерывности смещений, механических напряжений, потенциала и индукции на грани-

цах $z=\pm h$, получим систему из восьми трансцендентных уравнений для нахождения A_j и B_j, фазовой скорости и фазовых постоянных α_0 и β_0:

$$
\begin{aligned}
&(-1)^{j-1}\mu_3 l_3 \sin((-1)^{j-1}kl_3h+\alpha_0)A_3-\dot{\mu}_j\dot{l}_jA_j-e_jB_j=0,\\
&\operatorname{sh}((-1)^{j-1}kh+\beta_0)B_3-(e_j/\varepsilon_j)A_j-B_j=0,\\
(6)\qquad &(-1)^j\varepsilon_3 \operatorname{ch}((-1)^{j-1}kh+\beta_0)B_3-\varepsilon_jB_j=0,\\
&\cos((-1)^{j-1}kl_3h+\alpha_0)A_3-A_j=0.
\end{aligned}
$$

Здесь и ниже $j=1$, 2 в соответствии с номерами пьезоэлектрических сред на фиг. 1, $\overset{*}{\mu}_j=\mu_j(1+\eta_j)$ — эффективные модули упругости.

Условие совместности системы (6) удобно представить в виде трех



Фиг. 1. Трехслойная структура, состоящая из двух полубесконечных пьезоэлектриков и тонкого промежуточного слоя $1-\rho_1$, $C_{44}^{(1)}$, $e_{15}^{(1)}$, $2-\rho_2 C_{44}^{(2)}$, $e_{15}^{(2)}$, $3-\rho_3\mu_3$

уравнений

$$
\begin{aligned}
&\mu_3 l_3 \operatorname{tg}((-1)^{j-1}kl_3h+\alpha_0)=(-1)^{j-1}\dot{\mu}_j\dot{l}_j(1-\Delta_j(k,\beta_0)),\\
(7)\qquad &\sum_j e_j(\dot{l}_j/\eta_j)\Delta_j(k,\beta_0)\cos((-1)^{j-1}kl_3h+\alpha_0)[\operatorname{ch}((-1)^{j-1}kh+\beta_0)]^{-1}=0,
\end{aligned}
$$

где $\Delta_j(k,\beta_0)=(\eta_j/\dot{l}_j)[1+(-1)^{j-1}(\varepsilon_j/\varepsilon_3)\operatorname{th}((-1)^{j-1}kh+\beta_0)]^{-1}$.

С другой стороны, систему трех трансцендентных уравнений (7) можно рассматривать как одно дисперсионное уравнение, заданное в параметрической форме.

Как частный случай из уравнений (7) легко получить дисперсионное уравнение для волны Лява в тонком слое толщиной $2h$ на пьезоэлектрической подложке, если упругостные и электрические параметры одного из кристаллов устремить к нулю.

На практике чаще всего реализуется случай слабой пьезоэлектрической связи, когда можно пренебречь влиянием пьезоэффекта на фазовую скорость волноводной моды. При этом автоматически выполняется неравенство $\eta_j \ll \overset{*}{l}_j$ или $\Delta_j(k,\beta_0)\ll 1$, которое по существу является условием хорошей локализации волноводной моды. Отсюда, пренебрегая величинами Δ_j в уравнениях (7) и исключая из них α_0, получим следующее дисперсионное уравнение:

$$
(8)\qquad kl_3h=\frac{1}{2}\left(\sum_j \operatorname{arctg}\dot{\mu}_j\dot{l}_j/\mu_3 l_3+\pi m\right),\qquad (m-\text{целое}).
$$

Неявная зависимость фазового параметра от волнового числа имеет вид

$$\alpha_0=\frac{1}{2}\left(\sum_j(-1)^{j-1}\operatorname{arctg}\dot{\mu}_j\dot{l}_j/\mu_3 l_3+\pi m\right). \tag{9}$$

При $h=0$ система (7) не имеет решений при отсутствии пьезоэлектрической связи. Однако, если пьезоэффектом обладает хотя бы один из контактирующих кристаллов, легко найти точное решение. Так, подставляя величину $\operatorname{tg}\beta_0=\varepsilon_3(e_1+e_2)/(e_1\varepsilon_2-e_2\varepsilon_1)$, найденную из последнего уравнения (7), в первые два, получим известный результат работы [1].

Новый результат можно получить как частный случай системы (7), когда $\mu_3=0$ и $\varepsilon_3=\varepsilon_0$, т. е. вместо вещества промежуточного слоя рассмат-

Результаты расчета параметров распространения щелевых волн вдоль границы различных пар пьезоэлектриков

Контактирующие материалы	$v/v_2\cdot10^4$	l_1	$l_2\cdot10^2$	β_0
CdS–CdSe	9999,8	0,5	0,6	−0,043
ZnO–CdS	9999,7	0,77	1,06	−0,116
ZnO–CdSe	9999,9	0,83	0,37	−0,134

ривается вакуум. В этом случае третье уравнение (7) обращается в нуль тождественно, а первые два имеют вид $\Delta_j(k,\beta_0)=1$ или

$$\operatorname{th}\left((-1)^{j-1}kh+\beta_0\right)=(-1)^j\xi_j, \tag{10}$$

где $\xi_j=\varepsilon_0\varepsilon_j^{-1}(\eta_j\overset{*}{l}_j^{-1}-1)$. Уравнения (10) описывают распространение щелевых волн в несимметричной системе двух пьезоэлектриков, разделенных щелью шириной $2h$. Впервые такие волны были рассмотрены Ю. В. Гуляевым и В. П. Плесским [2] для двух одинаковых пьезокристаллов (симметричной системы). Для симметричного щелевого волновода два уравнения (10) идентичны и в точности совпадают с дисперсионными уравнениями для антисимметричной ($\beta_0=0$) и симметричной ($\beta_0=i\pi/2$) мод, полученных в работе [2]. Из формул (5) и (10) видно, что симметрия щелевой моды определяется только параметром β_0, т. е. симметрией электрического потенциала в зазоре между пьезоэлектриками.

Исключив β_0 из уравнений (10), получим дисперсионное уравнение для несимметричного щелевого волновода

$$\operatorname{th}2kh=(\xi_1+\xi_2)/(1+\xi_1\xi_2). \tag{11}$$

При $h\to\infty$ оно распадается на два уравнения $\xi_1(v)=1$ и $\xi_2(v)=1$ для невзаимодействующих волн Гуляева—Блюстейна на свободных поверхностях внешних пьезокристаллов.

Пьезоэлектрическая связь между двумя волнами экспоненциально убывает с ростом h, поэтому интересен асимптотический случай решения (11) при $h\to0$, соответствующий приближению длинных волн ($kh\ll1$) и отсутствию дисперсии. Положим для определенности $v_1>\overset{*}{v}_2$ и введем обозначения $\xi=\overset{*}{v}_2/v_1$, $p=v/\overset{*}{v}_2$, тогда в пределе при $h\to0$ уравнение (11) примет вид

$$\varepsilon_1\eta_2(1-p^2)^{-1/2}+\varepsilon_2\eta_1(1-\xi^2p^2)^{-1/2}=\varepsilon_1+\varepsilon_2. \tag{12}$$

Это уравнение легко решить итерационным методом, если учесть, что $l_2^2=(1-p^2)\approx\eta_2^2$, $\overset{*}{l}_1^2=(1-\xi^2p^2)\approx1-\xi^2$.

Подставляя величину $\overset{*}{l}_1$ в уравнение (12), найдем

$$v=v_2[1-\varepsilon_1^2\eta_2^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^{-2}]^{1/2} \tag{13}$$

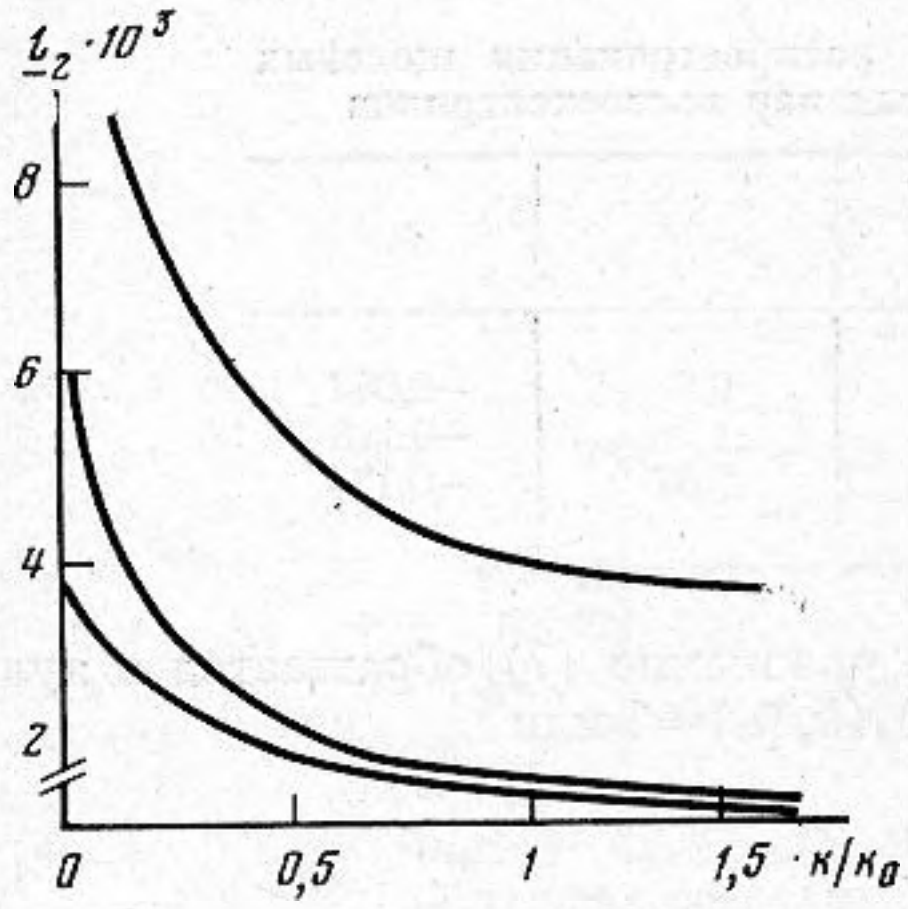
и постоянную распространения во второй среде

$$\overset{*}{l}_2=\varepsilon_1\eta_2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^{-1}. \tag{14}$$

Из формулы (13) следует, что скорость щелевой волны практически совпадает со скоростью объемной волны в той из сред, где она меньше. В этой же среде, согласно формуле (14), волна медленно ослабевает. В более упругой среде коэффициент ослабления значительно больше, волна проникает в нее на расстояние нескольких длин волн. Указанные особенности щелевых волн имеют место и при отличных от нуля значениях h в уравнении (11), так как члены, учитывающие дисперсию в выражении для фазовой скорости, пропорциональны соответствующим коэффициентам электромеханической связи. Заметно изменится лишь величина постоянной распространения менее упругой среды; эта постоянная, в отличие от (14), примет вид

$$\overset{*}{l}_2=\eta_2[1+\varepsilon_2(1+\varepsilon_1\,\mathrm{th}\,2kh)(\varepsilon_1+\mathrm{th}\,2kh)^{-1}]^{-1}. \tag{15}$$

Соответствующие этой формуле дисперсионные зависимости постоянной распространения $\overset{*}{l}_2$ для конкретных пар пьезокристаллов построены на фиг. 2. Для тех же кристаллов в таблице приведены результаты расчета характеристик щелевых волн при помощи уравнения (12).



Фиг. 2. Дисперсионные зависимости постоянной распространения для структур, указанных в таблице ($k_0=(2h)^{-1}$)

Дисперсионные уравнения (7) приводят к следующим соотношениям между амплитудными коэффициентами акустоэлектрической волны:

$$\begin{aligned} &A_j=A_3\cos((-1)^{j-1}kl_3h+\alpha_0),\\ &B_j/B_3=(-1)^j(\varepsilon_3/\varepsilon_j)\,\mathrm{ch}\,((-1)^{j-1}kh+\beta_0),\\ &B_j/A_j=(e_j/\varepsilon_j)(\overset{*}{l}_j/\eta_j)\Delta_j(k,\beta_0). \end{aligned} \tag{16}$$

Для щелевых волн $A_3=0$, первое из данных равенств не имеет места и коэффициенты A_j и B_j пропорциональны амплитуде электрического потенциала в щели B_3. Отсюда следует, что в щелевом волноводе можно возбуждать электроакустические волны при помощи поперечного электрического поля.

В заключение отметим, что исследованная нами волноводная структура может оказаться перспективной при создании активных акустоэлектронных устройств, когда один из внешних пьезокристаллов используется для возбуждения и преобразования сигнала, а другой — для усиления этого сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Maerfeld C., Tournoice P.* Pure shear elastic surface wave guided by the interface of two semi-infinite media.– Appl. Phys. Lett., 1971, v. 19, № 4, p. 117–119.
2. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Щелевые акустические волны в пьезоэлектрических материалах.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 5, с. 716–723.

Московский институт
электронной техники

Поступила в редакцию
24.IV.1980
после окончательного исправления
9.IV.1982