АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 2

УДК 534.26

ВЗАИМНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕРОВНОСТЯХ И НЕОДНОРОДНОСТЯХ ГРАНИЦЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА

(обзор)

Лапин А. Д.

Введение. В последние 15—20 лет возникла и интенсивно развивается новая область науки и техники — акустоэлектроника, основу которой составляют поверхностные акустические волны в твердых телах [1—6]. Устройства на поверхностных акустических волнах широко применяются в различных системах обработки радиосигналов высокой частоты [7—13]. Многие из этих устройств в качестве основного элемента содержат отражательную или рассеивающую дифракционную решетку, представляющую собой звукопровод (твердое тело) с малыми периодическими неровностями или неоднородностями на поверхности. На основе дифракционных решеток для поверхностных волн построены дисперсионные фильтры [14], резонаторы [15], устройства для возбуждения и приема поверхностных волн [16—20], сканеры [21] и другие приборы. Для конструирования эффективных акустоэлектронных устройств с дифракционными решетками необходимо знать закономерности рассеяния и взаимного преобразования поверхностных и объемных акустических волн на малых периодических неровностях и неоднородностях границы твердого тела. Эти закономерности также представляют интерес для сейсмологии и ультразвуковой дефектоскопии. Проблему рассеяния и взаимного преобразования поверхностных и объемных волн исследовали многие авторы различными методами. Цель настоящей статьи — систематизировать работы по этой проблеме и изложить наиболее эффективные методы ее исследования. Здесь эти вопросы рассматриваются для основных типов поверхностных акустических волн [22]: Рэлея, Лява, Гуляева — Блюстейна и Лэмба.

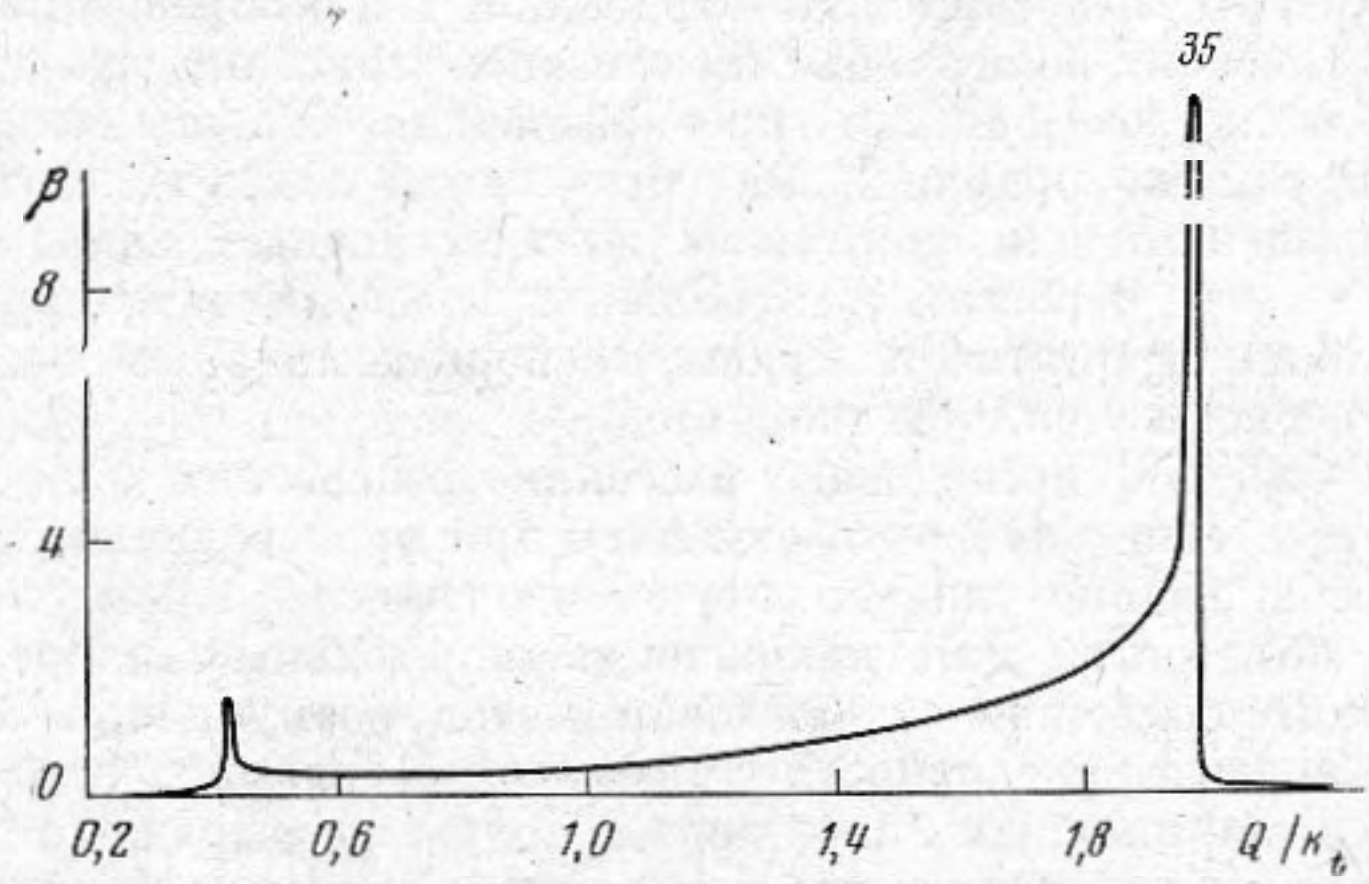
Волны Рэлея. В 1885 г. Рэлей показал [23], что вдоль плоской свободной границы изотропного твердого полупространства могут распространяться поверхностные акустические волны, амплитуда которых быстро спадает с глубиной. Пусть твердое полупространство занимает область $z<0$, а направление распространения волны совпадает с осью x. Обозначим через φ и ψ соответственно скалярный и векторный потенциалы в твердом теле. Поверхностная рэлеевская волна, распространяющаяся вдоль свободной плоской границы, описывается следующими выражениями [1]:

$$\varphi=A\exp(ikx+qz),\qquad \psi=\tau A\exp(ikx+sz),\tag{1}$$

где $\tau=2ikq/(k^2+s^2)$, $q=\sqrt{k^2-k_l^2}$, $s=\sqrt{k^2-k_t^2}$, k_l, k_t и k — соответственно волновые числа продольной, поперечной и рэлеевской волн. Дисперсионное уравнение для k имеет вид $(k^2+s^2)^2-4k^2qs=0$.

Наличие малых неровностей или неоднородностей на границе твердого тела вызывает затухание поверхностной волны, распространяющейся вдоль нее. Задача о распространении волны Рэлея вдоль неровной границы твердого тела впервые была сформулирована и рассмотрена в работах [24, 25]. Изложим основные результаты этих работ. Пусть граница твердого тела описывается уравнением $z=\zeta(x, y)$. Предположим, что неровности ζ малы по сравнению с длиной поперечной волны и достаточно пологие. Для этих неровностей точные граничные условия, выражающие

отсутствие нормальных и тангенциальных компонент напряжений на неровной поверхности $z=\zeta(x, y)$, можно «снести» на плоскость $z=0$. Выберем рэлеевскую волну (1), распространяющуюся вдоль свободной плоской границы, в качестве нулевого приближения, и тогда в первом приближении по высоте и наклону неровностей можно считать, что рассеянное поле создается сторонними источниками нормальной и тангенциальной компонент силы, распределенными по плоскости $z=0$. Характеристики эффективных источников выражаются через параметры волны (1) и неровности. Разложим периодическую функцию $\zeta(x, y)$ в ряд Фурье, и тогда эффективные источники сил можно представить в виде суммы гармоник вида $\exp\{i[(k+mQ_x)x+nQ_y y]\}$, где $Q_x=2\pi/\Lambda_x$, $Q_y=2\pi/\Lambda_y$, Λ_x и Λ_y — периоды неровностей в направлениях x и y, m и n — целые числа. Согласно методу Фурье, каждой гармонике (mn) соответствует одна продольная и одна поперечная рассеянные плоские волны в полупространстве $z<0$. Рас-



Фис. 1. Зависимость нормированного коэффициента затухания рэлеевской волны от величины Q/k_t

сеянная продольная (поперечная) волна является однородной, если величина $\sqrt{(k+mQ_x)^2+(nQ_y)^2}$ меньше волнового числа этой волны, и неоднородной в противоположном случае.

Используя найденные характеристики поля и законы сохранения энергии, можно рассчитать коэффициент затухания поверхностной волны из-за ее рассеяния в объемные волны. Каждая пара однородных объемных волн (mn), унося энергию рэлеевской волны от границы, будет вносить свой вклад в затухание этой волны. Предположим, что затухание рэлеевской волны, вызванное рассеянием, достаточно мало, так что на некотором отрезке $L\gg\lambda$ в направлении распространения волны, содержащем большое число неровностей, изменение амплитуды рэлеевской волны сравнительно мало. В этом случае можно ввести понятие «парциального коэффициента затухания» δ_{mn}, равного отношению потока энергии, уносимой объемными волнами (mn) с единицы поверхности, к потоку энергии в рэлеевской волне. Суммарный коэффициент затухания (по энергии) рэлеевской волны равен $\delta=\sum_{mn}\delta_{mn}$. Он пропорционален квадрату амплитуды неровностей и характеризует затухание поверхностной волны из-за ее рассеяния в объемные волны. Формула для δ очень громоздкая и здесь не приводится. По этой формуле рассчитан коэффициент затухания рэлеевской волны, распространяющейся вдоль границы с чисто синусоидальными неровностями, заданными в виде $\zeta(x)=a\cos(Qx)$. На фиг. 1 приведены результаты этих расчетов для стали. По оси ординат отложена величина $\beta=4\delta/k_t^3a^2$, по оси абсцисс — величина Q/k_t. Кривая имеет острые максимумы при значениях Q, удовлетворяющих уравнению $(k-Q)=\pm k_l$. При этих значениях Q рассеянная продольная волна рас-

пространяется вдоль плоскости $z=0$. Левый пик соответствует рассеянной продольной волне, распространяющейся в том же направлении, что и рэлеевская; правый (более высокий) пик соответствует рассеянной продольной волне, распространяющейся в обратном направлении. Резкое возрастание затухания рэлеевской волны при этих значениях Q обусловлено оттоком энергии от границы в рассеянную поперечную волну.

В работе [26] экспериментально исследовано затухание рэлеевской волны, распространяющейся вдоль пилообразной поверхности с треугольными зубцами. Измерения выполнены на алюминиевых и стальных образцах при частотах 1,5—14 МГц. Получено хорошее совпадение с теорией [25].

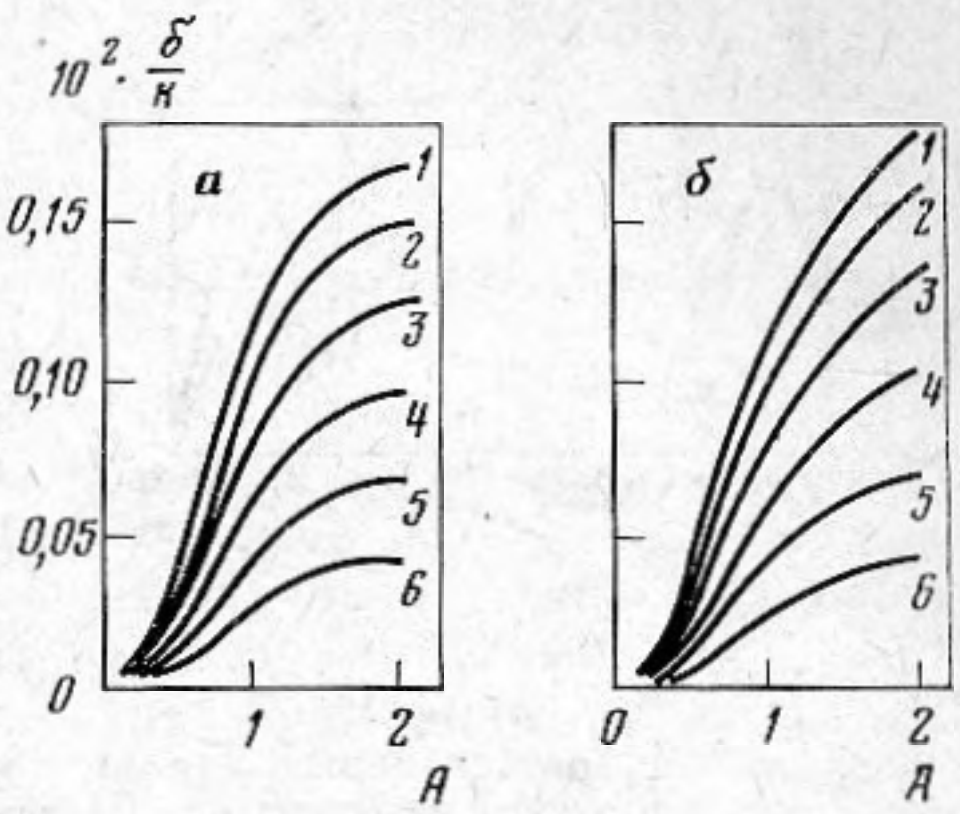
В ряде работ [27—34] теоретически исследовано отражение и рассеяние рэлеевской волны от одиночного препятствия (ступеньки, выступа, канавки) на поверхности твердого тела. В приближении однократного рассеяния рассчитаны коэффициенты отражения и преобразования поверхностных акустических волн в объемные волны. Показано, что для одиночного препятствия коэффициент преобразования больше коэффициента отражения. В том же приближении рассчитаны коэффициенты отражения и преобразования для системы N эквидистантных канавок (выступов). Показано, что с ростом N отношение коэффициентов преобразования и отражения стремится к нулю. Экспериментальные исследования [35, 36] подтверждают выводы теории.

В работах [37—39] исследовано рассеяние рэлеевских волн двумерными неровностями типа канавок и ступенек при произвольных углах падения. Основное внимание уделено изучению трансформации поверхностных волн в объемные. Для нахождения нормальных напряжений на плоской границе подложки использован метод возмущений. С помощью тензора механического поверхностного импеданса, связывающего компоненты смещений и нормальных напряжений, получены выражения для мощностей рассеянных поверхностных и объемных волн как функций формы неровностей. Рассмотрены структуры в виде ступеньки и канавки с различными наклонами боковых стенок и отражательная решетка, состоящая из системы эквидистантных канавок. Исследована зависимость параметров рассеяния от коэффициента Пуассона, угла падения и числа эквидистантных канавок. Найдено, что вне зависимости от формы неровностей существует угол падения $\theta_0=\arcsin k_t/(2k)$, при котором рэлеевская волна не отражается от двумерных неровностей. Угол θ_0 аналогичен углу Брюстера для плоских волн в оптике и акустике. Показано, что для решетки из N эквидистантных канавок отношение мощностей объемных волн и отраженной поверхностной волны приближенно описывается соотношением $10/N^2$. Некоторые закономерности рассеяния поверхностных волн при наклонном падении на неровности исследованы в работе [40].

Как правило, аналитическое рассмотрение задачи рассеяния поверхностных акустических волн на неровностях производится для изотропного твердого тела. Применение полученных результатов к поверхностным волнам в кристаллах основывается на так называемом квазиизотропном приближении [29], сущность которого заключается в замене кристалла эквивалентной ему изотропной средой. Такая модель, значительно упрощающая расчеты, дает хорошее совпадение с экспериментом. В работе [41] методом возмущений был произведен строгий анализ рассеяния поверхностной волны на канавке, вытравленной перпендикулярно Z-направлению Y-среза кристалла ниобата лития. При этом учитывалась как анизотропия упругости, так и пьезоэффект. Результаты этой работы подтвердили хорошую точность квазиизотропного приближения.

Влияние анизотропии кристалла на рассеяние поверхностных волн от малых синусоидальных неровностей его границы исследовано в работе [42]. Задача рассеяния решена для кристаллов кубической и гексагональной симметрий в следующих постановках: а) ось OX совпадает с направлением [100] кубического кристалла, ось OZ совпадает с направлением [001], б) ось OX совпадает с направлением [110] кубического кристалла, ось OZ совпадает с направлением [001], в) ось OZ совпадает с направ-

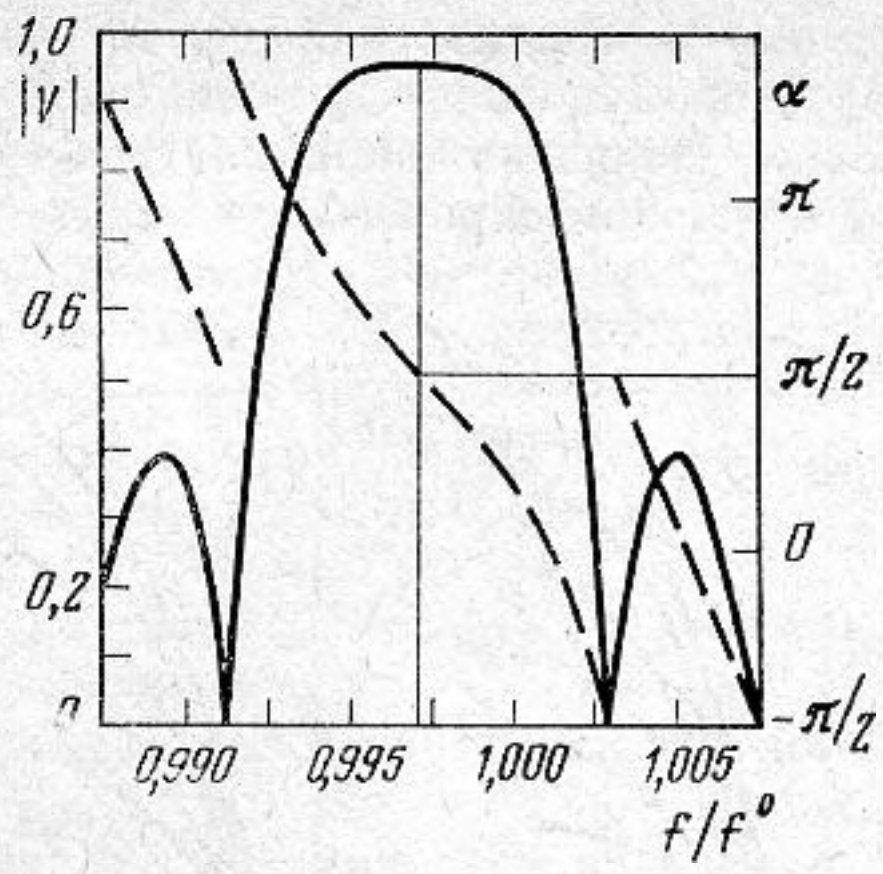
лением [0001] гексагонального кристалла, ось OX лежит в плоскости, перпендикулярной оси OZ. Расчет затухания поверхностной волны выполнен методом малых возмущений [25] для неровностей, заданных в виде $\zeta=a\cos(kx)$, где $ka=0{,}1$. На фиг. 2, *а*, *б* показана зависимость коэффициента затухания волн Рэлея от параметра анизотропии $A=2c_{44}/(c_{11}-c_{12})$ соответственно для срезов [001], [110] и [001], [110] кубического кристалла при различных значениях коэффициента Пуассона $\nu=c_{12}/(c_{11}+c_{12})$. Значению $A=1$ соответствует значение коэффициента затухания волн Рэлея в изотропном твердом теле. Для ряда реальных кубических и гексагональных кристаллов, применяющихся в акустоэлектронике, были рассчитаны коэффициент затухания, отношение потоков энергий продольной и поперечной рассеянных волн и величина $n=1/\delta\lambda$, показывающая, на скольких периодах структуры падающая поверхностная волна затухает по энергии в e раз.



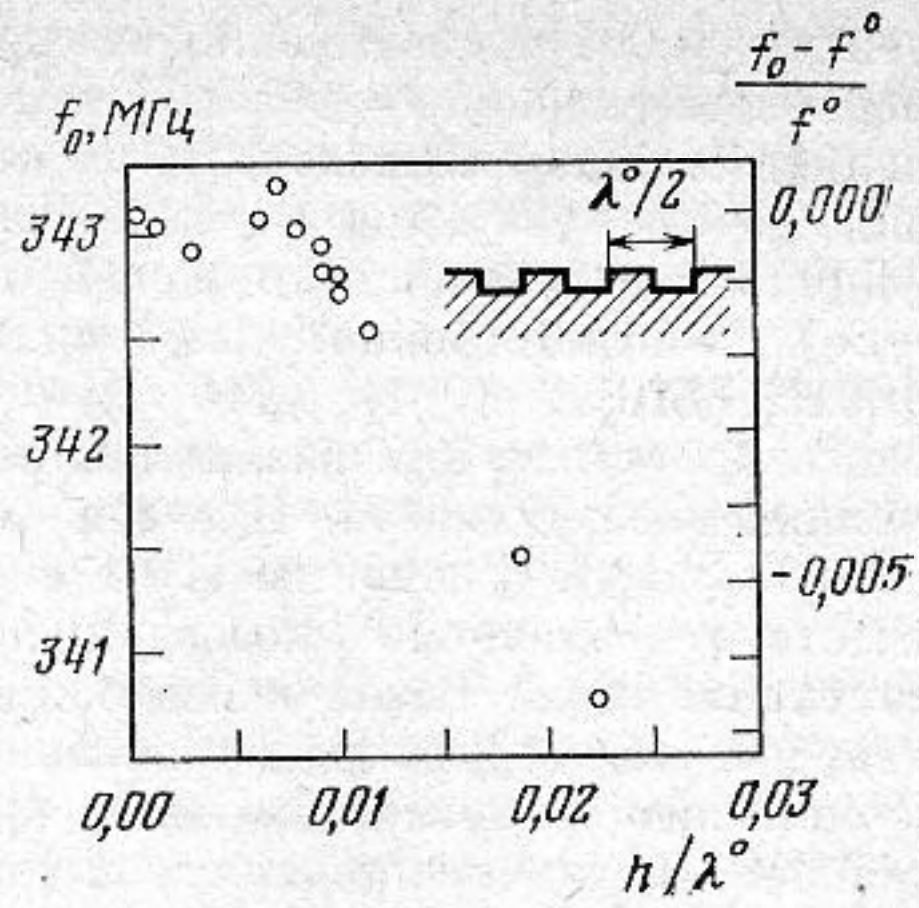
Фиг. 2. Зависимость коэффициента затухания волн Рэлея от параметра анизотропии: *а* – срез [001], [100]; *б* – срез [001], [110]. *1* – $\nu=0{,}025$; *2* – $\nu=0{,}1$; *3* – $\nu=0{,}2$; *4* – $\nu=0{,}3$; *5* – $\nu=0{,}4$; *6* – $\nu=0{,}475$

Во всех упомянутых теоретических работах расчет рассеяния поверхностных волн был выполнен методом малых возмущений при выборе падающей волны в качестве нулевого приближения, и поэтому на его основе можно оценить затухание исходной волны лишь при такой длине неровного участка, для которой рассеянное поле еще мало по сравнению с падающим. При достаточно большой длине неровного участка рассеянное поле уже не будет малым по сравнению с падающим, и этот расчет становится неприменимым. Например, при синусоидальных неровностях с периодом, равным $\lambda/2$, амплитуда отраженной рэлеевской волны, рассчитанная при учете однократного рассеяния, растет пропорционально длине неровного участка, что при большой длине решетки приводит к бессмысленному результату. Правильный расчет отражательной решетки с большим коэффициентом отражения можно выполнить только на основе методов, учитывающих эффект многократного рассеяния. Таковыми являются метод эквивалентных длинных линий (четырехполюсников) [43—52], метод связанных мод [53—55], модифицированный метод малых возмущений [56, 57] и метод многих масштабов [58]. Первый метод полуэмпирический, три другие строгие теоретические.

Метод эквивалентных длинных линий (четырехполюсников) состоит в следующем. Отражательной решетке с N рассеивателями (неровностями или неоднородностями) ставится в соответствие цепочка из N одинаковых четырехполюсников, эффективные параметры которых определяются экспериментально [51, 52]. Коэффициент отражения решетки вычисляется по известным формулам теории четырехполюсников. Этот метод совершенно не учитывает преобразование поверхностных волн в объемные и поэтому им можно пользоваться лишь в тех случаях, когда a priori известно, что мощность рассеянных объемных волн пренебрежимо мала по сравнению с мощностью отраженной поверхностной волны. Например, этим методом можно рассчитать коэффициент отражения поверхностной волны от длинной ($N\gg1$) решетки с периодом Λ, равным или близким $\lambda/2$. Именно такие решетки используются в качестве отражателей в резонаторах поверхностных акустических волн. Основные свойства таких резонаторов впервые были исследованы на основе метода эквивалентных длинных линий (четырехполюсников) в работе [15]. Благодаря строгой периодичности решеточные отражатели по своей природе являются узкополосными устройствами. Пусть рэлеевская волна падает на решетку из N



Фиг. 3



Фиг. 4

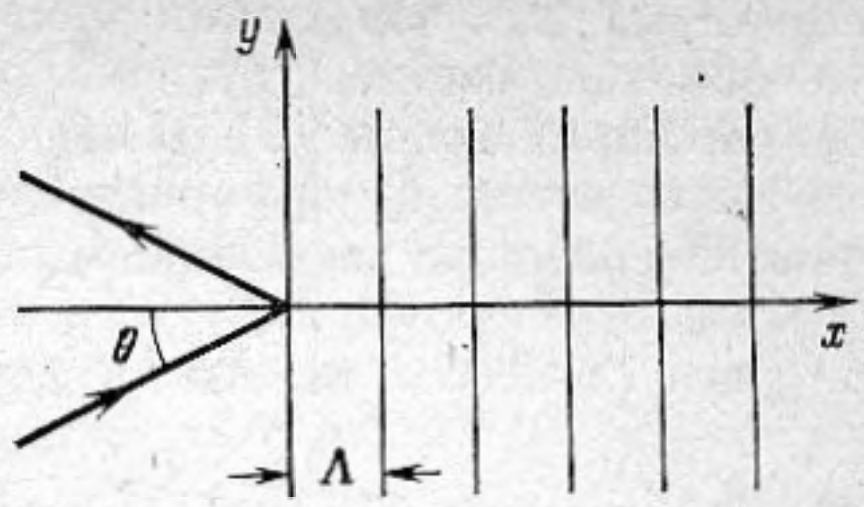
Фиг. 3. Величина (сплошная линия) и фаза (штриховая линия) коэффициента отражения однородной системы из 200 канавок на поверхности $LiNbO_3$ YZ-среза в зависимости от частоты

Фиг. 4. Частота f_0, при которой коэффициент отражения однородной системы из 100 канавок на поверхности $LiNbO_3$ YZ-среза имеет максимум в зависимости от глубины канавки

элементов с периодом Λ. Как показывает анализ [50], величина коэффициента отражения $|V|$ максимальна на частоте f_0 в окрестности «центральной» частоты $f^0=c/2\Lambda$ (соответствующей длине волны $\lambda^0=2\Lambda$) и уменьшается до нуля в относительной полосе частот порядка $2/N$. Частота f_0, соответствующая максимуму отражения, совпадает с центром нижней полосы запирания для бесконечной решетки. Значение f_0 оказывается ниже или выше этой «центральной» частоты, если элементы решетки соответственно ускоряют или замедляют волну. На фиг. 3 показана рассчитанная зависимость величины и фазы коэффициента отражения $V=|V|e^{i\alpha}$ от относительной частоты f/f^0 для отражательной системы из 200 канавок относительной глубины $h/\lambda^0=0{,}015$ на поверхности $LiNbO_3$ YZ-среза. Было установлено, что отражатели с системой канавок замедляют поверхностную волну [35]. Следовательно, максимальное отражение соответствует частоте f_0, отвечающей соотношению $f_0/f^0<1$. Из фигуры видно, что для данного отражателя с системой канавок фаза на частоте f_0 равна $+\pi/2$. Однако ее величина в других случаях будет зависеть от конкретной комбинации используемых отражательных элементов и материала подложки [59—61]. Знание величины фазы имеет существенное значение для правильного выбора положения преобразователя связи внутри резонатора. Частота f_0, при которой коэффициент отражения принимает максимальное значение, зависит от глубины канавки. Эта зависимость экспериментально исследована в работе [35] и показана на фиг. 4.

Строгое теоретическое исследование отражательной решетки для поверхностных акустических волн впервые было выполнено методом связанных мод [62—68]. При этом связанными считались две моды — падающая и отраженная поверхностные волны, а рассеяние в объем учитывалось как возмущение. В работах [66, 67] были рассчитаны коэффициенты отражения ($E_{\text{отр}}/E_{\text{пад}}$), прохождения ($E_{\text{прош}}/E_{\text{пад}}$) и преобразования ($E_{\text{об}}/E_{\text{пад}}$) рэлеевской волны, падающей на решетку из N канавок с периодом $\lambda/2$. Исследована зависимость этих коэффициентов от высоты h и от числа N канавок. Численные результаты, полученные при $h/\lambda=0{,}015$, показывают, что, начиная с $N=4$, отношение мощностей отраженной поверхностной и рассеянных объемных волн превосходит единицу и быстро увеличивается с ростом N: $E_{\text{отр}}/E_{\text{об}}\approx3$ для $N=7$, ≈130 для $N=50$ и ≈500

для $N>250$. Мощность рассеянных объемных волн немонотонно изменяется с ростом N и составляет около 0,2% мощности падающей поверхностной волны. Мощность прошедшей поверхностной волны монотонно падает с ростом N (для $N>3$): $E_{прош}/E_{пад}\approx 99\%$ для $N=10$, $\approx 74\%$ для $N=50$, $\approx 13\%$ для $N=150$, $\approx 1{,}4\%$ для $N=250$, $\approx 0{,}5\%$ для $N=300$ и $\approx 0{,}001\%$ для $N=600$. На основе анализа этих результатов можно сделать заключение о соотношении потерь на излучение и прохождение в резонаторе поверхностных волн с отражательными решетками. При данной глубине канавок ($h/\lambda=0{,}015$) главную роль играют потери на прохождение при $N\leqslant 300$ и потери на излучение при $N\geqslant 500$. Влияние этих потерь на добротность резонатора экспериментально исследовано в работах [69—71]. Коэффициенты отражения, прохождения и преобразования (по энергии) зависят от глубины канавок. С ростом h/λ (для фиксированного N) коэффициент $E_{прош}/E_{пад}$ монотонно уменьшается, коэффициент $E_{об}/E_{пад}$ монотонно увеличивается, а коэффициент $E_{отр}/E_{пад}$ проходит через максимум. Следовательно, при данном N имеется оптимальная глубина канавок, при которой отражательная решетка работает наиболее эффективно. Оптимальная глубина канавки монотонно уменьшается с ростом N. Результаты, аналогичные изложенным в работе [66], были также получены методом многих масштабов [72, 73].



Фиг. 5. Геометрия задачи, вид сверху

В работах [74, 75] задача многократного рассеяния поверхностных волн была решена на основе модифицированной теории возмущений [56, 57]. Сущность этой модификации состоит в том, что нулевое приближение в теории возмущений выбирается в специальной форме, учитывающей основную часть полного поля в среде при наличии неровностей на границе. Дисперсионное уравнение для волнового числа поверхностной волны получено из требования, что поправка к нулевому приближению мала по сравнению с нулевым приближением при любой длине неровного участка (это и означает, что нулевое приближение учитывает основую часть полного поля).

Изложим модифицированный метод малых возмущений применительно к задаче рассеяния рэлеевской волны от малых двумерных неровностей поверхности твердого тела при наклонном падении (фиг. 5). Пусть твердое однородное полупространство ограничено сверху свободной поверхностью, описываемой в декартовой прямоугольной системе координат x, y, z уравнением $z=\zeta(z)$, где $\zeta(x)$ — периодическая функция координаты x. Требуется найти звуковое поле в этом полупространстве, удовлетворяющее следующим условиям: 1) поле ограничено при $x\to\infty$; 2) при стремлении высоты неровностей к нулю поле переходит (при наличии сколь угодно малого поглощения в среде) в поверхностную рэлеевскую волну, распространяющуюся под углом θ к оси x.

Обозначим через φ и ψ соответственно скалярный и векторный потенциалы в твердом теле. Поверхностную рэлеевскую волну, распространяющуюся вдоль плоской ($\zeta=0$) границы под углом θ к оси x, примем в виде

$$\varphi=A\exp[ik(\cos\theta x+\sin\theta y)+qz],$$
$$\psi_y=-\operatorname{ctg}\theta\psi_x=\tau\cos\theta A\exp[ik(\cos\theta x+\sin\theta y)+sz]. \tag{2}$$

Согласно результатам работ [37—39], рэлеевская волна (2) эффективно отражается от периодических неровностей с периодом, равным $\pi/(k\cos\theta)$ и близким к нему, и слабо отражается от других периодических неровностей. Предположим, что функция $\zeta(x)$, описывающая неровности, имеет период $\Lambda=\pi/(k^0\cos\theta)$, где k^0 — волновое число рэлеевской волны при частоте ω^0. Найдем поле в твердом полупространстве при частоте ω, равной ω^0 и близкой к ней. Решение задачи рассеяния получим

методом малых возмущений при специальном выборе формы нулевого приближения, соответствующей основной части полного поля [56, 57]. При рассеянии волны (2) от заданных периодических неровностей возникает интенсивная отраженная волна; поэтому нулевое приближение, учитывающее основую часть полного поля, будем искать в виде

$$\varphi^{(0)}=A\exp[i(\tilde{k}_x x+k_y y)+\tilde{q}z]+B\exp[i(\tilde{\tilde{k}}_x x+k_y y)+\tilde{\tilde{q}}z],$$

$$\psi_x^{(0)}=-\tau\sin\theta\{A\exp[i(\tilde{k}_x x+k_y y)+\tilde{s}z]+B\exp[i(\tilde{\tilde{k}}_x x+k_y y)+\tilde{\tilde{s}}z]\}, \qquad (3)$$

$$\psi_y^{(0)}=\tau\cos\theta\{A\exp[i(\tilde{k}_x x+k_y y)+\tilde{s}z]-B\exp[i(\tilde{\tilde{k}}_x x+k_y y)+\tilde{\tilde{s}}z]\},$$

где $\tilde{k}_x=(k+\varkappa)\cos\theta$, $\tilde{\tilde{k}}_x=(k+\varkappa-2k^0)\cos\theta$, $k_y=k\sin\theta$, $|\varkappa|\ll k^0$, $\tilde{q}=\sqrt{\tilde{k}_x^2+k_y^2-k_l^2}$, $\tilde{\tilde{q}}=\sqrt{\tilde{\tilde{k}}_x^2+k_y^2-k_l^2}$. Величины $\tilde{s}$ и $\tilde{\tilde{s}}$ вычисляются соответственно по формулам для величин $\tilde{q}$ и $\tilde{\tilde{q}}$ при замене в них k_l на k_t. В формулах (3) постоянные $\varkappa$ и B/A выберем таким образом, чтобы звуковое поле было ограничено на $x\to\infty$ и чтобы поправка к нулевому приближению была мала по сравнению с ним.

Нулевое приближение (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца в среде, но, в отличие от волны (2), не удовлетворяет граничным условиям на свободной плоской границе $z=0$. Выполнив стандартную операцию «сноса» граничных условий с неровной поверхности $z=\zeta(x)$ на плоскость $z=0$, сведем задачу о нахождении поправочного поля $\{(\varphi-\varphi^{(0)}), (\psi-\psi^{(0)})\}$ к задаче излучения сторонних источников нормальной и тангенциальной компонент силы, распределенных по плоскости $z=0$. Характеристики эффективных источников выражаются через параметры поля (3) и неровностей. Разложим периодическую функцию $\zeta(x)$ в ряд Фурье и представим эффективные источники сил в виде суммы гармоник $\exp\{i[(\mp1+2n)k^0+(\varkappa+k^0\Omega/\omega^0)]\cos\theta\cdot x+ik_y y\}$, где $\Omega=\omega-\omega^0$, n — целое число. Гармоники $\exp\{i[\mp k^0+(\varkappa+k^0\Omega/\omega^0)]\cos\theta\cdot x+ik_y y\}$ резонансные, остальные гармоники нерезонансные. Согласно методу Фурье, каждой нерезонансной гармонике, заданной на плоскости $z=0$, соответствуют одна продольная и одна поперечная неоднородные плоские волны в полупространстве $z<0$. Амплитуды этих волн всегда будут малыми (порядка $|k_t\zeta|$) величинами.

Резонансные гармоники $\exp\{i[k^0+(\varkappa+k^0\Omega/\omega^0)]\cos\theta\cdot x+ik_y y\}$ и $\exp\{i[-k^0+(\varkappa+k^0\Omega/\omega^0)]\cos\theta\cdot x+ik_y y\}$ ответственны за создание поверхностных волн, распространяющихся соответственно под углами θ и $(\pi-\theta)$ к оси x. При произвольных A и B амплитуды этих волн будут бесконечно большими. Подберем постоянные A и B таким образом, чтобы в поправочном поле отсутствовали поверхностные волны. Соотношения, выражающие равенство амплитуд этих волн нулю, являются системой однородных алгебраических уравнений для A и B. Приравняем определитель этой системы нулю и найдем допустимые значения $\delta\equiv\varkappa+k^0\Omega/\omega^0$. Они определяются по формуле

$$\delta^{\pm}=\pm\frac{k^0}{\omega^0}\sqrt{\Omega^2-\left[\frac{\omega^0}{k^0}T|\zeta_1|\right]^2}, \qquad \operatorname{Re}\delta^+\geqslant0, \qquad \operatorname{Im}\delta^+\geqslant0, \qquad (4)$$

где

$$T=\{2kqk_t^2[\sin^2\theta-k_t^2/(4k^2)]\,[(k_t^2-k_l^2)+(k^2+s^2)(1-q/s)^2]^{-1}\}^0, \qquad (5)$$

индекс «0» сверху означает, что данная величина взята при частоте ω^0. В соответствии с условием ограниченности поля при $x\to\infty$ выберем $\delta=\delta^+$. Величина δ^+ чисто мнимая при

$$|\Omega|<\Omega_0\equiv\left|\frac{\omega^0}{k^0}T\zeta_1\right| \qquad (6)$$

и вещественная при $|\Omega|>\Omega_0$. Отношение амплитуд B/A при $\delta=\delta^+$ получим по формуле $B/A=-(\omega^0/k^0)T\zeta_1(\Omega+\sqrt{\Omega^2-\Omega_0^2})^{-1}$.

Соотношение (6) определяет частотную полосу запирания для границы с периодическими неровностями. При частотах, удовлетворяющих этому соотношению, поле (3) экспоненциально затухает с ростом x. Коэффициент затухания $\delta_r\equiv\operatorname{Im}\delta^+$ принимает максимальное значение, равное $|T\zeta_1|$, в середине ($\omega=\omega^0$) полосы запирания и монотонно убывает до нуля при приближении частоты ω к границам этой полосы, определяемым по формулам $\omega_н=\omega^0-\Omega_0$, $\omega_в=\omega^0+\Omega_0$. Для частот, лежащих внутри полосы запирания, модуль B/A равен единице.

Ширина полосы запирания $(\omega_в-\omega_н)=2\Omega_0$ и коэффициент затухания $\delta_r=(k^0/\omega^0)\sqrt{\Omega_0^2-\Omega^2}$ зависят от угла падения θ. Согласно формулам (5) и (6), величина Ω_0 пропорциональна множителю $|\sin^2\theta-k_t^2/(4k^2)|$, поэтому ширина полосы запирания и коэффициент затухания стремятся к нулю при приближении угла падения к углу θ_0, определяемому по формуле $\theta_0=\arcsin k_t/(2k)$. При угле падения, равном θ_0, рэлеевская волна (2) не отражается от двумерных неровностей поверхности. Впервые это было показано в работах [37, 38].

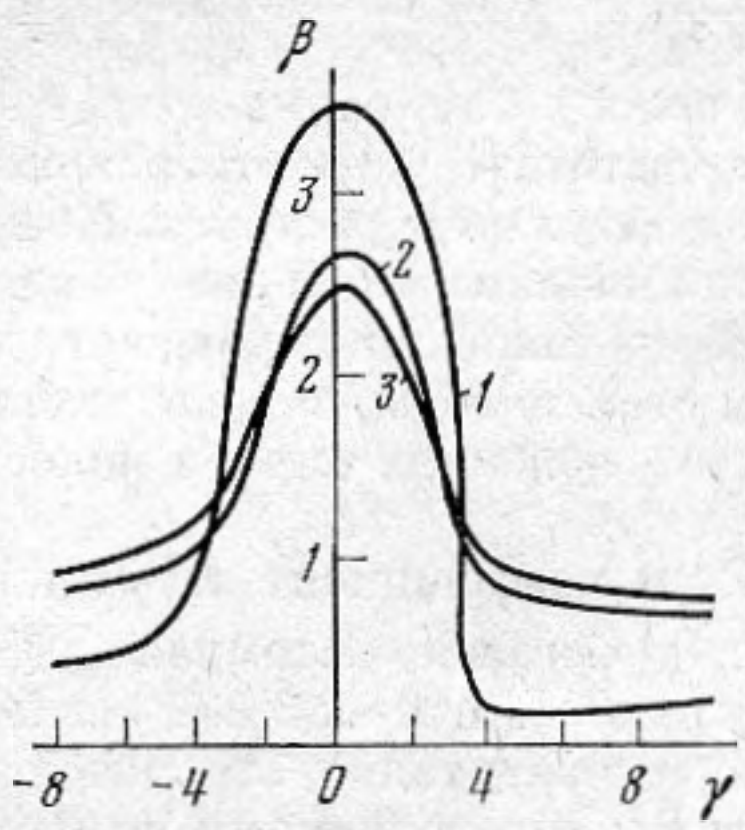
Аналогичным способом можно исследовать рассеяние рэлеевской волны (2) от периодических неровностей, заданных на конечном (по оси x) участке. Пусть неровности с периодом Λ заданы в интервале $0<x<L$. Выполнив соответственные вычисления при учете обоих допустимых значений δ, получим следующие выражения для модулей коэффициентов отражения и прозрачности рэлеевской волны при частоте $\omega=\omega^0$: $|V|=\operatorname{th}(|T\zeta_1|L\cos\theta)$, $|W|=\operatorname{sch}(|T\zeta_1|L\cos\theta)$.

Задача о рассеянии рэлеевской волны от двумерных неровностей при наклонном падении была также рассмотрена методом связанных мод в работах [76, 77].

В работе [74] решена задача о распространении поверхностной волны вдоль границы жидкость — твердое тело, имеющей малые периодические неровности. Найдено, что неровности с периодом π/k^0 (k^0 — волновое число поверхностной волны при частоте ω^0) эффективно отражают поверхностную волну при частотах, удовлетворяющих соотношению $|\omega-\omega^0|<\Omega_0$, где величина Ω_0 пропорциональна амплитуде первой фурье-компоненты функции, описывающей неровности. Коэффициент затухания равен $(k^0/\omega^0)\sqrt{\Omega_0^2-(\omega-\omega^0)^2}$, он принимает максимальное значение в центре полосы запирания, т. е. при $\omega=\omega^0$. Например, для поверхностной волны, распространяющейся вдоль периодически неровной границы вода — лед, имеем $\delta^0/k^0=0{,}28k^0|\zeta_1|$.

Экспериментальные исследования отражательных решеток для рэлеевских волн показали, что имеются некоторые отклонения от закономерностей, даваемых линейным приближением теории возмущений [73—77]. Например, в работе [35] было найдено, что частота, при которой коэффициент отражения рэлеевской волны принимает максимальное значение, зависит не только от периода отражательной решетки, но и от высоты ее зубцов. Для решетки с прямоугольными зубцами эта частота уменьшается при увеличении высоты зубцов. Зависимость этой частоты от формы и высоты неровностей необходимо учитывать при конструировании резонансных устройств на основе отражательных решеток. В этой связи представляет интерес рассмотреть задачу распространения рэлеевской волны вдоль неровной границы твердого тела с большей точностью, чем это было сделано в работах [73—77]. В работе [78] эта задача решена при учете членов второго порядка малости по высоте и наклону неровностей. Найдено, что резонансная частота отражательной решетки зависит и от формы ее зубцов. При увеличении высоты зубцов эта частота увеличивается для зубцов, близких к синусоидальным, и уменьшается для зубцов, близких к прямоугольным.

В работе [79] методом связанных мод решена задача о рассеянии рэлеевской волны от малых синусоидальных неровностей с периодом Λ, равным или близким λ. Решение получено при учете членов второго по-

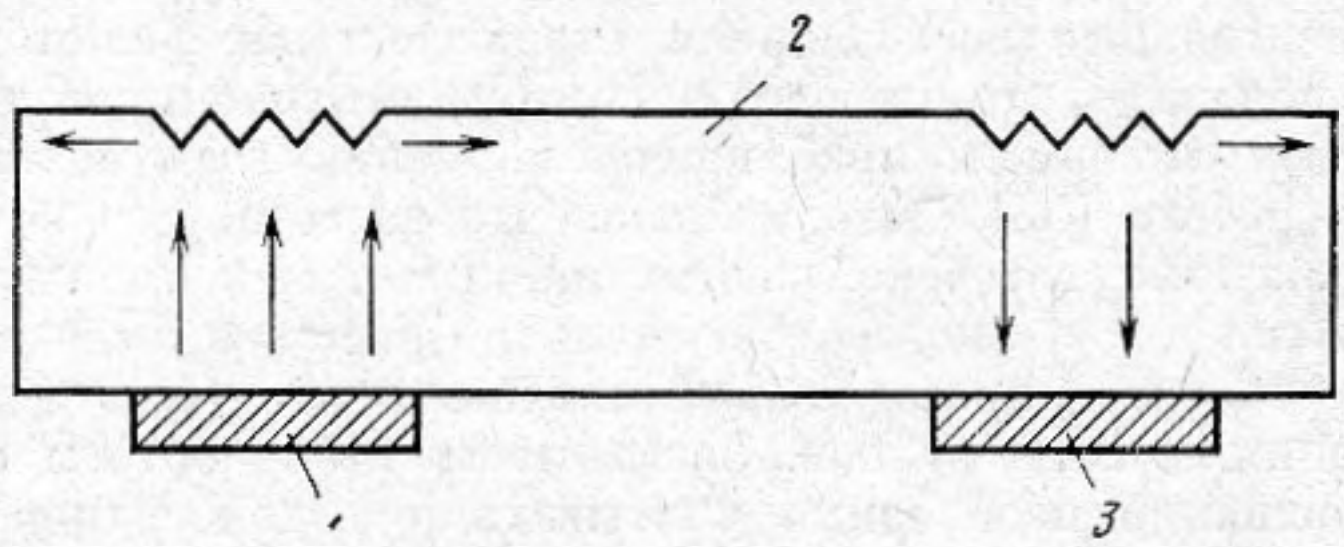


Фиг. 6. Зависимость коэффициента затухания волн Рэлея от частоты для разных значений коэффициента Пуассона ν: *1* – 0,17; *2* – 0,3; *3* – 0,5

рядка по амплитуде неровностей. Показано, что из-за квадратичных эффектов возникает интенсивная отраженная волна. Ее амплитуда сравнима с амплитудой падающей волны. Рассчитан коэффициент затухания рэлеевской волны из-за ее рассеяния и отражения от синусоидальных неровностей. Оказалось, что при резонансе коэффициент затухания рэлеевской волны в несколько раз больше, чем вдали от резонанса. Для иллюстрации на фиг. 6 дана частотная зависимость (в относительных единицах) коэффициента затухания рэлеевской волны, бегущей вдоль границы с малыми синусоидальными неровностями. По оси ординат отложена величина β, пропорциональная коэффициенту затухания, по оси абсцисс — величина γ, пропорциональная отклонению $(\omega-\omega_0)$. В этой же работе решена задача о рассеянии рэлеевской волны от малых синусоидальных неоднородностей в виде инерциальной нагрузки на границе. Показано, что для таких неоднородностей квадратичные эффекты выражены гораздо слабее, чем для неровностей.

В работе [80] на основе модифицированной теории возмущений исследовано рассеяние рэлеевской волны от малых периодических неоднородностей любой формы. Показано, что при неоднородностях с периодом, равным или близким λ, характер затухания рэлеевской волны существенно зависит от соотношения амплитуд первой и второй фурье-компонент этих неоднородностей.

В настоящее время для возбуждения поверхностных акустических волн широко используются встречно-штыревые преобразователи [5]. Они эффективны в работе и просты в изготовлении. Однако эти преобразователи могут работать только на пьезоэлектрических подложках, и поэтому на практике иногда трудно получить заданную частотную характеристику и обеспечить температурную стабильность приборов. В работах [16, 17] был предложен другой эффективный метод возбуждения и приема поверхностных волн, основанный на взаимной трансформации объемных и поверхностных волн на периодических неровностях границы твердого тела.

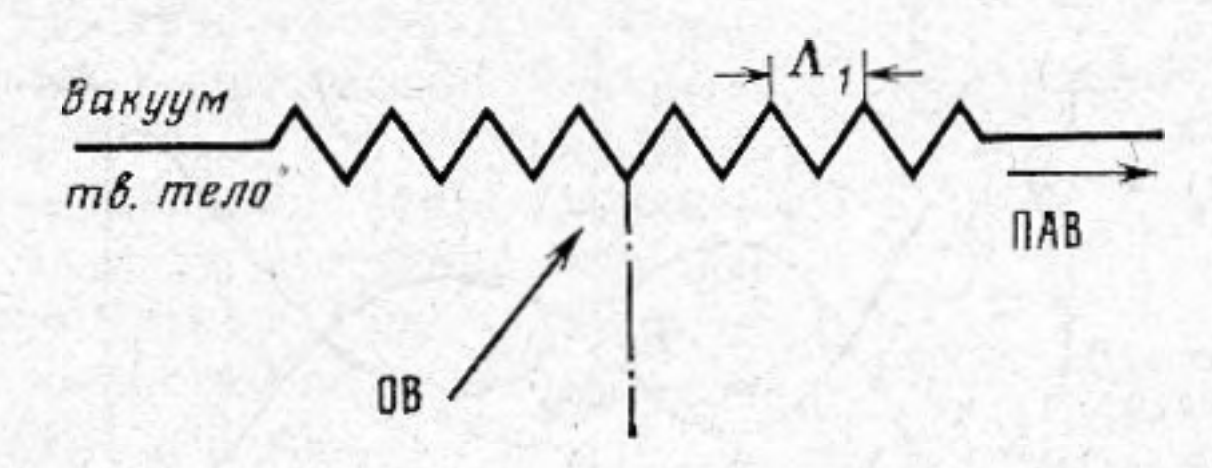


Фиг. 7. Устройство с двумя рассеивающими дифракционными решетками. *1* – передающий пьезоэлемент, *2* – звукопровод, *3* – приемный пьезоэлемент. Стрелками показаны пути распространения волн

При падении объемной волны на границу твердого тела, имеющую периодические неровности с определенным периодом, возникает интенсивная поверхностная волна. Например, при нормальном падении объемной волны период неровностей (дифракционной решетки) должен быть равен или близок длине поверхностной волны. На фиг. 7 показано устройство с двумя рассеивающими дифракционными решетками, преобразующее объемную волну в поверхностную и обратно [19]. Согласно результатам работы [19], в этом устройстве потери на двойное преобразование не превы-

шают 10 дБ. Преобразователь на основе рассеивающей дифракционной решетки имеет определенные преимущества по сравнению с встречно-штыревым преобразователем: он малочувствителен к погрешностям изготовления и может работать на непьезоэлектрической подложке. Этот преобразователь может эффективно возбуждать гиперзвуковые поверхностные волны на частотах до 10 ГГц [18].

В работах [81, 82] рассмотрена задача о преобразовании объемной волны, наклонно падающей на неровную границу твердого тела, в поверхностную волну Рэлея (фиг. 8). Решение получено на основе принципа локальности [83], учитывающего эффект многократного рассеяния. Расчет преобразования выполнен для неровностей с периодами $\Lambda_1=2\pi/(k-\xi)$



Фиг. 8. Преобразователь объемной волны (ОВ) в поверхностную (ПАВ)

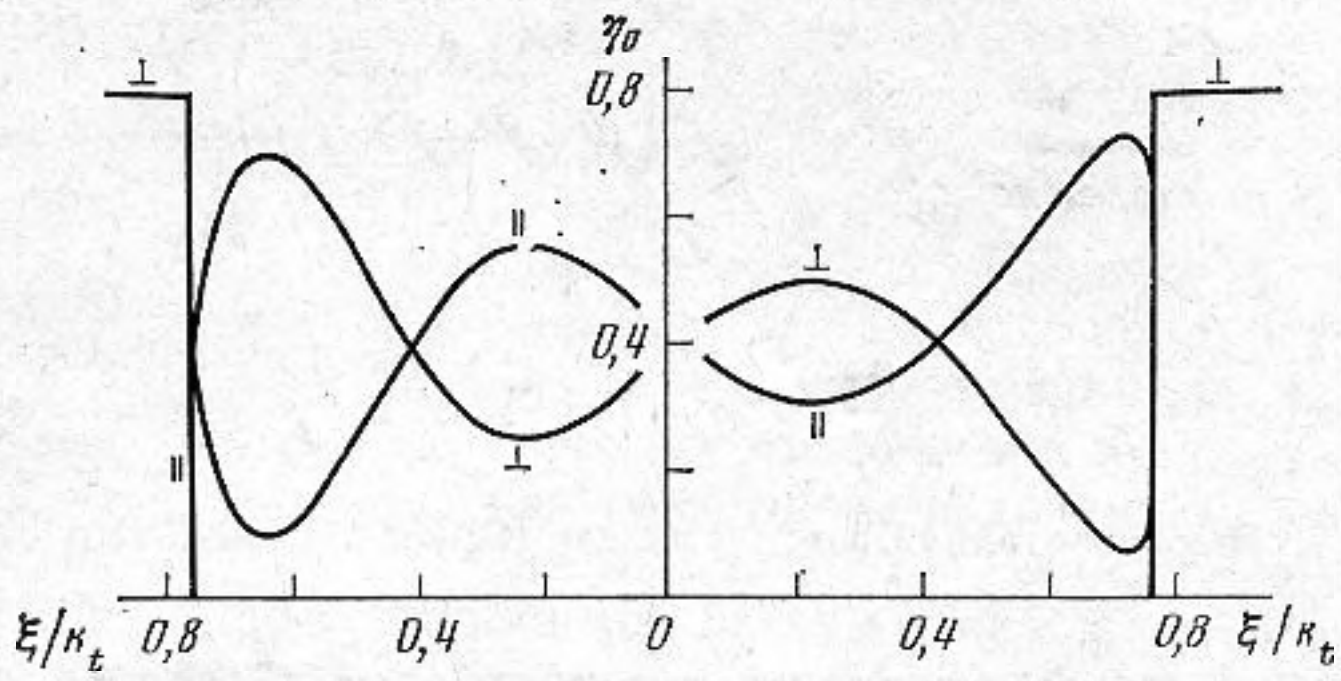
и $\Lambda_2=2\pi/(k+\xi)$, где k — волновое число рэлеевской волны, ξ — проекция волнового вектора объемной волны на ось x, совпадающую с границей твердого тела при отсутствии неровностей. Согласно соотношению Брэгга, эти периодические неровности эффективно возбуждают поверхностные волны Рэлея, бегущие соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси x. Исследована амплитуда генерируемой рэлеевской волны в зависимости от длины L неровного участка. Характер этой зависимости определяется величиной δL, где δ — коэффициент затухания рэлеевской волны из-за рассеяния от неровностей. При $\delta L \ll 1$ амплитуда генерируемой рэлеевской волны пропорциональна длине неровного участка. При $\delta L \gg 1$ амплитуда этой волны обратно пропорциональна коэффициенту затухания δ и не зависит от длины неровного участка, наступает «насыщение». Эффективность преобразования волн характеризуется коэффициентом η, равным отношению потоков энергии в генерируемой поверхностной и в падающей объемной волнах. Найдено, что оптимальное преобразование волн происходит при длине неровного участка, равной $1{,}2/\delta$. Показано, что при синусоидальных неровностях с периодом Λ_1 и при любых неровностях с периодом Λ_2 оптимальные коэффициенты преобразования продольной и поперечной объемных волн в поверхностную не зависят от амплитуды этих неровностей. Для периодических несинусоидальных неровностей с периодом Λ_1 оптимальные коэффициенты преобразования меньше, чем для чисто синусоидальных неровностей, в (δ/δ_1) раз, где δ_1 — парциальный коэффициент затухания рэлеевской волны на первой фурье-компоненте неровностей, и зависят от их формы. На фиг. 9 даны зависимости оптимальных коэффициентов преобразования продольной ($\parallel$) и поперечной ($\perp$) объемных волн от величины ξ/k_t, характеризующей угол падения объемной волны. Расчет выполнен для стали. В первом и во втором квадрантах графики построены соответственно для чисто синусоидальных неровностей с периодом Λ_1 и для любых периодических неровностей с периодом Λ_2. Из анализа этих графиков следует, что положения максимумов и минимумов коэффициента $\eta_0^{(\parallel)}$ совпадают соответственно с положениями минимумов и максимумов коэффициента $\eta_0^{(\perp)}$.

Отметим, что решение задачи преобразования волн, полученное в линейном приближении по амплитуде неровностей, неприменимо при нормальном падении объемных волн и близком к нему. Согласно результатам работы [55], при строгом количественном решении этой задачи для неровностей с периодом, равным или близким длине поверхностной волны, необходимо учитывать и квадратичные эффекты по амплитуде неровностей.

Применительно к волнам Рэлея это связано с громоздкими математическими выкладками, и до сих пор соответственный расчет не произведен. Очевидно, что при нормальном падении оптимальный коэффициент преобразования объемной волны в одну поверхностную меньше 0,5.

Волны Лява. Известно [22], что вдоль плоской свободной границы твердого полупространства может бежать сдвиговая объемная волна. При нагружении полупространства замедляющим твердым слоем эта объемная волна превращается в сдвиговую поверхностную волну Лява [84, 85]. Фазовая скорость волн Лява всегда меньше фазовой скорости поперечных волн в полупространстве и больше скорости этих волн в слое.

Рассмотрим твердый однородный слой ($0<z<h$), лежащий на твердом



Фиг. 9. Зависимости оптимальных коэффициентов преобразования продольной (∥) и поперечной (⊥) объемных волн на синусоидальных неровностях от величины ξ/k_t

однородном полупространстве $z<0$. Соединение между слоем и полупространством предполагается жестким. Обозначим через u и v соответственно смещения частиц среды вдоль оси y в полупространстве и в слое. Согласно результатам работ [22, 84, 85], гармоническая сдвиговая поверхностная волна Лява, бегущая вдоль оси x, описывается следующими выражениями:

$$u=A\exp(ikx+sz), \qquad v=A\frac{\cos[r(z-h)]}{\cos[rh]}\exp(ikx), \tag{7}$$

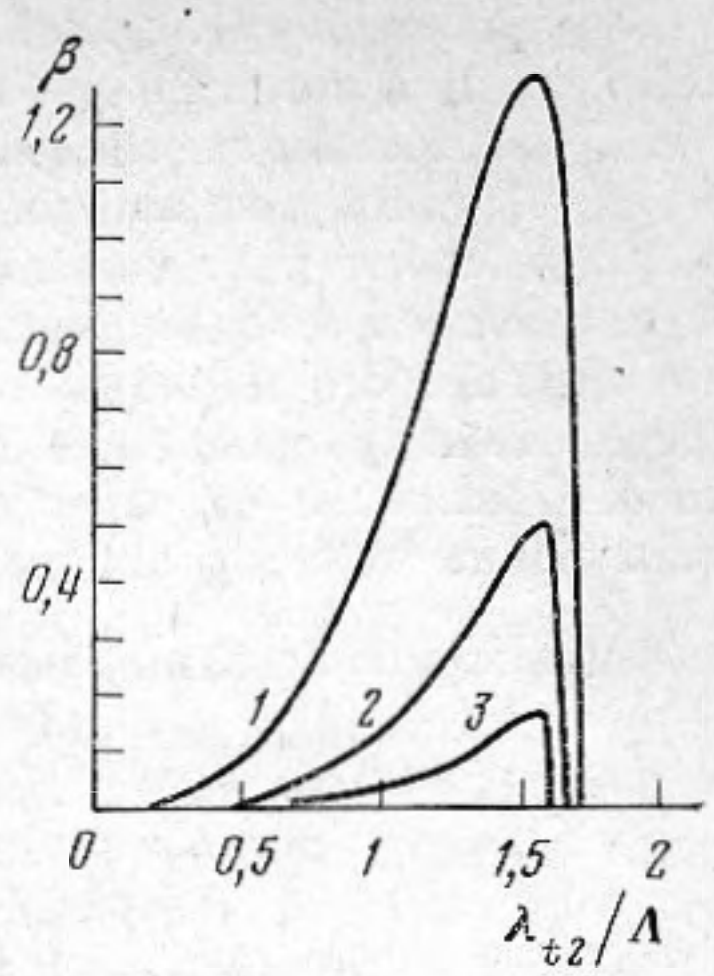
где $s=\sqrt{k^2-k_{t1}^2}>0$, $r=\sqrt{k_{t2}^2-k^2}>0$, $k_{t1}<k_{t2}$, $k_{t1,2}=\omega/c_{t1,2}$, $c_{t1,2}$ – скорости поперечных объемных волн, индексы 1 и 2 соответствуют средам в полупространстве и в слое. Дисперсионное уравнение для величины k имеет вид

$$\operatorname{tg}(rh)=(\mu_1 s)/(\mu_2 r), \tag{8}$$

где $\mu_{1,2}$ – коэффициенты Ламе. При условии $c_{t2}<c_{t1}$ (замедляющий слой) оно имеет действительные корни, лежащие в пределах $k_{t1}<k<k_{t2}$. Различные корни уравнения (8) соответствуют волнам Лява разных номеров (порядков). Число их тем больше, чем больше $k_{t1}h$. Часто под волной Лява понимают просто волну первого номера, которая существует при всех толщинах слоя, включая и $k_{t1}h\to 0$.

Наличие малых периодических неровностей или неоднородностей на границах твердого слоя вызывает отражение и рассеяние бегущей поверхностной волны Лява. Впервые задача о распространении волны Лява вдоль периодически неровной границы была рассмотрена при учете однократного рассеяния в работе [86]. В этой работе на основе закона сохранения энергии рассчитан коэффициент затухания волны Лява из-за ее рассеяния от неровностей и показано, что неровности свободной границы слоя значительно сильнее рассеивают поверхностную волну, чем

соответственные неровности границы слои — полупространство. Исследована зависимость коэффициента затухания δ волны Лява от периода неровностей. В качестве иллюстрации на фиг. 10 дана эта зависимость для синусоидальных неровностей на свободной границе слоя. По оси ординат отложена величина $\beta \equiv \delta/k_{t2}(h/a)^2$, по оси абсцисс — λ_{t2}/Λ, где a и Λ — соответственно амплитуда и период неровностей. Графики рассчитаны при параметрах сред $\mu_1/\mu_2=2$, $c_{t1}=4{,}6\cdot10^3$ м/с, $c_{t2}=3{,}6\cdot10^3$ м/с для трех значений (в относительных единицах) толщины слоя $k_{t2}h=2{,}30$; 1,56 и 0,99. В работе [86] все результаты получены в предположении, что отраженная поверхностная волна отсутствует. Следовательно, эти результаты неприменимы к периодическим неровностям с периодом Λ, равным (или близким) $\lambda/2$ и λ.



Фиг. 10. Зависимость коэффициента затухания волны Лява от периода неровностей для различных значений $(k_{t2}h)$: *1* – 2,30; *2* – 1,56; *3* – 0,99

В работе [87] методом многих масштабов решена задача о резонансном отражении волны Лява от малых периодических неровностей с периодом Λ, равным или близким $\lambda/2$. Рассчитан коэффициент затухания этой волны из-за ее отражения от неровностей и исследована его частотная зависимость. Найден коэффициент отражения волны Лява от периодических неровностей, заданных на конечном участке границы.

В работах [88, 89] методом связанных мод решена задача о взаимном преобразовании сдвиговых поверхностных и объемных волн на границе с малыми синусоидальными неоднородностями. Изложим результаты этих работ. Рассмотрим твердый однородный слой $(0<z<h)$, лежащий на твердом однородном полупространстве $z<0$. Пусть между слоем и полупространством имеется малая инерциальная нагрузка с поверхностей плотностью $m(x)=2m_1\cos Qx$. Требуется найти звуковое поле в полупространстве и в слое. Инерциальная нагрузка между слоем и полупространством изменяет лишь одно граничное условие для поля — вместо равенства напряжений σ_{yz} по обе стороны от границы $z=0$ должно выполняться соотношение

$$[\sigma_{yz2}-\sigma_{yz1}]_{z=0}=-\omega^2 m(x)\,u(x,\,0); \tag{9}$$

другие граничные условия остаются прежними:

$$\sigma_{yz2}=0 \quad \text{при} \quad z=h, \quad u=v \quad \text{при} \quad z=0. \tag{10}$$

При наличии синусоидальных неоднородностей на границе звуковое поле в среде ищем в виде блоховской волны $u,\ v\sim e^{i\delta x}f(x,\,z)$, где $f(x,\,z)$ — периодическая по x функция с периодом $\Lambda=2\pi/Q$, $|\delta|\ll Q$. Разлагая эту функцию в ряд Фурье, представим смещения u и v в виде

$$u(x,\,z)=u_0\exp\,[i(\delta x-k_{t1}'z)]+u_{+1}\exp\,[i(\delta+Q)x+s_{+1}z]+$$
$$+u_{-1}\exp\,[i(\delta-Q)x+s_{-1}z]+\ldots, \tag{11}$$

$$v(x,z)=u_0\frac{\cos[k_{t2}'(z-h)]}{\cos[k_{t2}'h]}\exp(i\delta x)+u_{+1}\frac{\cos[r_{+1}(z-h)]}{\cos[r_{+1}h]}\exp[i(\delta+Q)x]+$$
$$+u_{-1}\frac{\cos[r_{-1}(z-h)]}{\cos[r_{-1}h]}\exp[i(\delta-Q)x]+\ldots, \tag{12}$$

где $k_{t1}'=\sqrt{k_{t1}^2-\delta^2}$, $k_{t2}'=\sqrt{k_{t2}^2-\delta^2}$, $s_{\pm1}=\sqrt{(Q\pm\delta)^2-k_{t1}^2}$, $r_{\pm1}=\sqrt{k_{t2}^2-(Q\pm\delta)^2}$. Поле (11), (12) удовлетворяет граничным условиям (10). Подберем коэффициенты $u_{\pm n}$ таким образом, чтобы это поле удовлетворяло и гра-

ничному условию (9). С этой целью подставим формулы (11), (12) в соотношение (9) и тогда получим бесконечную систему алгебраических уравнений, описывающих взаимодействие различных спектров. В работах [88, 89] учтены только три спектра: 0, +1 и −1. Авторы этих работ утверждают, что учет большего числа спектров не изменяет существенно результатов и приводит лишь к смещению резонансной частоты на малую величину второго порядка по амплитуде неоднородностей. Из равенства определителя укороченной системы нулю найдем допустимые значения δ. Обозначим через ω^0 частоту, при которой длина поверхностной волны равна периоду неоднородностей. В окрестности этой частоты имеем приближенное соотношение $[\mu_2 r_{\pm 1} \operatorname{tg}(r_{\pm 1} h) - \mu_1 s_{\pm 1}] = \mu_1 \left[\mp \Gamma\delta + \Pi Q \frac{\Delta\omega}{\omega^0}\right]$, где $\Gamma > 0$, $\Pi > 0$, $\Delta\omega = \omega - \omega^0$. Допустимые значения δ получим по формуле

$$\delta^{\pm} = \pm Q \frac{\Pi}{\Gamma} \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega^0}\right)^2 - \frac{2\varepsilon^2}{\Pi F} \frac{\Delta\omega}{\omega^0}}, \quad \operatorname{Im} \delta^+ > 0, \tag{13}$$

где $F = \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{k_{t2}^0}{Q} \operatorname{tg}(k_{t2}^0 h) + i \frac{k_{t1}^0}{Q} \equiv F' + iF''$, $\varepsilon = \frac{\omega^{02} m_1}{\mu_1 Q} \ll 1$. Исследуем частотную зависимость величины δ^+. Вдали от резонанса ($|\Delta\omega/\omega^0| \gg \varepsilon^2$, но $|\Delta\omega/\omega^0| \ll 1$) из формулы (13) получим выражения $\delta^+ = Q \frac{\Pi}{\Gamma} \left[\frac{\Delta\omega}{\omega^0} - \frac{\varepsilon^2}{\Pi F}\right]$, $\operatorname{Im} \delta^+ = \varepsilon^2 \frac{Q}{\Gamma} \frac{F''}{|F|^2}$; коэффициент затухания волны $\operatorname{Im} \delta^+$ слабо зависит от частоты. Вблизи же резонанса ($|\Delta\omega/\omega^0| \ll \varepsilon^2$) величина δ^+ определяется по формуле $\delta^+ = Q \frac{\Pi}{\Gamma} \sqrt{-\frac{2\varepsilon^2}{\Pi F} \frac{\Delta\omega}{\omega^0}}$ и, следовательно, $\delta^+ \to 0$ при $\Delta\omega \to 0$. Уменьшение затухания до нуля при $\Delta\omega \to 0$ объясняется взаимным гашением волн, рассеиваемых в объем.

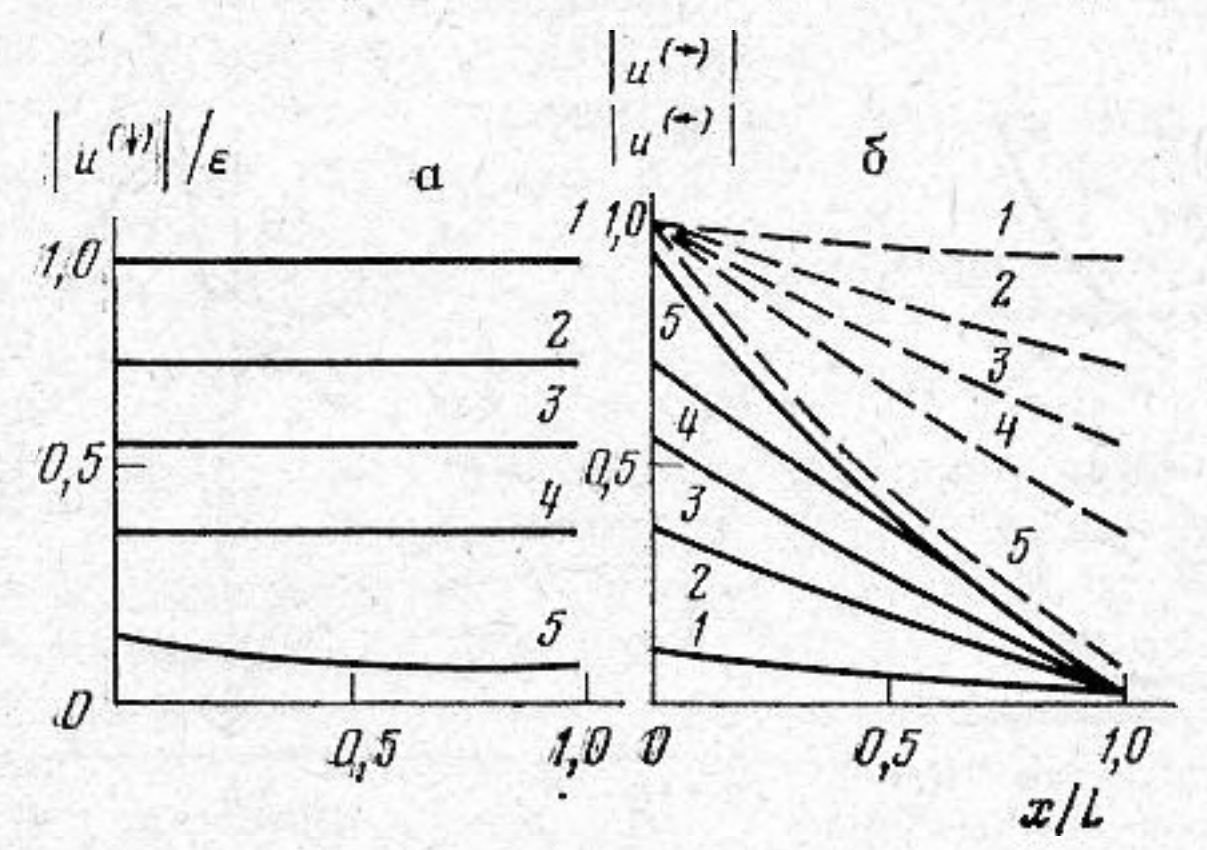
Определение собственных мод для безграничной периодической структуры решает задачу о преобразовании поверхностной волны в объемную на ограниченном неоднородном участке. Пусть синусоидальные неоднородности заданы в интервале ($0 < x < L$) и пусть слева на них падает поверхностная волна с амплитудой $u_0^{(\to)}$. При $x = 0$ задана амплитуда волны, бегущей вправо $u_{x=0}^{(\to)} = u_0^{(\to)}$, а при $x = L$ волна, бегущая влево, должна отсутствовать: $u_{x=L}^{(\leftarrow)} = 0$. Из этих граничных условий определяются амплитуды мод решетки. Структура поля внутри неоднородного участка существенно зависит от того, насколько частота ω близка к ω^0. Введем безразмерный параметр $\gamma = (\Pi/\varepsilon^2)(\Delta\omega/\omega^0)$ при сильном отличии частоты от резонансной ($|\gamma| \gg 1$) даже для очень длинной решетки амплитуда отраженной волны мала; падающая и рассеянная волны уменьшаются вдоль оси x экспоненциально, причем коэффициент спадания слабо зависит от частоты. При $|\gamma| \ll 1$ для длинной решетки ($\operatorname{Im} \delta^+ L \gg 1$) распределение амплитуд остается экспоненциальным. Однако в этом случае коэффициент затухания много меньше, чем вдали от резонанса. Отраженная волна почти равна по амплитуде падающей; волны же, уходящие в объем, взаимно гасят друг друга, так что их суммарная амплитуда много меньше, чем в предыдущем случае. Наконец, при $\gamma \to 0$ будет выполняться неравенство $\operatorname{Im} \delta^+ L \ll 1$. Таким образом, вблизи резонанса решетка любой длины может оказаться «короткой», а распределение амплитуд поверхностных волн вдоль решетки будет линейным, а не экспоненциальным. В качестве иллюстрации на фиг. 11 показано распределение амплитуд падающей, отраженной и рассеянной волн вдоль решетки при $\gamma = 0{,}01$ для различных значений $L^* =$

$=L\varepsilon^2 Q/\Gamma$. Важно отметить, что вблизи резонанса будет «работать» вся решетка, какова бы ни была ее длина. Рассеянная в объем волна имеет постоянную амплитуду вдоль всей решетки. Коэффициент преобразования по энергии, т. е. отношение потоков энергий в генерируемой объемной и в падающей поверхностной волнах, на резонансной частоте определяется по формуле

$$\eta = \frac{2F''L^*}{|F|^2+2F''L^*+(L^*)^2}. \tag{14}$$

Он принимает максимальное значение при $L^*=|F|$: $\eta_0=F''/(F''+|F|)<0{,}5$. Таким образом, в условиях резонанса поверхностная волна трансформируется в объемную волну, идущую по нормали к поверхности. Амплитуда этой волны постоянна вдоль решетки, что удобно для приложений. Однако коэффициент трансформации по энергии не превышает 50%.

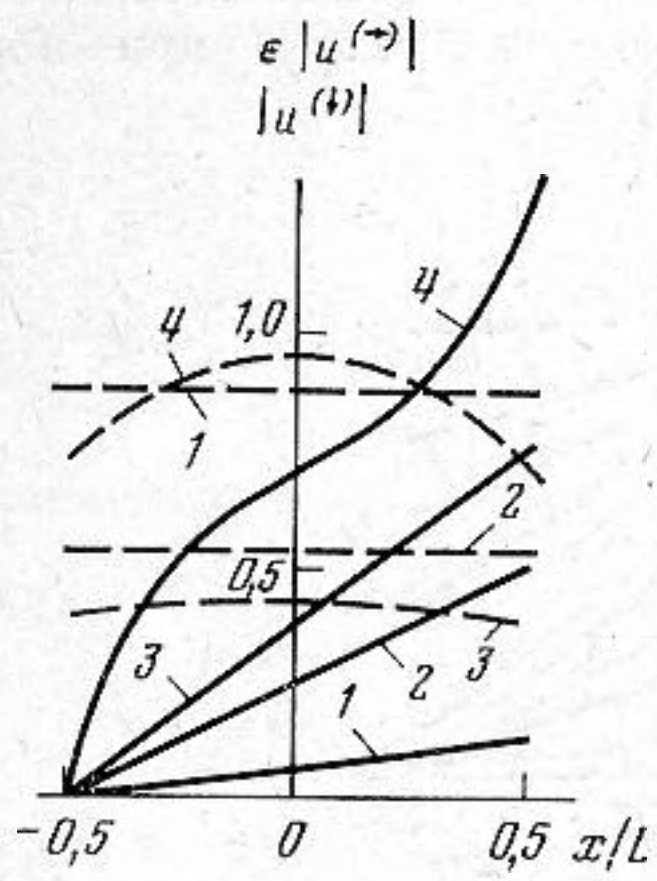
Изложим решение задачи о преобразовании объемной сдвиговой волны в поверхностную на ограниченном неоднородном участке при нор-



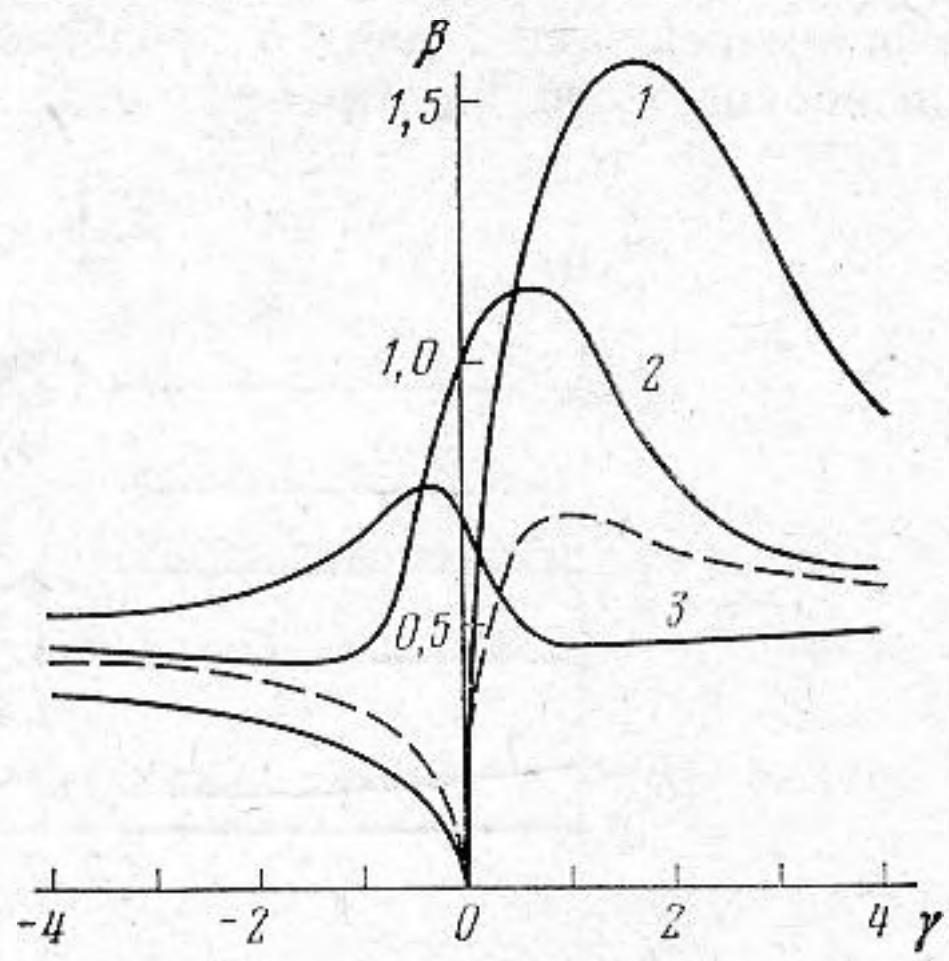
Фиг. 11. Распределение амплитуд объемной (*а*) и поверхностных (*б*) волн вдоль решетки при $\gamma=0{,}01$ для различных значений L^*: *1* – 0,1; *2* – 0,5; *3* – 1,00; *4* – 2,00; *5* – 10,00. Штриховыми линиями дано распределение амплитуды падающей поверхностной волны

мальном падении. Пусть синусоидальные неоднородности заданы в интервале $(-L/2<x<L/2)$ и на них нормально падает объемная волна с амплитудой $u^{(\uparrow)}$. Внутри этого интервала звуковое поле представим в виде суммы «вынужденного» решения, описывающего рассеяние объемной волны от бесконечной периодической структуры, и собственных мод этой структуры. Амплитуды мод подберем таким образом, чтобы в полном поле амплитуды поверхностных волн удовлетворяли соотношениям $u^{(\rightarrow)}_{x=-L/2}=0$, $u^{(\leftarrow)}_{x=L/2}=0$. Общие формулы для амплитуд генерируемых поверхностных волн громоздки и здесь не приводятся. Из анализа этих формул получены следующие закономерности преобразования волн. При частоте, сильно отличающейся от резонансной ($|\gamma|\gg 1$), амплитуды генерируемых волн невелики, причем у длинных ($L^*>1$) решеток трансформация объемной волны в поверхностную происходит в основном на краях решетки. В середине длинной решетки вся падающая волна отражается обратно в объем. При $|\gamma|\gg 1$ взаимное переотражение поверхностных волн несущественно и распределение амплитуд будет экспоненциальным. При $|\gamma|\ll 1$ взаимное переотражение играет решающую роль и распределение амплитуд становится не экспоненциальным, а линейным. На фиг. 12 дано распределение амплитуд отраженной объемной и возбужденной поверхностных волн вдоль решетки при $\gamma=0{,}1$ для различных значений L^*. Исследование показывает, что отношение потока энергии в одной из генерируемых волн к потоку энергии, падающему на решетку (коэффициент преобразования по энергии), дается той же формулой (14), что и в задаче о приеме поверхностных волн. Соответственно наиболее эффективным преобразователем является решетка длины $L^*=|F|$.

В работе [90] рассмотрена задача о распространении сдвиговой поверхностной волны Лява вдоль границы с малыми периодическими неоднородностями любой формы. Решение найдено на основе модифицированной теории возмущений при учете членов второго порядка малости по амплитуде неоднородностей. Исследована зависимость коэффициента затухания поверхностной волны от периода и формы неоднородностей. Подробно изучено резонансное рассеяние от периодических неоднородностей с периодом, равным длине поверхностной волны. Показано, что при резонансе характер затухания поверхностной волны зависит от соотношения амплитуд первой и второй фурье-компонент неоднородностей. Если эти амплитуды одинаковы по порядку малости, то коэффициент затухания пропорционален амплитуде второй фурье-компоненты неоднородностей. Если же амплитуда второй компоненты мала по сравнению с амплитудой



Фиг. 12



Фиг. 13

Фиг. 12. Распределение амплитуд отраженной объемной (штриховые линии) и возбужденной поверхностной (сплошные линии) волн вдоль решетки при $\gamma=0{,}1$ для различных значений L^*: *1* – 0,1; *2* – 0,5; *3* – 1,0; *4* – 10,0

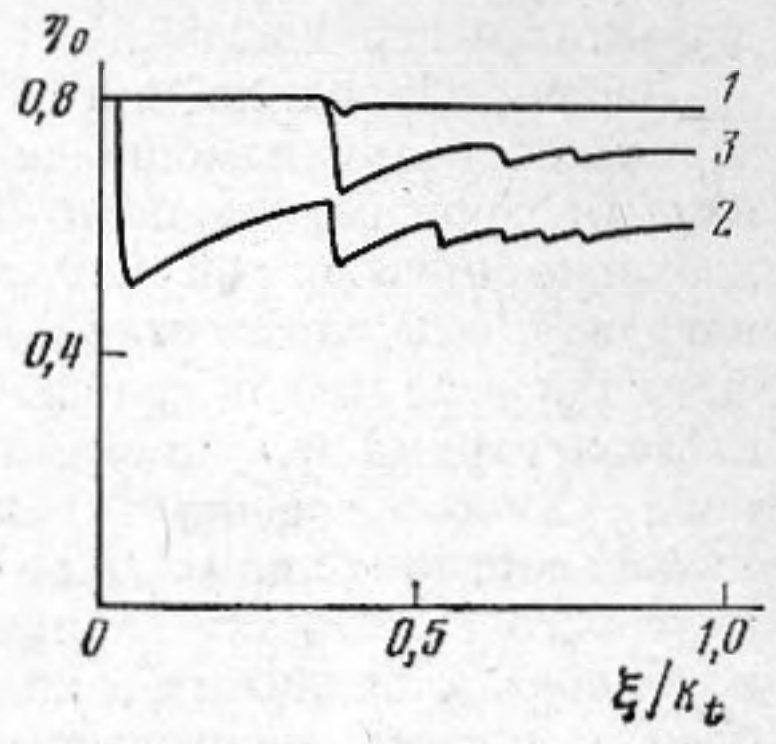
Фиг. 13. Зависимость коэффициента затухания волны Лява от частоты для различных значений параметра $(2\alpha_1-\alpha_2)$: *1* – 0, *2* – $\pi/2$, *3* – $3\pi/4$

первой (основной) компоненты, то коэффициент затухания пропорционален квадрату амплитуды неоднородностей и зависит от комплексных амплитуд всех фурье-компонент этих неоднородностей. Найдено, что при определенных амплитудно-фазовых соотношениях между фурье-компонентами неоднородностей коэффициент затухания волны Лява обращается в нуль на резонансной частоте. Например, это происходит в том случае, когда функция, описывающая неоднородности,— четная или нечетная и, кроме того, обладает симметрией третьего рода.

Для иллюстрации на фиг. 13 дана частотная зависимость (в относительных единицах) коэффициента затухания поверхностной волны Лява, бегущей вдоль границы с малыми инерциальными неоднородностями, заданными в виде $m(x)=2m_1[\cos(Qx+\alpha_1)+\varepsilon\cos(2Qx+\alpha_2)]$, где $Q=\xi^0$, $\varepsilon=\omega^{02}m_1/Q\mu_1\ll 1$. Параметры сред и толщина слоя выбраны следующими: $\mu_2/\mu_1=1{,}9$; $c_{t2}/c_{t1}=0{,}8$; $k_{t2}{}^0h=0{,}4$. По оси ординат отложена величина $\beta=(\Gamma/\varepsilon^2Q)\,\mathrm{Im}\,\delta^+$, пропорциональная коэффициенту затухания, по оси абсцисс – величина $\gamma=(\Pi/\varepsilon^2)(\Omega/\omega^0)$, пропорциональная отклонению $\Omega=(\omega-\omega^0)$, где $\omega_0=\omega^0[1+0(\varepsilon^2)]$ – резонансная частота. Кривые *1*, *2*, *3* получены соответственно при $(2\alpha_1-\alpha_2)=0$, $\pi/2$, $3\pi/4$. Штриховой линией дана величина β для чисто синусоидальных неоднородностей $m(x)=2m_1\cos(Qx)$. Из сопоставления этих кривых следует, что даже малая вторая фурье-компонента неоднородностей сильно влияет на затухание поверхностной волны при частотах, близких к резонансной. Величина β зависит не только от амплитуды этой компоненты, но и от разности фаз между ней и основной (первой) фурье-компонентой неоднородностей. Ре-

шетка с несимметричными неоднородностями является неэффективным преобразователем волн [91].

В работе [92] решена двумерная задача о преобразовании сдвиговой объемной волны, наклонно падающей на периодически неоднородную границу твердого тела, в поверхностную волну Лява. Решение получено на основе принципа локальности [83] для неоднородностей с периодами $\Lambda_1=2\pi/(k-\xi)$ и $\Lambda_2=2\pi/(k+\xi)$, где k — волновое число волны Лява в структуре без неоднородностей, ξ — проекция волнового вектора объемной волны на ось x, совпадающую с границей твердого тела. Найдено, что оптимальное преобразование волн происходит при длине неоднородного участка, равной $1{,}2/\delta$, где δ — коэффициент затухания волны Лява из-за рассеяния на неоднородностях. Показано, что при чисто синусоидальных неоднородностях с периодом Λ_1 и при любых неоднородностях с периодом Λ_2 оптимальный коэффициент преобразования равен 0,8 и не зависит от их амплитуды. Для периодических несинусоидальных неоднородностей с периодом Λ_1 оптимальный коэффициент преобразования равен $0{,}8\delta_1/\delta$, где δ_1 — парциальный коэффициент затухания волны Лява на первой фурье-компоненте неоднородностей. На фиг. 14 даны зависимости оптимального коэффициента преобразования $\eta_0=0{,}8\delta_1/\delta$ от величины ξ/k_{t1}, характеризующей угол падения объемной волны, для границы с пилообразными неоднородностями. Он рассчитан при тех же параметрах сред и толщине слоя, что и коэффициент затухания, приведенный на фиг. 13. Кривая *1* соответствует пиле с симметричными треугольными зубцами, *2* — пиле с несимметричными треугольными зубцами и *3* — пиле с прямоугольными зубцами. Изломы кривых обусловлены появлением новых однородных спектров в рассеянном поле поверхностной волны Лява.



Фиг. 14. Зависимости оптимального коэффициента преобразования от величины ξ/k_{t1} при различной форме периодических неоднородностей

Волны Гуляева — Блюстейна. В ряде кристаллов сдвиговая объемная волна, бегущая вдоль плоской границы, может превращаться в слабонеоднородную поверхностную волну из-за наличия пьезоэффекта [93, 94]. В литературе эту сдвиговую поверхностную электроакустическую волну часто называют волной Гуляева — Блюстейна. Пусть пьезоэлектрик класса $C_{6v}(\equiv 6mm)$ занимает полупространство $y<0$ и его гексагональная ось совпадает с осью z. Сверху пьезоэлектрик ограничен невесомой идеально проводящей плоскостью $y=0$. Обозначим через u и Φ — соответственно смещение частиц среды вдоль оси z и потенциал электрического поля в пьезоэлектрике. Следуя работе [95], электроакустическое поле в пьезоэлектрике зададим решениями уравнений $c_{44}\Delta u+\omega^2\rho u+e_{15}\Delta\Phi=0$, $\varepsilon_{11}\Delta\Phi-e_{15}\Delta u=0$, где e_{15} — пьезоэлектрическая константа, ε_{11} — диэлектрическая проницаемость, c_{44} — модуль упругости, ρ — плотность среды. Напряжение σ_{yz} и потенциал Φ обращаются в нуль при $y=0$ (невесомая идеально проводящая пленка заземлена). В работе [93] показано, что сдвиговая поверхностная электроакустическая волна, бегущая вдоль оси x, описывается следующими выражениями:

$$u(x,\ y)=A\exp(ikx+\eta^2ky),\quad \Phi(x,\ y)=e_{15}/\varepsilon_{11}\{u(x,\ y)-A\exp(ikx+ky)\},$$

где $k^2=\omega^2\rho[(1-\eta^4)(c_{44}+e_{15}^2/\varepsilon_{11})]^{-1}$, η^2 — квадрат коэффициента электромеханической связи, A — амплитуда волны. В реальных кристаллах $\eta^2\ll 1$, и поэтому $k\approx k_t(1+\eta^4/2)$, т. е. фазовая скорость волны Гуляева — Блюстейна меньше фазовой скорости (с учетом пьезоэффекта) чисто сдвиговой объемной волны на величину $c_t\eta^4/2$. Глубина локализации волны Гуляева — Блюстейна, равная $1/k\eta^2$, велика по сравнению с длиной волны λ.

Последнее обстоятельство позволяет использовать эти волны в радиоэлектронных устройствах, работающих в диапазоне СВЧ, где поверхностные волны Рэлея, имеющие глубину локализации порядка длины волны (в СВЧ-диапазоне — доли микрона), сильно затухают из-за рассеяния на дефектах поверхности.

Задачи генерации и приема сдвиговых поверхностных электроакустических волн при помощи дифракционных решеток аналогичны соответственным задачам для волн Лява. Пусть сверху пьезоэлектрик ограничен идеально проводящей плоскостью $y=0$, имеющей малую инерциальную нагрузку с поверхностной плотностью $m(x)$, где $m(x)$ —периодическая функция с периодом, равным λ^0. Инерциальная нагрузка на поверхности пьезоэлектрика изменяет лишь граничное условие для акустического поля — вместо равенства напряжения σ_{yz} нулю при $y=0$ должно выполняться соотношение $[\sigma_{yz}]_{y=0}=\omega^2 m(x)u(x, 0)$; граничное условие для электрического поля остается прежним: $\Phi(x, 0)=0$. Для инерциальных неоднородностей, заданных в виде $m(x)=m_0+2m_1\cos(Qx)$, задача о взаимном преобразовании сдвиговых поверхностных и объемных электроакустических волн решена методом связанных мод в работе [96]. Согласно результатам этой работы, допустимые значения определяются по формуле

$$\delta^{\pm}=\pm\frac{k_t^{02}}{Q}\sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega^0}\right)^2+i2\eta^2\frac{Q}{k_t^0}\left(\frac{k_t^0 m_1}{\rho}\right)^2\frac{\Delta\omega}{\omega^0}},$$

где $\Delta\omega=\omega-\omega^0$, $Q=k^0$. Наиболее эффективное преобразование поверхностной волны в объемную (и наоборот) происходит на решетке с длиной L, равной $1/\eta^2 k_t^0(\rho/k_t^0 m_1)^2$. В условиях резонанса при оптимальной длине решетки практически вся энергия падающей объемной волны преобразуется в энергию двух поверхностных волн. Коэффициент преобразования (по энергии) поверхностной волны в объемную равен 0,5.

Задача о взаимном преобразовании сдвиговых поверхностных и объемных волн на периодических неоднородностях любой формы решена модифицированным методом малых возмущений в работе [97]. В этой работе исследовано влияние формы неоднородностей границы на эффективность преобразования поверхностной волны в объемную и наоборот. Показано, что наиболее эффективное преобразование происходит при чисто синусоидальных неоднородностях. Наличие даже малой второй фурье-компоненты неоднородностей ухудшает эффективность преобразования волн. Рассмотрим пример. Пусть инерциальные неоднородности заданы в виде $m(x)=m_0+2m_1\left[\cos(Qx)+\frac{k_t^0 m_1}{\rho}\cos(2Qx)\right]$. Для этих неоднородностей максимальный коэффициент преобразования (по энергии) поверхностной волны в объемную равен 0,4, в то время как для синусоидальных неоднородностей он равен 0,5.

Различные вопросы взаимодействия электроакустических волн с периодическими неровностями и неоднородностями границ рассмотрены в работах [98—105]. Показано, что вдоль гофрированной поверхности твердого тела может распространяться замедленная чисто сдвиговая поверхностная волна. Изучено электронное затухание и усиление таких волн. Исследовано усиление нормально падающей сдвиговой акустической волны при отражении от периодически неровной границы раздела пьезоэлектрика с полупроводником, в котором создан дрейф электронов. Показано, что при нормальном падении сдвиговой акустической волны на щель в пьезоэлектрике возможно полное прохождение волны, если обе границы щели периодически неоднородны. Эффект имеет место, если вдоль поверхностей пьезоэлектрика, образующих щель, могут распространяться сдвиговые поверхностные электроакустические волны. Амплитуда прошедшей волны резонансно зависит от частоты падающей, и полное прохождение осуществляется при длине волны, равной периоду неоднородности поверхности.

Волны Лэмба. К числу основных типов поверхностных акустических волн часто относятся нормальные волны в пластинах [22]. Нормальные

волны вертикальной поляризации в пластине впервые описаны Лэмбом [106] и поэтому их часто называют волнами Лэмба. Эти волны детально изучены [1, 107] и широко применяются в физических экспериментах и при неразрушающем контроле. Задача о распространении звука в твердом однородном слое (пластине) с неровными границами рассмотрена в работах [108–111], где показано, что при периодических неровностях с определенным периодом происходит интенсивное рассеяние распространяющихся мод. Однако в этих работах расчет рассеяния выполнен методом малых возмущений при выборе падающей волны в качестве нулевого приближения, и поэтому на его основе можно оценивать влияние малых неровностей лишь при такой длине неровного участка, для которой рассеянное поле еще мало по сравнению с падающим. При достаточно большой длине неровного участка рассеянное поле уже не будет малым, и этот расчет становится неприменимым. В работах [112, 113] дано решение задачи рассеяния звука в пластине с периодическими неровностями на поверхностях, позволяющее рассчитывать рассеянное поле при любой длине неровного участка. Решение найдено методом малых возмущений при специальном выборе формы нулевого приближения, соответствующей основной части полного поля в пластине [56, 57]. Показано, что влияние малых периодических неровностей будет сильным (резонансным) в том случае, когда волновое число этих неровностей и волновые числа каких-либо мод в пластине без неровностей удовлетворяют соотношению, аналогичному брэгговскому, и слабым — в противоположном случае. Найдено, что при резонансном взаимодействии мод, распространяющихся в одном направлении, происходит перекачка энергии между этими модами по мере их распространения по пластине. При резонансном взаимодействии падающей моды и какой-либо моды, распространяющейся в обратном направлении, происходит эффективное отражение звука от неровностей.

Полученные результаты позволяют сделать следующее заключение. В пластине любую распространяющуюся моду можно рассеять в обратном направлении при помощи периодических неровностей, созданных на поверхностях этой пластины, и тем самым можно обеспечить высокую звукоизоляцию в ней. Для изоляции падающей моды в пластине нужно создать на поверхностях этой пластины периодические неровности (дифракционную решетку) с волновым числом, равным сумме волновых чисел падающей и рассеянной в обратном направлении мод.

Если падающее звуковое поле состоит из нескольких мод, то для изоляции этого поля нужно взять набор дифракционных решеток, каждая из которых изолирует одну моду. Эти дифракционные решетки можно «совместить», выполнив рассеиватель в виде отрезка пластины с неровностями на поверхностях, равными сумме неровностей составляющих решеток.

Для изоляции продольной (изгибной) волны в тонкой пластине нужно создать на поверхностях этой пластины периодические неровности с волновым числом, равным удвоенному волновому числу продольной (изгибной) волны.

Вопрос о звукоизоляции полей источников различных типов в пластине при помощи малых периодических неровностей на ее поверхностях рассмотрен в работе [114].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Викторов И. А.* Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966.
2. *Уайт.* Поверхностные упругие волны.– ТИИЭР, 1970, т. 58, № 5, с. 45–83.
3. *Фарнелл Дж.* Свойства упругих поверхностных волн.– В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1973, т. 6, гл. 3, с. 139–202.
4. *Дрансфельд К., Зальцманн Е.* Возбуждение, обнаружение и затухание высокочастотных упругих поверхностных волн.– В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1973, т. 7, гл. 4, с. 250–310.
5. *Олинер А. А.* (ред.) Поверхностные акустические волны. М.: Мир, 1981.
6. *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.

7. *Коллинз, Хэген.* Применение поверхностных акустических волн.– Электроника, 1969, т. 42, № 23, с. 6–13.
8. *Танкрилл, Холланд.* Фильтры на поверхностных акустических волнах.– ТИИЭР, 1971, т. 59, № 3, с. 62–80.
9. *Каринский С. С.* Устройства обработки сигналов на ультразвуковых поверхностных волнах. М.: Сов. радио, 1975.
10. Поверхностные акустические волны – устройства и применения.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5 (тематический выпуск).
11. *Слободник Э. Дж., Сабо Т. Л., Лейкер К. Р.* Миниатюрные фильтры на поверхностных акустических волнах.– ТИИЭР, 1979, т. 67, № 1, с. 147–166.
12. *Колдрен Л. Э., Розенберг Р. Л.* Резонаторные фильтры на поверхностных акустических волнах.– ТИИЭР, 1979, т. 67, № 1, с. 166–181.
13. *Речицкий В. И.* Акустоэлектронные радиокомпоненты. М.: Сов. радио, 1980.
14. *Уильямсон.* Свойства и применение приборов с отражательными решетками.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5, с. 159–170.
15. *Белл, Ли.* Резонаторы на поверхностных акустических волнах.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5, с. 171–183.
16. *Humphryes R. F., Ash E. A.* Acoustic bulk-surface-wave transducer.– Electronics Letters, 1969, v. 5, № 9, p. 175–176.
17. *Humphryes R. F., Mason I. M., Hudson J. A., Khembhavi V. K.* Acoustic bulk wave to surface acoustic wave mode conversion at a periodic grating.– Europ. Microwave Conf. Proc. Brussels, 1973, c. 92.
18. *Yamanishi M., Ameda M., Kawamura T., Mikoshiba N., Tsubouchi K.* Generation of 880 MHz surface acoustic wave by transduction from bulk wave using corrugation grating on GaAs.– Electronics Letters, 1976, v. 12, № 13, p. 317–318.
19. *Ахромеева И. Д., Крылов В. В.* Преобразование волн Рэлея в объемные на локальных дефектах поверхности.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 4, с. 510–516.
20. *Yamanishi M., Kawamura T., Tsubouchi K., Micoshiba N.* (Invited). GaAs Acoustic Distributed Feedback Lasers.– Japan. J. Appl. Phys., 1979, v. 18, Suppl. 18–1, p. 355–364.
21. *Ronnekleiv A., Souquet J., Shaw H. J.* Grating acoustic scanners.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif, 1975, p. 91–93.
22. *Викторов И. А.* Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах. Обзор.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 1, с. 1–17.
23. *Rayleigh.* On waves propagated along the plane surface of an elastic solid.– Proc. London Math. Soc., 1885, v. 17, p. 4–17.
24. *Бреховских Л. М.* О затухании рэлеевских волн при распространении вдоль неровной поверхности.– Докл. АН СССР, 1959, т. 124, № 5, с. 1018–1021.
25. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.– Акуст. ж., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.
26. *Rischbieter F.* Messungen an Oberflächenwellen in festen Körpern.– Akustica, 1965–66, v. 16, № 2, p. 75–83.
27. *Gilbert F., Knopoff L.* Seismic scattering from topographic irregularities.– J. Geophys. Res., 1960, v. 65, № 10, p. 3439–3444.
28. *Chang C.-P., Tuan H.-S.* On the surface-to-bulk mode conversion of Rayleigh waves.– IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 1973, v. 21, № 8, p. 558–560.
29. *Tuan H.-S., Li R. C. M.* Rayleigh-wave reflection from groove and step discontinuities.– J. Acoust. Soc. America, 1974, v. 55, № 6, p. 1212–1217.
30. *Tuan H.-S.* On bulk waves excited at a groove by Rayleigh waves.– J. Appl. Phys., 1975, v. 46, № 1, p. 36–41.
31. *Ronnekleiv A., Souquet J.* Surface wave to bulk wave scattering from grooves.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 434–437.
32. *Tuan H.-S., Parekh J. P.* Influence of groove profile on surface-to-bulk wave conversion of Rayleigh waves at a single groove.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 438–440.
33. *Ronnekleiv A., Souquet J.* On the theory of acoustic surface-wave to bulk-wave scattering by grooves.– J. Appl. Phys., 1976, v. 47, № 10, p. 4422–4425.
34. *Parekh J. P., Tuan H.-S.* Reflection and Bulk-Wave Conversion of Rayleigh Wave at a Single Groove.– J. Appl. Phys., 1977, v. 48, № 3, p. 994–1003.
35. *Williamson R. C., Smith H. I.* The use of surface-elastic-wave reflection gratings in large time-bandwidth pulse-compression filters.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1973, v. SU-20, № 2, p. 113–123.
36. *Melngailis J., Li R. C. M.* Measurement of impedance mismatch and stored energy for right-angle reflection of Rayleigh waves from grooves on Y cut $LiNbO_3$.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 426–429.
37. *Бирюков С. В., Горышник Л. Л.* Отражение рэлеевской волны от топографических неоднородностей при наклонном падении.– Тез. докл. IX Всес. конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике. М.: ВНИИФТРИ, 1976, с. 56–57.
38. *Бирюков С. В., Горышник Л. Л.* Отражение рэлеевской волны от локальных неоднородностей поверхности при наклонном падении.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 3, с. 461–462.
39. *Бирюков С. В.* Рассеяние рэлеевских волн двумерными неровностями поверхности при наклонном падении.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 4, с. 494–501.
40. *Otto O. W.* Scattering of Rayleigh waves from topographic irregularities at oblique incidence.– J. Appl. Phys., 1977, v. 48, № 12, p. 5105–5110.

41. *Wu S. D., Tuan H.-S.* Rayleigh-wave reflection from a groove in Y–Z $LiNbO_3$: A perturbation approach.– J. Appl. Phys., 1979, v. 50, № 1, p. 73–77.
42. *Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Затухание рэлеевской волны при распространении вдоль периодически неровной поверхности кубических и гексагональных кристаллов.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 5, с. 685–689.
43. *Sitting E. K., Coquin G. A.* Filters and Dispersive Delay Lines Using Repetitively Mismatched Ultrasonic Transmission Lines.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1968, v. SU-15, № 2, p. 111–119.
44. *Олинер, Бертони, Ли.* Применение методов расчета линий передачи СВЧ к описанию распространения акустических волн в изотропной среде.– ТИИЭР, 1972, т. 60, № 12, с. 44–55.
45. *Jones W. S., Hartman C. S., Sturdivant T. D.* Second order effect in surface wave devices.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1972, v. SU-22, № 3, p. 368–378.
46. *Li R. C. M.* Analysis of surface wave reflection from a periodic array of grooves.– Proc. IEEE Ultrason. Symp., Boston, Mass., 1972, p. 263–266.
47. *Li R. C. M., Melngailis J.* Second-Order Effects in surface-Wave Devices due to Stored Energy a Step Discontinuities.– Proc. IEEE Ultrason. Symp. Monterey, Calif., 1973, p. 503–505.
48. *Weglein R. D., Otto O. W.* Characteristics of Periodic Acoustic Surface Wave Grating Filters.– Electronics Letters, 1974, v. 10, p. 68–69.
49. *Otto O. W.* Multiple reflections in acousic surface wave reflective arrays.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1975, v. SU-22, № 4, p. 251–257.
50. *Li R. C. M., Alusow J. A., Williamson R. C.* Surface-wave resonators using grooved reflectors.– Proc. 29th Annual Frequency Control Symp. (U. S. Army Electronics Command., Ft. Monmouth. N. Y.), 1975, p. 167–176.
51. *Li R. C. M., Melngailis J.* The influence of stored energy at step discontinuities on the behavior of surface wave grating.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1975, v. 22, № 3, p. 189–198.
52. *Melngailis J., Williamson R. C.* Interaction of surface waves and bulk waves in gratings: phase shifts and sharp surface-wave / reflected bulk wave resonances.– Ultrason. Symp. Proc. N. Y.: Cherry Hill, 1978, p. 623–629.
53. *Kogelnik H., Shank S. V.* Coupled-Wave Theory of Distributed Feedback Lasers.– J. Appl. Phys., 1972, v. 43, № 5, p. 2327–2335.
54. *Элаши Ш.* Волны в активных и пассивных периодических структурах. Обзор.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 12, с. 22–59.
55. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела. Обзор.– Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 8, с. 1569–1587.
56. *Рыбак С. А.* Рассеяние плоской волны на малых периодических неоднородностях.– Акуст. ж., 1965, т. 11, № 1, с. 89–92.
57. *Лапин А. Д.* Звукоизоляция в многомодальном волноводе, создаваемая периодическими неровностями и неоднородностями его стенок.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 6, с. 899–906.
58. *Найфэ А. Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
59. *Cross P. S.* Reflective arrays for SAW resonators.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 241–244.
60. *Marshall F. G.* Surface acoustic wave resonators constructed of aluminium on ST Quartz for use in high stability feedback oscillators.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 290–292.
61. *Matthaei G. L., O'Shaughnessy B. P., Barman F.* Relations for analysis and design of surface-wave resonators.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1976, v. SU-23, № 2, p. 99–107.
62. *Tuan H.-S., Parekh J. P.* Field theory of a grooved SAW reflective grating.– Ultrason. Symp. Proc., Annapolis, Md, 1976, p. 495–497.
63. *Haus H. A.* Scattering Loss of SAW Resonators.– Electron. Letters, 1976, v. 12, № 9, p. 214–215.
64. *Haus H. A.* Bulk scattering loss of SAW grating cascades.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1977, v. SU-24, № 4, p. 259–267.
65. *Tuan H.-S., Parekh J. P.* SAW reflection and bulk-wave loss characteristics of a groove reflector grating.– Appl. Phys. Letters, 1977, v. 30, № 5, p. 220–222.
66. *Tuan H.-S., Parekh J. P.* Theory for SAW grooved reflector arrays.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1977, v. SU-24, № 6, p. 384–392.
67. *Parekh J. P., Tuan H.-S.* Effect of groove-depth variation on the performence of uniform SAW grooved reflector arrays.– Appl. Phys. Letters, 1978, v. 32, № 12, p. 787–789.
68. *Parekh J. P., Tuan H.-S.* SAW grooved gratings at of resonance and odd harmonic frequencies.– Ultrason. Symp. Proc. N. Y.: Cherry Hill, 1978, p. 630–633.
69. *Li R. C. M., Alusow J. A., Williamson P. C.* Experimental exploration of the limits of achievable Q of the grooved surface wave resonator.– Ultrason. Symp. Proc. Los Angeles, Calif., 1975, p. 279–283.
70. *Li R. C. M., Alusow J. A.* Suppression of bulk-scattering loss at SAW-resonator reflector.– Electron. Letters, 1977, v. 13, № 19, p. 580–581.
71. *Tanski W. J.* Surface acoustic wave resonators on quartz.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1979, v. 26, № 2, p. 93–104.

72. *Simons D. A.* Reflection of Rayleigh waves by strips, grooves and periodic arrays of strips or grooves.– J. Acoust. Soc. America, 1978, v. 63, № 5, p. 1292–1301.
73. *Seshadri S. R.* Effect of periodic surface corrugation on the propagation of Rayleigh waves.– J. Acoust. Soc. America, 1979, v. 65, № 3, p. 687–694.
74. *Лапин А. Д.* Отражение поверхностной волны от периодических неровностей на границе жидкость – твердое тело.– Акуст. ж., 1978, т. 24, № 3, с. 376–382.
75. *Лапин А. Д.* Отражение рэлеевской волны от периодических неровностей при наклонном падении.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 5, с. 766–770.
76. *Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Брэгговское отражение рэлеевской волны от периодически неровного участка поверхности упругого тела при наклонном падении волны.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 22, с. 1398–1400.
77. *Гуляев Ю. В., Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Брэгговское отражение волны Рэлея от периодически неровного участка поверхности упругого тела.– ЖТФ, 1981, т. 51, № 7, с. 1388–1344.
78. *Лапин А. Д.* Влияние формы зубцов отражательной решетки для рэлеевских волн на ее резонансные свойства.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 1, с. 104–111.
79. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Затухание поверхностной акустической волны Рэлея при распространении вдоль периодически возмущенной границы упругого тела.– Физика твердого тела, 1979, т. 21, № 11, с. 3479–3482.
80. *Лапин А. Д.* Резонансное рассеяние поверхностной рэлеевской волны от периодических неоднородностей на границе твердого тела.– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 1, с. 126–133.
81. *Лапин А. Д.* Генерация поверхностной рэлеевской волны при наклонном падении объемных волн на неровную границу твердого тела.– Акуст. ж., 1982, т. 28, № 3, с. 359–363.
82. *Лапин А. Д.* Влияние формы неровностей границы твердого тела на преобразование объемных волн в поверхностную рэлеевскую.– Акуст. ж., 1982, т. 28, № 4, с. 523–527.
83. *Урусовский И. А.* О принципе локальности в теории рассеяния волн на неровных поверхностях.– В кн.: VI Всес. акуст. конф. М.: 1968, A'V9.
84. *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.– Л.: ОНТИ, 1935.
85. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости, § 24. М.: Наука, 1965.
86. *Обухов Г. Г.* Затухание волн Лява в слое с неровными границами раздела.– Изв. АН СССР. Физика земли, 1965, № 3, с. 22–30.
87. *Seshadri S. R.* Love wave interaction in a thin film with a periodic surface corrugation.– IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1978, v. SU-25, № 6, с. 378–383.
88. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Отражение поверхностных акустических волн от конечной системы периодических возмущений.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 5, с. 275–278.
89. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Теория возбуждения и приема волн Лява при помощи структурного преобразователя.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 4, с. 540–550.
90. *Лапин А. Д.* Распространение поверхностной волны Лява вдоль границы с периодическими неоднородностями.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 5, с. 741–748.
91. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Взаимное преобразование сдвиговых поверхностных и объемных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности с несинусоидальной формой возмущения.– Акуст. ж., 1982, т. 28, № 2, с. 172–176.
92. *Лапин А. Д.* Генерация поверхностной волны Лява при наклонном падении сдвиговой объемной волны на границу с периодическими неоднородностями.– Акуст. ж., 1982, т. 28, № 5, с. 805–809.
93. *Bleustein J. L.* A new surface wave in piesoelectric materials.– Appl. Phys. Letters, 1968, v. 13, № 12, с. 412–413.
94. *Гуляев Ю. В.* Поверхностные электрозвуковые волны в твердых телах.– Письма в ЖЭТФ, 1969, т. 9, № 1, с. 63–65.
95. *Tiersten H. F.* Wave propagation in an infinite piezoelectric plate.– J. Acoust. Soc. America, 1963, v. 35, № 3, p. 234–239.
96. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Взаимное преобразование сдвиговых объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенной поверхности твердого тела.– Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, № 9, с. 563–566.
97. *Лапин А. Д.* Взаимное преобразование сдвиговых поверхностных и объемных волн на периодических неоднородностях границы твердого тела.– Акуст. ж., 1981, т. 27, № 5, с. 767–773.
98. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Сдвиговые поверхностные акустические волны на периодически неоднородной поверхности твердого тела.– Препринт ИРЭ, 1978, № 1 (243).
99. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Электронное поглощение и усиление акустических волн при отражении от периодически неровной границы между пьезоэлектриком и полупроводником.– Радиотехника и электроника, 1977, т. 22, № 12, с. 2604–2609.
100. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Медленные поверхностные акустические волны в твердых телах.– Письма в ЖТФ, 1977, т. 3, № 5, с. 220–223.
101. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Медленные сдвиговые поверхностные акустические волны в замедляющих структурах на поверхности твердых тел.– ЖТФ, 1978, т. 48, № 3, с. 447–453.

102. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Резонансное прохождение акустической волны через щель между пьезоэлектриками.– Физика твердого тела, 1978, т. 20, № 1, с. 133–136.
103. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Сдвиговые поверхностные акустические волны в периодических структурах на поверхности твердых тел.– Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 9, с. 1939–1947.
104. *Gulyaev Y. V., Plessky V. P.* Shear surface acoustic waves in periodic structures on solids.– Wave Electronics, 1979, v. 4, № 1, p. 7–29.
105. *Gulyaev Y. V., Plessky V. P.* Shear surface acoustic waves at the periodically non-uniform boundary between two solids.– Electron Letters, 1979, v. 15, № 2, p. 63–64.
106. *Lamb H.* On waves in an elastic plate.– Proc. Roy. Soc., 1917, v. A93, p. 114.
107. *Микер Т., Мейтцлер А.* Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинах. Физическая акустика / Под ред. Мезона У. Т. 1, ч. А, гл. 2. М.: Мир, 1966.
108. *Меркулов Л. Г., Фирсов И. П.* Рассеяние симметричной волны Лэмба в пластине с неровными поверхностями.– Дефектоскопия, 1968, № 5, с. 22–29.
109. *Цыбакова Л. С.* Рассеяние нормальных волн в твердом волноводе с шероховатыми стенками.– Тр. Акуст. ин-та, 1969, вып. 5, с. 272–289.
110. *Меркулов Л. Г., Фирсов И. П.* Рассеяние упругих нормальных волн в пластине с двумерным распределением поверхностных неровностей.– Акуст. ж., 1970, т. 16, № 1, с. 110–115.
111. *Фирсов И. П.* Рассеяние нормальной волны на неровностях пластины, занимающей конечную площадь.– Акуст. ж., 1970, т. 16, № 4, с. 575–583.
112. *Лапин А. Д.* Изоляция продольной и изгибной волн в тонкой пластине, создаваемая периодическими неровностями ее поверхности.– Акуст. ж., 1978, т. 24, № 6, с. 893–898.
113. *Лапин А. Д.* Рассеяние звука в твердом волноводе с периодическими неровностями на границах.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 1, с. 87–95.
114. *Лапин А. Д.* Изоляция звуковых полей источников различных типов в пластине при помощи неровностей на ее поверхностях.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 3, с. 414–420.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19.I.1982