АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIX 1983 Вып. 6

УДК 534.232

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ СЕКЦИОНИРОВАННОГО СТЕРЖНЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С АСИММЕТРИЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ

Задириенко И. М., Кузьменко А. Г.

Методом минимизации функционала, определяемого среднеквадратичным отклонением реализуемых частотных характеристик от заданных, определены амплитуды возбуждения секций преобразователя, обеспечивающие двустороннее излучение с заданной степенью асимметрии.

При построении систем (антенн, электрических цепей) с заданными частотными или направленными свойствами широко используются методы синтеза. Близкие по смыслу математические методы используются в задачах активного гашения звука [1]. При проектировании электроакустических преобразователей, обладающих заданными частотными свойствами, эти методы еще не получили широкого распространения. Ниже рассматривается задача о среднеквадратичной аппроксимации частотных характеристик стержневого преобразователя подбором амплитудно-фазового распределения возбуждения его секций, обеспечивающего двустороннее излучение с заданной степенью асимметрии.

В ряде случаев требуется, чтобы стержневой пьезопреобразователь, нагруженный на жидкую среду с двух сторон, обладал асимметрией излучения, т. е. излучал преимущественно в одну сторону. Пусть преобразователь состоит из n одинаковых секций, которые возбуждаются от независимых электрических генераторов. Тогда задача сводится к определению амплитудно-фазового распределения электрических напряжений на его секциях, характеризуемого последовательностью комплексных амплитуд $\{U_i\}$, $i=\overline{1, n}$. В качестве условий, которые должны быть выполнены, зададим частотные характеристики колебательной скорости на торцах преобразователя.

Аппроксимируемые функции — колебательные скорости торцов преобразователя — обозначим: F — для «рабочей» стороны и F_1 — для тыльной стороны. В качестве F возьмем частотную характеристику преобразователя с однородным возбуждением. Функцию F_1 зададим в виде $F_1=K_0\cdot F$, где K_0 — требуемое отношение скоростей торцов. Аппроксимацию будем осуществлять в метрике пространства $L_2(x_1, x_2)$, где (x_1, x_2) — интервал аппроксимации. Формула для колебательной скорости на одном из торцов преобразователя при произвольных амплитудах возбуждения приводится в работе [2] в виде $v=\sum_{i=1}^{n} U_i\varphi_i$, где φ_i определяются по рекуррентным соотношениям. В случае одинаковых секций можно получить явное выражение для функций φ_i при произвольном n:

$$\varphi_i=\varphi_i(x)=v_0U_0\cdot R_i(x)/S(x),$$

где

$$R_i(x)=\left[\cos\left(\frac{i-1}{n}x\right)-\cos\left(\frac{i}{n}x\right)\right]+j\frac{z_0}{z}\left[\sin\left(\frac{i}{n}x\right)-\sin\left(\frac{i-1}{n}x\right)\right],$$

$$S(x)=(1+z_0/z_c)\cos x-j(z/z_c+z_0/z)\sin x,\qquad x=kl,\qquad v_0=\frac{d_{33}}{s_{33}^E}\frac{n}{l}\frac{1}{z},$$

k — волновое число звука в пьезокерамике, l — длина преобразователя;

d_{33}, s_{33}^E, z — пьезомодуль, постоянная гибкости и волновое сопротивление пьезокерамики; z_c и z_0 — волновые сопротивления сред с рабочей и тыльной сторон преобразователя.

Заметим, что при введенных обозначениях функцию F можно записать в виде

$$F=v_0U_0\left[(1-\cos x)+j\frac{z_0}{z}\sin x\right]\Big/S(x)$$

где U_0 — электрическое напряжение на секциях преобразователя. В дальнейшем для удобства будем полагать, что функции F и F_1 нормированы к величине v_0U_0, а амплитуды U_i — к величине U_0. Это позволит рассматривать более простые безразмерные величины.

Таким образом, колебательная скорость v определяется линейной комбинацией функций φ_i с неизвестными комплексными амплитудами U_i. Выражение для скорости v_1 на другом торце преобразователя может быть получено с учетом того, что секции нужно нумеровать в обратном порядке

в виде $v_1=\sum_{i=1}^{n}U_i\varphi_{n+1-i}$.

Составим функционал

$$I=\int_{x_1}^{x_2}|F-v|^2\,dx+\int_{x_1}^{x_2}|F_1-v_1|^2\,dx$$

и будем искать последовательность комплексных амплитуд $\{U_i\}$, $i=\overline{1,n}$, на которой достигается минимум $I(U_1,\ldots,U_n)$. В пространстве $L_2(x_1,x_2)$ введем обычным образом скалярное произведение и норму

$$(u,v)=\int_{x_1}^{x_2}u(x)\bar{v}(x)\,dx,\qquad \|u\|=(u,u)^{1/2}.$$

Тогда функционал I можно записать в виде

$$I=\|F\|^2+\|F_1\|^2-\sum_{i=1}^{n}U_i\bar{B}_i-\sum_{i=1}^{n}\bar{U}_iB_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}U_iU_j(\varphi_{ij}+\varphi_{n+1-i,n+1-j}),$$

где $B_i=(F,\varphi_i)+(F_1,\varphi_i)$, $\varphi_{ij}=(\varphi_i,\varphi_j)$.

Минимум функционала I определится из условия $\partial I/\partial\bar{U}_i=0$, $i=\overline{1,n}$.

В результате получаем систему уравнений $\sum_{k=1}^{n}a_{ik}U_k=B_i$, где $a_{ik}=\varphi_{ik}+$ $+\varphi_{n+1-i,\,n+1-k}$. Как показывают расчеты, модули комплексных амплитуд могут оказаться чрезмерно большими. В таких случаях полезно ввести ограничения на норму последовательности $\{U_i\}$

$$\|U\|^2=\sum_{i=1}^{n}U_i\bar{U}_i.$$

Для этого воспользуемся сглаживающим функционалом $I_1=I+\alpha\|U\|^2$, где $\alpha>0$ — параметр регуляризации [3]. Минимизируя его, получим, что элементы c_{ik} матрицы системы уравнений равны $a_{ik}+\alpha\delta_{ik}$, где δ_{ik} — символ Кронекера.

Значение функционала I_1 на последовательности $\{U_i\}$, полученное из решения этой системы, обозначим $I_1(\alpha)$. Очевидно, $\min I_1=I<I_1(\alpha)|_{\alpha>0}$. Невязку решения по отношению к заданным условиям при отсутствии сглаживания характеризуем величиной $\delta_0=(I_1(0)/(x_2-x_1))^{1/2}$ и, соответственно, при сглаживании $\delta=(I_1(\alpha)/(x_2-x_1))^{1/2}$. Вычисляя δ_0 и задаваясь некоторым $\beta>\delta_0$, определяем значение параметра регуляризации из уравнения $\delta(\alpha)=\beta$. Вычисляя при найденном α колебательные скорости $v(x)$, $v_1(x)$ и их отношения $K=v_1/v$, анализируем решение. Если значение $\|U\|$ остается большим, увеличиваем β и повторяем решение. Если при силь-

ном сглаживании отклонение K_{min} (минимального в интервале аппроксимации значения функции K) от K_0 превышает допустимую величину, следует уменьшить интервал аппроксимации и повторить решение.

Рассмотренная задача численно решалась на ЭВМ ЕС-1022. В качестве материала преобразователя принята пьезокерамика ТБК-3. Число секций n изменялось от 2 до 10. K_0 задавалось равным 0,1. Интервал аппроксимации был принят $0{,}995 \leqslant x/\pi \leqslant 1{,}005$.

Таблица 1

n	2	3	4	5	6
U_{max}	6,92	7,98	$1{,}2\cdot10^3$	$1{,}0\cdot10^3$	$2{,}9\cdot10^5$
$\delta_0\cdot10^2$	2,9	2,9	0,18	0,18	0,24

n	7	8	9	10
U_{max}	$1{,}6\cdot10^6$	$3{,}4\cdot10^5$	$9{,}0\cdot10^5$	$7{,}0\cdot10^5$
$\delta_0\cdot10^2$	0,18	0,06	0,12	0,06

Таблица 2

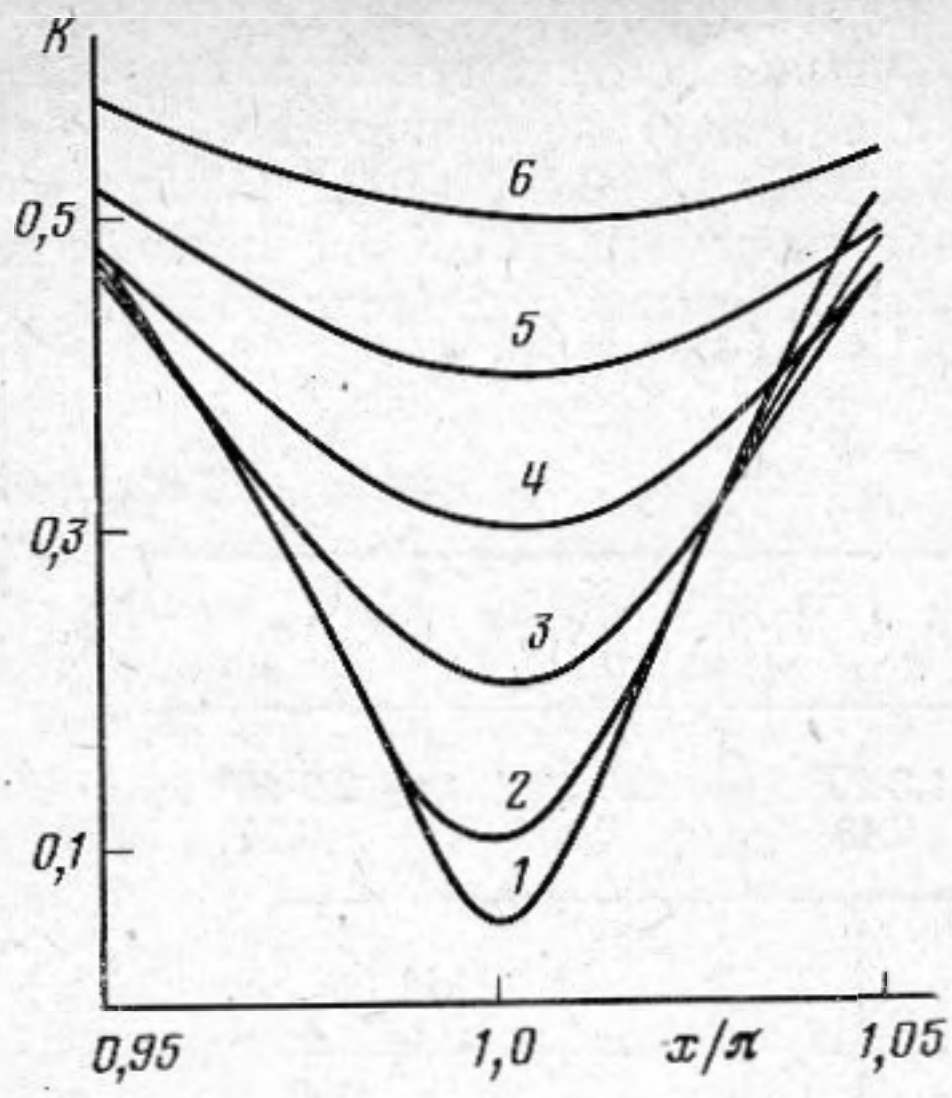
$U_{max}(\beta, n)$

β \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	K_{min}
0,01	–	–	816	665	518	515	556	587	614	0,07
0,02	–	–	393	318	250	250	268	284	296	0,102
0,03	6,82	7,85	8,21	8,37	8,46	8,51	8,54	8,57	8,59	0,109
0,04	6,47	7,46	7,79	7,95	8,03	8,08	8,11	8,13	5,15	0,135
0,05	6,26	7,21	7,53	7,68	7,76	7,81	7,84	7,85	7,87	0,151
0,10	5,36	6,17	6,44	6,56	6,63	6,68	6,70	6,71	–	0,226

Таблица 3

n	$\lvert U_1\rvert$	$\lvert U_2\rvert$	$\lvert U_3\rvert$	$\lvert U_4\rvert$	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4
3	1,0	0,09			92,8	180		
4	1,0	0,42			92,1	101		
5	1,0	0,62	0,08		91,7	96,6	180	
6	1,0	0,73	0,28		91,4	94,9	106	
7	1,0	0,80	0,45	0,08	91,2	93,9	99,7	180
8	1,0	0,85	0,57	0,21	91,1	93,4	97,2	111

В табл. 1 (решение без сглаживания) и 2 (решение со сглаживанием) содержатся значения $U_{max}(\beta, n)$ — максимального модуля, определяемого из последовательности $\{U_i\}$ при различных значениях параметров β и n. Анализируя приведенные данные, можно видеть, что при заданных условиях для $n=2$ и 3 в сглаживании нет необходимости. Однако, начиная с $n=4$, решение без сглаживания становится неприемлемым из-за больших значений U_{max}. Для всех приведенных случаев при $n>3$ удовлетворительное решение получается при $\beta=0{,}03$. При этом значения U_{max} примерно в 8 раз больше U_0 для случая однородного возбуждения при той же величине колебательной скорости. Значение $K_{min}=0{,}109$, что близко к заданной величине K_0. При дальнейшем увеличении невязки β значение K_{min} повышается. Интересно отметить, что сглаженное решение при различных n и одинаковых β дает одинаковые значения K_{min}. С ростом n увеличивается и U_{max}, хотя и незначительно. Отсюда следует, что если не стремиться получить значительную асимметрию излучения в широкой полосе



Частотные зависимости $K(x)$ при $n=2$ и различных значениях параметра K_0; в скобках – вычисленная разность фаз ψ между напряжениями – в градусах: *1* – $K_0=0{,}05$ ($\psi=171{,}8$); *2* – 0,1 (170,8); *3* – 0,2 (168,9); *4* – 0,3 (166,4); *5* – 0,4 (162,9); *6* – 0,5 (157,9)

частот, то целесообразно принять $n=2$. Для амплитудно-фазового распределения $\{U_i\}$ сглаженного решения характерно то, что комплексные амплитуды возбуждения секций, расположенных симметрично относительно середины преобразователя, являются комплексно сопряженными: $U_i=\overline{U}_{n+1-i}$. В табл. 3 приведены рассчитанные значения модулей $|U_i|$ и аргументов ψ_i (в градусах) комплексных амплитуд U_i при $K_0=0{,}1$ и $\beta=0{,}03$. Для каждого значения n амплитуды нормированы к соответствующей величине $U_{\max}(\beta, n)$. С учетом симметрии распределения напряжений даны для половины секций преобразователя. Анализируя данные табл. 3 можно показать что для сглаженного решения модули амплитуд напряжений убывают от краев преобразователя к его середине. При нечетном числе секций модуль амплитуды напряжения на центральной секции значительно меньше остальных. Угол в комплексной плоскости между амплитудами напряжений на симметрично расположенных секциях тем меньше, чем ближе секции к середине преобразователя. На фигуре представлены частотные зависимости $K(x)$ для различных значений параметра K_0, $n=2$. Амплитуды возбуждения секций в данном случае равны. Распределение является чисто фазовым. В середине интервала аппроксимации, т. е. при $x=\pi$, $K=K_0$. Изменение $K(x)$ с частотой происходит тем сильнее, чем меньше заданная величина K_0.

Относительно частотной характеристики излучения в прямом направлении можно отметить, что согласно расчетам, форма ее примерно соответствует форме частотной характеристики преобразователя с однородным возбуждением секций.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вялышев А. И., Гаврилов А. М., Любашевский Г. С., Тартаковский Б. Д., Чони Ю. И.* Синтез систем компенсации вибрационных и звуковых полей.– Акуст. ж., 1977, т 23, № 2, с. 242–248.
2. *Бутнинг Д. П., Прохоров В. Г.* К теории плоского многослойного преобразователя.– Изв. ЛЭТИ. Научн. тр. ЛЭТИ, 1968, вып. 63, с. 127–135.
3. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.

Ленинградский
электротехнический институт
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию
26.V.1982