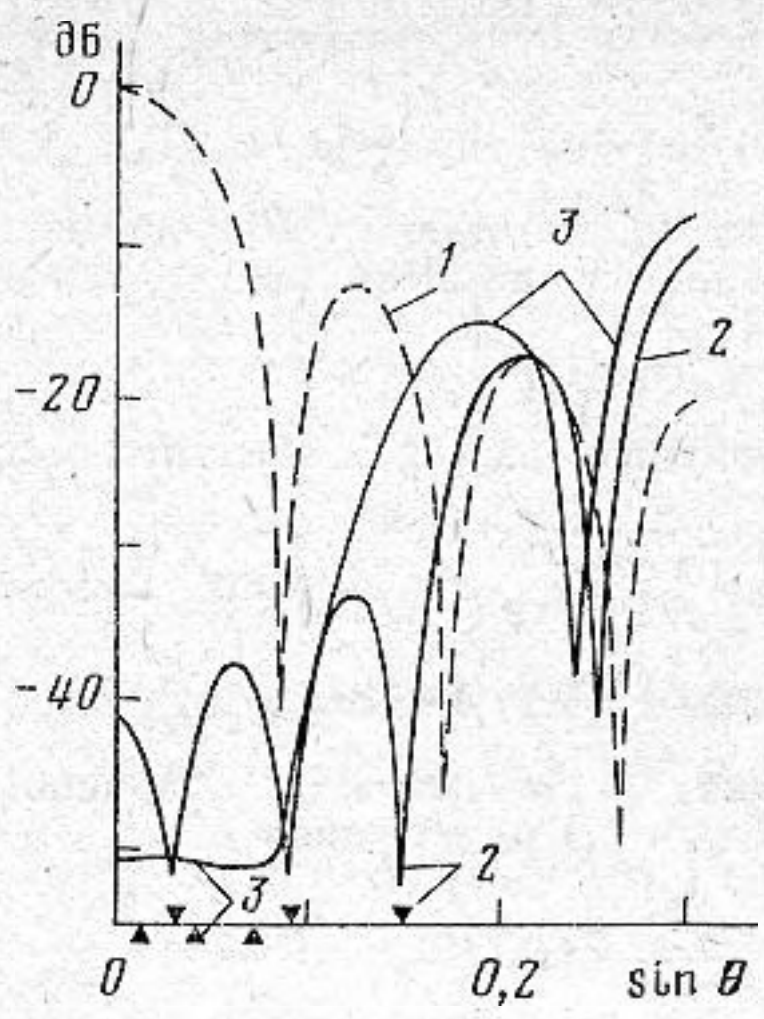
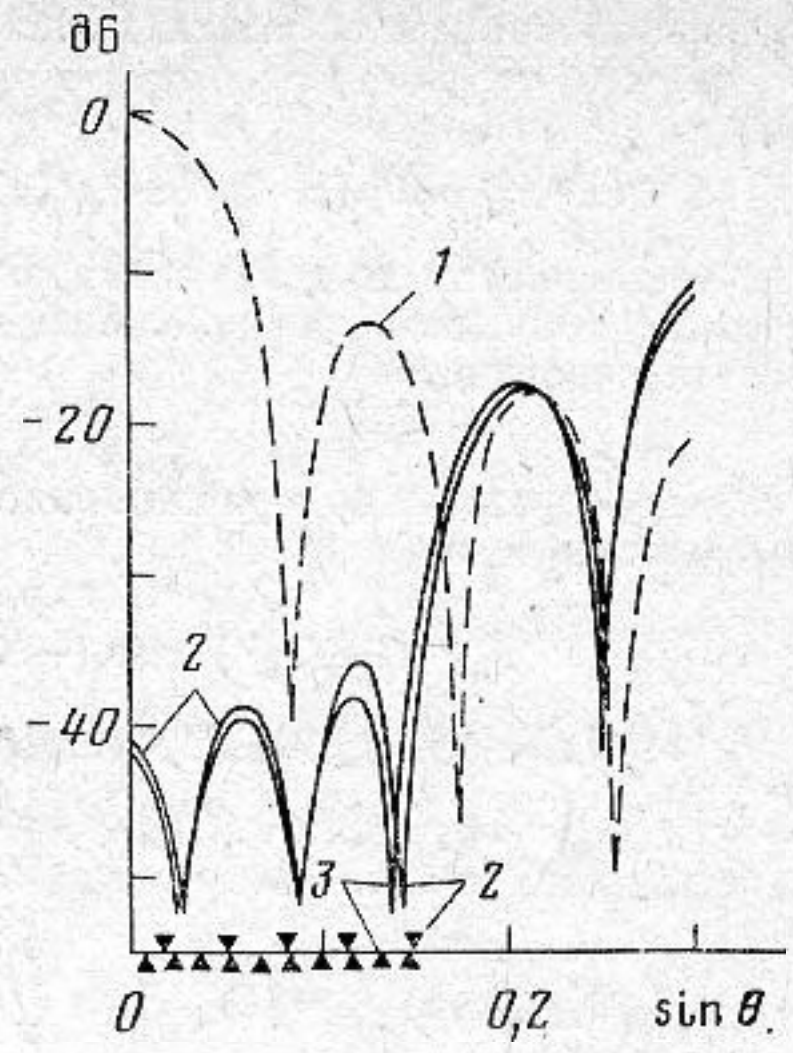



Фиг. 2




Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость угловых спектров мощности дифракционного (*1*) и остаточного (*2*, *3*) полей от размещения вторичных приемников при сильно когерентной падающей волне ($l_p=10^3\,a$, $L=5$, $M=Q=6$)

Фиг. 3. Угловые спектры мощности дифракционного (*1*) и остаточного (*2*, *3*) полей при различном числе вторичных приемников: кривая *2* – $Q=10$, *3* – $Q=20$ ($l_p=10^3\,a$, $L=5$, $M=6$)

приведены кривые для мощности остаточного поля при шести гасящих излучателях и различном числе вторичных приемников, равномерно размещенных в секторе $|\sin\theta|\leqslant 0{,}15$. Оптимальное значение матрицы весовых коэффициентов в этом случае ($Q>M$) определялось по формуле (4). Заметим, что если крайние вторичные приемники еще разрешаются решеткой излучателей, то увеличение $Q$ (уменьшение периода решетки вторичных измерителей) не приводит к вырождению матрицы $\mathbf{G}^{+}\mathbf{G}$. Как видно из сравнения кривых *2* и *3* (фиг. 3), увеличение числа вторичных измерителей с 10 до 20 практически не влияет на угловое распределение мощности остаточного поля. Это связано с тем, что при достаточно плотном размещении вторичных приемников адаптивная система активного гашения начинает работать по «интегральному» критерию минимума средней мощности в заданном секторе. Однако ограниченное число гасящих излучателей (степеней свободы) позволяет при этом лишь незначительно уменьшить интерференционные максимумы.

В заключение авторы выражают благодарность А. Н. Малахову за интерес к работе и полезное обсуждение полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Арзамасов С. Н., Мальцев А. А.* Адаптивная система активного гашения случайных волновых полей.– Изв. вузов. Радиофизика, 1982, т. 25, № 6, с. 657–667.
2. *Урусовский И. А.* Об активной звукоизоляции волновода с излучателями-монополями и приемниками-диполями.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 281–287.
3. *Завадская М. П., Попов А. В., Эгельский Б. Л.* Задача гашения поля за щелью в жестком экране в длинноволновом приближении.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 294–296.
4. *Зверев В. А.* Радиооптика. М.: Сов. радио, 1975.

Горьковский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского

Поступила в редакцию
8.VI.1982

---

УДК 534.8

# ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ ЩЕЛЕВЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

***Бондаренко Т. И., Бурлак Г. Н.***

Одним из типов слабонеоднородных поверхностей электроакустических волн являются волны Гуляева – Блюстейна. Их поверхностный характер обусловлен либо пьезоэффектом, либо электрострикцией – при наличии постоянного электрического поля.

В настоящем сообщении показано, что высокочастотное электрическое поле

накачки частоты $\omega_н$ также может стать причиной существования поперечных акустических волн частоты $\Omega$, распространяющихся вдоль границы двух электрострикционных кристаллов. При совпадении частоты поля и звука $\Omega \simeq \omega_н$ возникает своеобразный параметрический резонанс встречных акустических волн на частотах $\Omega$ и $-\Omega+2\omega_н$. При этом наличие границ обусловливает существенные особенности параметрического взаимодействия по сравнению с объемным случаем, что связано с нелинейностью как динамических уравнений, так и граничных условий. Соответственно параметрическая связь между волнами будет определяться не только объемными силами, но и синхронными поверхностными напряжениями. В результате условия распространения волн вдали от резонанса и в его окрестности оказываются существенно различными. Вблизи точки синхронизма $\Omega=\omega_н$ поверхностные волны вообще не распространяются, что приводит к образованию узкой полосы непропускания в спектре.

Рассмотрим два одинаковых граничащих кристалла кубической симметрии, занимающих области $y \leqslant -h$ и $y \geqslant h$ и разделенных щелью шириной $2h$. Переменное электрическое поле накачки $\mathbf{E}=\{0,\ 0,\ \varepsilon_н \cos \omega_н t\}$ приложено параллельно поверхности. Поперечная акустическая волна со смещением $\mathbf{u} \| \mathbf{E}$ распространяется вдоль границ кристаллов в направлении $0X$. Уравнения для $u$ и сопровождающего электрического поля, характеризуемого потенциалом $\varphi$, состоят из уравнений теории упругости и уравнений Максвелла (с учетом электрострикции) [1]. В системе координат, совмещенной с кристаллографическими осями, вводя эффективный потенциал $\overline{\varphi}=\varphi+a\varepsilon_н u \cos \omega_н t/2\varepsilon_0$, эти уравнения можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\bar{s}^2\left(1+\frac{\delta}{1+\delta}\cos 2\omega_н t\right)\Delta u, \qquad \Delta\overline{\varphi}=0, \tag{1}$$

где $\bar{s}=s\sqrt{1+\delta}$, $s$ – скорость объемной поперечной волны, $\Delta=(\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2)$, $\delta=a^2\varepsilon_н^2/32\pi\rho s^2\varepsilon_0$, $a=a_{44}$ – электрострикционная постоянная, $\varepsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость в отсутствие звука, $\rho$ – плотность.

Уравнение (1) имеет периодические во времени коэффициенты, что позволяет искать его решение в виде $u=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} u_m \exp\{i(\Omega+2m\omega_н)t-ikx+\tau y\}$. В результате для $u_m$ получаем следующую бесконечную систему зацепляющихся уравнений

$$[-(\Omega+2m\omega_н)^2+\bar{s}^2(k^2-\tau^2)]u_m+\bar{s}^2\frac{\delta}{1+\delta}(k^2-\tau^2)\frac{u_{m+1}+u_{m-1}}{2}=0. \tag{2}$$

Равенство нулю детерминанта системы (2) позволяет выразить величины $\tau$ через $\Omega$ и $k$ в виде $\tau_n=\tau_n(\Omega,\ k)$. Отбирая $\tau_n$ с $\operatorname{Re}\tau_{1,2}>0$, запишем решение (1) для $y \leqslant -h$ в виде

$$u=\sum_m \exp\{i(\Omega+2m\omega_н)+ikx\}\sum_n C_n u_{m,n}\exp(\tau_n y),$$
$$\overline{\varphi}=C_2\psi(t)\exp\{ky-ikx\}\cos\omega_н t\exp(i\Omega t), \tag{3}$$

где $\psi(t)=\sum\limits_m R_m \exp\{i2m\omega_н t\}$ – произвольная периодическая функция с периодом $\pi/\omega_н$. В выражении (3) $C_2$, $C_n$ – произвольные постоянные, а амплитуды $u_{m,n}$ удовлетворяют уравнению (2) при $\tau=\tau_n$. Решение системы (1) для $y \geqslant h$ получается из (3) заменой $C_2$, $C_n$, $y \to \overline{C}_2$, $\overline{C}_n$, $-y$. В щели при $|y|<2h$ имеем $\varphi^0=\psi(t)\cos\omega_н t\cdot(C_3e^{ky}+C_4e^{-ky})\exp(-ikx)$. Подчиняя решения стандартным граничным условиям непрерывности $\varphi$, $D_2$, а также условиям отсутствия механических напряжений (с учетом электрострикции) при $y \pm h$, для каждой спектральной компоненты получим следующее уравнение

$$\sum_n M_n^{a,s}\left\{\left(\tau_n-\frac{\delta k}{1+\varepsilon_{a,s}}\right)u_{m,n}+\frac{\delta}{1+\delta}\left(\tau_n-\frac{k}{1+\varepsilon_{a,s}}\right)\frac{u_{m+1}+u_{m-1}}{2}\right\}=0. \tag{4}$$

Здесь $M_n^{a,s}=C_n \mp \overline{C}_n$, $\varepsilon_a=\varepsilon_0 \operatorname{th} kh$, $\varepsilon_s=\varepsilon_0 \operatorname{cth} kh$ – для антисимметричных и симметричных мод. Приравнивая нулю детерминант системы (4), можно получить дисперсионное уравнение для указанных волн. В выражении (4) слагаемые с $u_{m,n}$ отвечают обычной волне Гуляева – Блюстейна, а слагаемые с $u_{m\pm1,n}$ описывают резонансное взаимодействие между волнами, связанными через поле накачки посредством граничных условий, когда $\Omega \simeq -\Omega+2m\omega_н$, т. е. $\Omega \approx m\omega_н$. В отсутствие резонанса $\Omega \neq \omega_н$ амплитуды $u_{m\pm1,n}$ пренебрежимо малы по сравнению с $u_{m,n}$. Соответствующее дисперсионное уравнение имеет вид $\tau=k\delta/(1+\delta)(1+\varepsilon_{a,s})$ на частоте $\Omega(m=0)$ и по форме похоже на уравнение для случая постоянного приложенного поля [2, 3]. Глубина локализации в этом случае равна $L=\tau^{-1}=(1+\varepsilon_{a,s})\lambda/2\delta\pi \sim 10 \div 10^3\lambda$ ($\lambda$ – длина волны). Однако в области синхронизма $\Omega \simeq m\omega_н$ необходимо учитывать как

$u_{m,n}$, так и $u_{m\pm1,n}$, что делает в общем случае анализ соответствующего дисперсионного уравнения трудно выполнимым. Поэтому далее рассмотрим представляющий наибольший интерес случай главного параметрического резонанса ($m=0, -1$). При этом можно учитывать только члены с $u_{0,n}$, $u_{-1,n}$ ($n=0, 1$). Определив из формулы (2) $u_{-1,n}/u_{0,n}$, после несложных, но громоздких выкладок, получим из системы (4) дисперсионное уравнение, которое запишем следующим образом

$$\tau_1\tau_2(\tau_1+\tau_2)=\frac{\delta k}{1+\varepsilon_{a,s}}(\tau_1^2+\tau_2^2-k^2\delta/2), \tag{5}$$

где

$$\tau_{1,2}=\bar{s}^{-1}\{k^2\bar{s}^2-\Omega^2-2\omega_н(\omega_н-\Omega)\pm$$
$$\pm\sqrt{4\omega_н^2(\Omega-\omega_н)^2+\delta^2\Omega^2(\Omega-2\omega_н)^2/4}\}^{1/2}.$$

Учитывая, что $\delta\ll1$, решение уравнения (5) будем искать в виде $\Omega=k\bar{s}+\Omega'$, где малая поправка $|\Omega'|\ll k\bar{s}$ обусловлена наличием поля ($\delta\neq0$). В окрестности резонанса $k\bar{s}=\omega_н+\theta$, где $\theta$ – малая расстройка, $\tau_{1,2}=(2k/\bar{s})^{1/2}\{\theta\pm[(\Omega'-\theta)^2+\delta^2k^2\bar{s}^2/16]^{1/2}\}^{1/2}$, а уравнение (5) имеет вид

$$\tau_1\tau_2(\tau_1+\tau_2)=\frac{\delta k^3}{1+\varepsilon_{a,s}}(4\theta/k\bar{s}-\delta/2). \tag{6}$$

Видно, что при $\theta<\delta k\bar{s}/8$ правая часть (6) отрицательна, и, следовательно, в этом случае действительные или комплексно сопряженные значения $\tau_{1,2}$ с $\mathrm{Re}\,\tau_{1,2}>0$ не удовлетворяют уравнению (6). Непосредственно в точке резонанса $k\bar{s}=\omega_н$ можно представить $\tau_{1,2}$ в виде $\tau_1=i\tau_2$, $\tau_2=\Delta^{1/4}k$, где $\Delta=4\Omega'^2/k^2\bar{s}^2+\delta^2/4$. При этом из выражения (6) находим $\tau_{1,2}=-k\delta^{2/3}(1+\varepsilon_{a,s})^{-1/3}(\pm i)^{1/2}2^{-1/6}$ (берутся главные значения). Нетрудно видеть, что найденные значения $\tau_{1,2}$ несовместимы с условиями локализации волн $\mathrm{Re}\,\tau_{1,2}>0$. Это означает, что в точке резонанса поверхностные волны распространяться не могут. Заметим, что это обстоятельство было упущено в работе [4], где рассматривалась подобная параметрическая неустойчивость волн в полуограниченных кристаллах. В случае бесконечно узкой щели $kh\to0$ этот вывод остается справедливым только для антисимметричных волн. Симметричные волны при $kh=0$ становятся объемными и приобретают инкремент $\Omega'=-i\delta\omega_н/4$ [5].

Дисперсионное уравнение (6) решалось численно. Численный счет показал, что спектр поперечных щелевых поверхностных акустических волн в полуограниченных кристаллах, помещенных в СВЧ электрическое поле, имеет зону непропускания в области параметрической неустойчивости. Глубина локализации волн в области параметрического возбуждения равна $L\simeq10\lambda$ для характерных параметров кристаллов типа $SrTiO_3$ ($\lambda$ – длина акустической волны) при $\varepsilon_н=1$ кВ/см, что существенно меньше, чем в нерезонансной области. Ширина зоны непропускания $\Delta\omega/\omega_н$ равна $\sim10^{-3}\div10^{-4}$ при $\delta\sim10^{-2}\div10^{-3}$ для $SrTiO_3$. Поэтому рассмотренный эффект представляет значительный интерес при создании управляемых фильтров.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1959.
2. *Gylyaev Y. V., Plessky V. P.* Shear Surface Acoustic Waves in Dielectrics in the Presence of an Electric Field.– Phys. Lett., 1977, v. 56 A, № 6, p. 491–492.
3. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я., Кошевая С. В.* Поверхностные акустоэлектрические волны на границе раздела двух сред, обусловленных электрострикцией.– ФТТ, 1976, т. 18, № 5, с. 1222–1225.
4. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я.* Параметрическое возбуждение поперечных поверхностных акустических волн в твердых телах СВЧ электрическим полем.– Письма в ЖТФ, 1981, т. 7, № 12, с. 712–715.
5. *Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я.* Об одном типе параметрической неустойчивости акустических волн в твердом теле.– ФТТ. 1981, т. 23, № 2, с. 641–643.



Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко



Поступила в редакцию
22.VII.1982


---


УДК 534.26


# О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ИЗГИБНЫХ И ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В БЕСКОНЕЧНОЙ ОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЕ ЧЕРЕЗ АКУСТИЧЕСКУЮ СРЕДУ


***Кирпичников В. Ю., Савенко В. В.***


На взаимосвязь изгибных и продольных колебаний пластины при ее контакте с акустической средой впервые указывалось Л. М. Лямшевым [1]. Однако степень их влияния друг на друга при звукоизлучении пластины не исследовалась.

Целью настоящей работы является теоретическая оценка взаимодействия через