

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.113

О СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТАХ СОСТАВНОГО РЕЗОНАТОРА

Гладышев В. Н.

Ряд технических устройств можно представить в виде составного резонатора, сочлененного из двух звукопроводящих слоев с различными скоростями звука в них и различными волновыми сопротивлениями. Собственные частоты продольных мод такого резонатора обычно определяют по времени прохождения звуковой волны между его крайними границами в прямом и обратном направлении с учетом изменения скорости звука в среде [1]. Рассчитанные на основании такого подхода частоты оказываются кратными. Однако, как показано на частном примере графоаналитического расчета составного резонатора в [2], его собственные частоты отличаются от частот, рассчитанных по указанной выше методике, и некратны. Отличие объясняется тем, что при расчете были учтены многократные отражения волн на внутренней и внешних границах сред. В связи с практической важностью задачи рассмотрим более подробно вопрос об определении собственных частот составного одномерного резонатора (фиг. 1).

Поле акустической скорости в резонаторе можно представить в виде:

$$v_1 = v_1^+ + v_1^- = yk_1(\varphi_1^+ e^{-jk_1 x} - \varphi_1^- e^{jk_1 x}), \tag{1}$$

$$v_2 = v_2^+ + v_2^- = jk_2(\varphi_2^+ e^{-jk_2 x} - \varphi_2^- e^{jk_2 x}), \tag{2}$$

где v_1 и v_2 — скорости акустических колебаний в левой и правой частях резонатора, v_1^+ и v_2^+ — скорости колебаний в волнах, распространяющихся в положительном направлении оси координат, v_1^- и v_2^- — скорости в волнах, распространяющихся в отрицательном направлении, φ_1^+ , φ_2^+ , φ_1^- , φ_2^- — соответствующие потенциалы, k_1 и k_2 — волновые числа слева и справа от границы раздела сред, x — координата.

Если при $x = -l$ и $x = L$ стенки резонатора абсолютно жесткие, то из (1) и (2) следует, что собственные частоты составного резонатора могут быть определены из соотношения

$$\rho_1 c_1 \operatorname{ctg} k_1 l + \rho_2 c_2 \operatorname{ctg} k_2 L = 0, \tag{3}$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности сред слева и справа от $x=0$, c_1 и c_2 — скорости звука в этих средах.

Из (3) следует, что собственные частоты составного резонатора зависят от волновых сопротивлений сред слева и справа от $x=0$, скоростей звука и положения границы раздела сред. В частном случае, когда волновые сопротивления слева и справа от $x=0$ равны и отражения волн на этой границе отсутствуют, из (3) следует соотношение

$$f = (l/c_1 + L/c_2) n/2, \quad n=1, 2, 3, \dots, \tag{4}$$

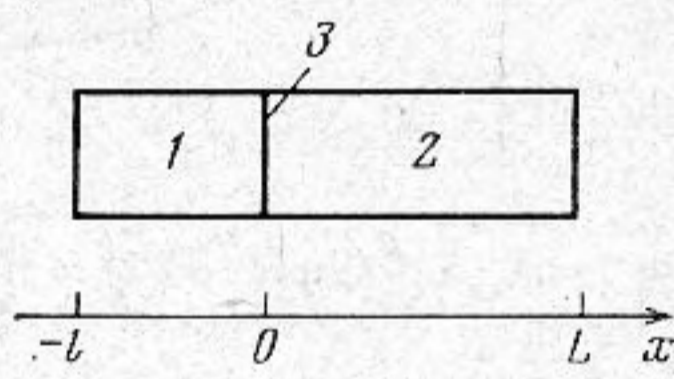
которое и используется обычно для расчета собственных частот составного резонатора [1]. Из (4) следует, что если $\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2$, то собственные частоты кратны.

Чтобы оценить степень различия результатов точного (соотношения (3)) и приближенного (соотношение (4)) расчетов собственных частот составного резонатора, а также влияние положения границы раздела сред, рассмотрим для определенности трубу с газом при температуре T_1 слева и T_2 справа от $x=0$. Если молекулярные веса веществ слева и справа от границы раздела отличаются мало (например, в случае горения в трубе углеводородного топлива), то можно принять $c \sim T^{1/2}$ и $\rho \sim 1/T$ и уравнение (3) представить в виде

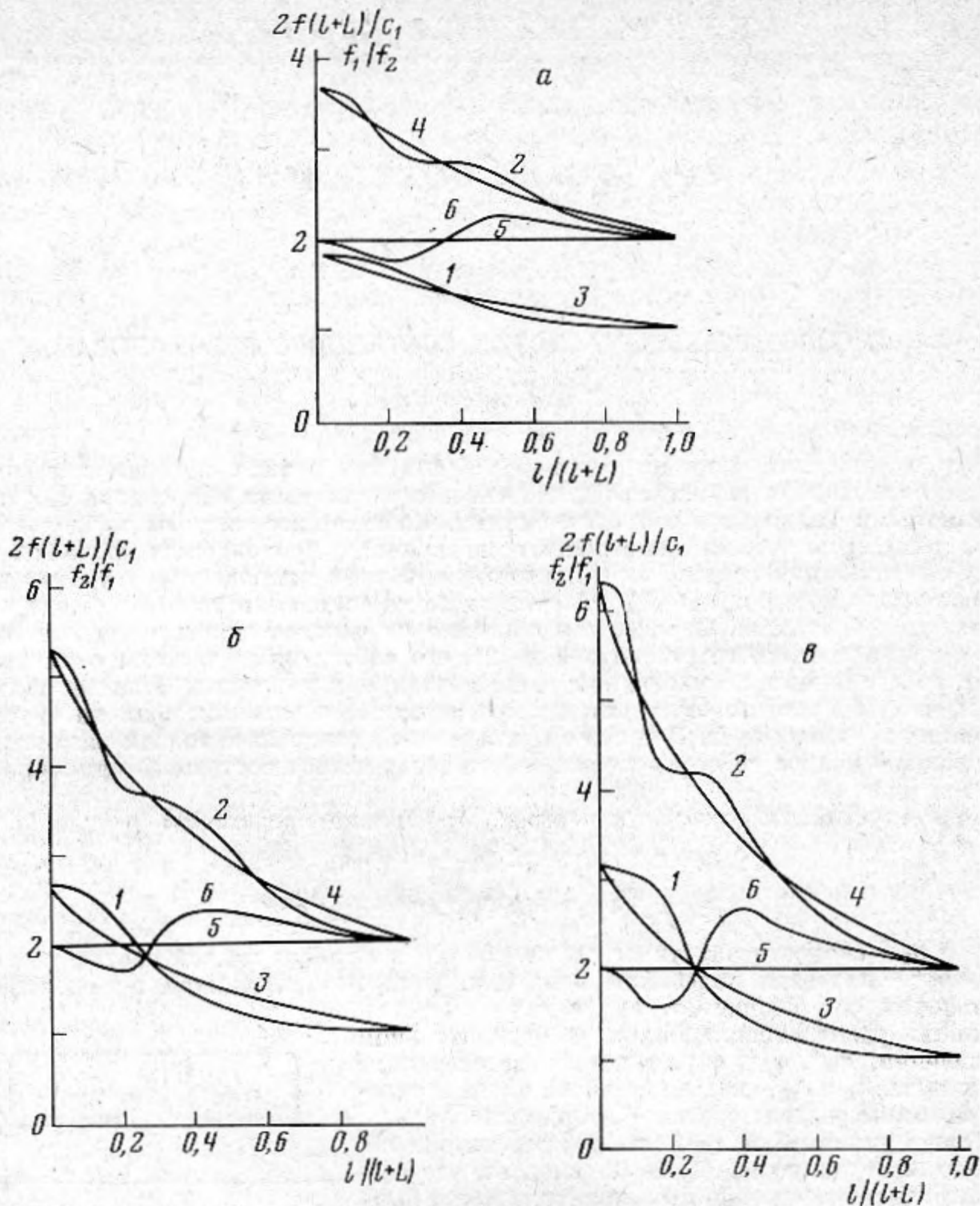
$$\sqrt{T_2/T_1} \operatorname{ctg} k_1 l + \operatorname{ctg} k_2 L = 0. \tag{5}$$

Результаты расчета безразмерных собственных частот $2(l+L)f/c_1$ рассматриваемой трубы в зависимости от положения границы раздела сред $l/(l+L)$ для трех пар температур приведены на фиг. 2. Кривые 1 и 2 (частоты первой и второй мод соответственно) рассчитаны по формуле (5). Кривые 3 и 4 (частоты этих же мод) рассчитаны по приближенному соотношению (4).

Видно, что, за исключением $(2n+1)$ точек (n — номер моды), собственные частоты, рассчитанные по приближенной формуле (4), отличаются от истинных значе-



Фиг. 1. Модель составного резонатора. 1 — среда с параметрами ρ_1, c_1 , 2 — среда с параметрами ρ_2, c_2 , 3 — граница раздела сред



Фиг. 2. Зависимость собственных частот первых двух мод трубы и их отношения от положения границы раздела сред. *a* — $T_1=300$ К, $T_2=1000$ К, *б* — $T_1=300$ К, $T_2=2100$ К, *в* — $T_1=300$ К, $T_2=3000$ К

ний частоты, причем степень отличия увеличивается с ростом отношения температур T_2/T_1 в общем случае — с ростом различия волновых сопротивлений сред слева и справа от границы раздела. С увеличением номера моды эта разница уменьшается. Так, при $T_2/T_1=10$ ошибка определения частоты по приближенной формуле (4) при $n=1$ составляет 20%, при $n=2$ — 10% и при $n=3$ — около 2,5% (результаты расчета для $n=3$ на графиках не приведены).

Отношение частоты второй моды к частоте первой моды, рассчитанное по соотношению (4), представлено на фиг. 2 кривой 5. Кривая 6 представляет то же отношение, рассчитанное в соответствии с уравнением (5). Видно, что при отличающихся волновых сопротивлениях собственные частоты составного резонатора в общем случае некратны. Исключение составляют частоты, соответствующие определенным положениям границы раздела сред (точки пересечения кривых 5 и 6), зависящим от волновых сопротивлений сред (температур).

Из приведенного рассмотрения можно сделать вывод, что для составных резонаторов собственные частоты низших мод следует определять из выражения (3), а при определении частот мод более высокого порядка можно использовать приближенное выражение (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев В. И., Сушков А. Л., Римский-Корсаков А. В. Влияние входного импеданса резонатора, установленного на торце трубы, на параметры вибрационного горения. — ФГВ, 1976, № 4, с. 619.
2. Раушенбах Б. В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961, с. 184.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28.1.1983