

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.26

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЦЕ

Лавин А. Д.

В работах [1, 2] рассмотрена задача о рассеянии звука от плоской неоднородной поверхности с периодически меняющейся акустической проводимостью. Однако в этих работах не исследован важный в практическом отношении случай, когда какой-либо рассеянный спектр является поверхностной волной, бегущей вдоль однородной границы. Представляет интерес рассмотреть задачу о генерации поверхностной волны при падении объемной волны на неоднородную границу, характеризующую акустической проводимостью. Ниже эта задача решена на основе модифицированной теории возмущений [3], учитывающей эффект многократного рассеяния. Метод ее решения аналогичен изложенному в работе [4].

Пусть жидкое однородное полупространство ( $z < 0$ ) ограничено сверху плоскостью  $z = 0$ , характеризующейся акустической проводимостью  $Y(x)$  упругого типа ( $\text{Re } Y = 0, \text{Im } Y < 0$ ). Величину  $Y(x)$  зададим в виде  $Y = [\eta_0 + \eta(x)] / (i\rho c)$  при  $|x| < L$  и  $Y = \eta_0 / (i\rho c)$  при  $|x| > L$ , где  $\eta_0 = \text{const}$ ,  $\eta(x)$  — периодическая функция координаты  $x$  с нулевым средним значением, причем  $|\eta(x)| \ll \eta_0$ ,  $\rho$  и  $c$  — соответственно плотность среды и скорость звука в ней. Из полупространства на неоднородную границу падает гармоническая объемная волна, характеризующаяся давлением

$$p_{\text{пад}} = A \exp [i(\alpha x + \beta z)], \quad (1)$$

где  $\alpha > 0$ ,  $\beta = (k^2 - \alpha^2)^{1/2}$ ,  $A$  и  $k$  — соответственно амплитуда и волновое число. Исследуем рассеяние волны (1) от неоднородностей с периодами  $\Lambda_1 = 2\pi / (\xi - \alpha)$  и  $\Lambda_2 = 2\pi / (\xi + \alpha)$ , где  $\xi = k(1 + \eta_0^2)^{1/2}$  — волновое число поверхностной волны в структуре без неоднородностей. Эти периодические неоднородности эффективно возбуждают поверхностные волны, бегущие соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси  $x$ .

Решение задачи о возбуждении поверхностной волны получим на основе модифицированной теории возмущений [3]. Малым параметром является относительная амплитуда неоднородностей:  $\varepsilon \equiv \max |\eta| / \eta_0 \ll 1$ . Выполнив соответственные вычисления, получим, что давление в генерируемой поверхностной волне будет

$$p = i \frac{2k\beta\kappa A}{\xi(\beta - i\kappa)} \int_{-L}^L \eta(X) \exp \{i[\alpha \mp (\xi + i\delta)]X\} dX \exp(\pm i\xi x + \kappa z - \delta L), \quad (2)$$

где  $\kappa = (\xi^2 - k^2)^{1/2} = k\eta_0$ ,  $\delta$  — коэффициент затухания поверхностной волны из-за рассеяния на неоднородностях,  $|x| \geq L$ . В формуле (2) верхний и нижний знаки выбираются соответственно при  $x > L$  и при  $x < -L$ .

Коэффициент затухания  $\delta$  зависит от формы периодических неоднородностей. Представим функцию  $\eta(x)$  в виде суммы пространственных гармоник вида  $a_n \cos(nQx + \Phi_n)$ , где  $2\pi/Q$  — пространственный период неоднородностей,  $a_n$  и  $\Phi_n$  — соответственно амплитуда и фаза  $n$ -й гармоники. Каждая пространственная гармоника неоднородностей, создающая рассеянный однородный спектр, вносит свой вклад в затухание поверхностной волны. Согласно работе [5], парциальный коэффициент затухания этой волны из-за рассеяния на  $n$ -й гармонике будет

$$\delta_n = \frac{k^2 \kappa a_n^2 [k^2 - (\xi - nQ)^2]^{1/2}}{4\xi [\xi^2 - (\xi - nQ)^2]}, \quad |\xi - nQ| < k. \quad (3)$$

Коэффициент затухания поверхностной волны, бегущей вдоль границы с неоднородностями  $\eta(x)$ , равен сумме парциальных коэффициентов  $\delta_n$ .

Исследуем генерацию поверхностной волны на неоднородностях с периодом  $\Lambda_1 = 2\pi / (\xi - \alpha)$ . Расчет, аналогичный изложенному в работе [4], показывает, что справа от длинного ( $2L \gg \Lambda_1$ ) неоднородного участка возникает интенсивная поверхностная волна

$$p = i \frac{2k\beta\kappa A a_1}{\xi(\beta - i\kappa)\delta} \text{sh}(\delta L) \exp(i\xi x + \kappa z - \delta L + i\Phi_1). \quad (4)$$

Слева от этого участка поверхностная волна обусловлена краевым эффектом; ее амплитуда мала и осциллирует с возрастанием  $L$ .

Рассчитаем коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную. Поток энергии в объемной волне (1) через участок  $(-L, L)$  границы равен  $E_{\text{пад}} = \beta A^2 L / (krc)$ . Поток энергии в генерируемой поверхностной волне (4) будет

$$E = \frac{k\beta^2 \chi A^2 a_1^2}{\rho c \xi (\xi^2 - \alpha^2) \delta^2} \text{sh}^2(\delta L) \exp(-2\delta L).$$

Коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную получим по формуле

$$\sigma = E/E_{\text{пад}} = \frac{k^2 \beta \chi a_1^2}{\xi (\xi^2 - \alpha^2) \delta^2 L} \text{sh}^2(\delta L) \exp(-2\delta L),$$

При длине неоднородного участка, равной  $1,2/\delta$ , коэффициент преобразования будет оптимальным:  $\sigma_0 = 0,2(k^2 \beta \chi a_1^2 / \xi (\xi^2 - \alpha^2) \delta)$ . При учете соотношения (3) эту формулу можно преобразовать к виду  $\sigma_0 = 0,8\delta_1/\delta = 0,8\chi$ , где  $\delta_1 = k^2 \beta \chi a_1^2 / 4\xi (\xi^2 - \alpha^2)$ ,

$\chi = \delta/\delta_1 = \sum_n \delta_n/\delta_1 \geq 1$ . Безразмерная величина  $\chi$  характеризует влияние формы пе-

риодических неоднородностей на преобразование объемной волны в поверхностную.

Для чисто синусоидальных неоднородностей с периодом  $\Lambda_1$  оптимальный коэффициент преобразования не зависит от их амплитуды и равен 0,8.

Аналогично можно исследовать генерацию поверхностной волны на неоднородностях с периодом  $\Lambda_2 = 2\pi/(\xi + \alpha)$ . При падающем поле (1) эти неоднородности создают интенсивную поверхностную волну, бегущую в отрицательном направлении оси  $x$ , и не создают рассеянные спектры, уносящие звуковую энергию от границы. Коэффициент преобразования объемной волны в поверхностную получим по формуле  $\sigma = 4[\text{sh}^2(\delta L)/(\delta L)] \exp(-2\delta L)$ , где

$$\delta = \delta_1 = k^2 \beta \chi a_1^2 / 4\xi (\xi^2 - \alpha^2).$$

Величина  $(1-\sigma)$  является эффективным коэффициентом отражения по энергии звукового пучка, падающего на неоднородный участок  $(-L, L)$  границы. На фигуре дан график этой вели-

чины в зависимости от  $2\delta L$ . Оптимальное преобразование объемной волны в поверхностную происходит при  $2\delta L = 1,2$ . Оптимальный коэффициент преобразования  $\sigma_0$  равен 0,8 для неоднородностей любой формы. Минимальное значение коэффициента отражения будет  $(1-\sigma_0) = 0,2$ .

Все полученные результаты не применимы в интервале  $0 > \alpha/k \approx \epsilon^2$ , т. е. при нормальном падении объемной волны и близком к нему. Согласно работе [6], при расчете преобразования волн на неоднородностях с периодом, равным или близким длине поверхностной волны, необходимо учитывать и квадратичные эффекты по малому параметру  $\epsilon$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лысанов Ю. П. Рассеяние звука от плоской неоднородной поверхности с периодически меняющейся акустической проводимостью.— Акуст. журн., 1955, т. 1, с. 58—69.
2. Лысанов Ю. П. О рассеянии звука на неоднородной поверхности.— Акуст. журн., 1958, т. 4, № 1, с. 47—50.
3. Урусовский И. А. О принципе локальности в теории рассеяния волн на неровных поверхностях.— В кн.: VI Всесоюз. акуст. конф. М.: АКИН, 1968, А' V 9.
4. Лапин А. Д. Генерация поверхностной волны Лява при наклонном падении сдвиговой объемной волны на границу с периодическими неоднородностями.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 6, с. 805—809.
5. Лапин А. Д. Затухание поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы с периодическими неоднородностями.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 2, с. 218—224.
6. Гуляев Ю. В., Плесский В. П. Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела (обзор).— Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 8, с. 1569—1587.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
10.11.1983