

МЕТОД ПОГРУЖЕНИЯ В АКУСТИКЕ СРЕД С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

Любавин Л. Я.

Применяя идеи метода погружения [1], ряд краевых задач акустики удалось сформулировать как задачи с начальными условиями [2-4]. В частности, подобная переформулировка проведена для уравнения Гельмгольца, а также, в случае слоистой среды, для уравнения, учитывающего не только изменения скорости звука, но и плотности [4]. Кроме того, при рассмотрении уравнения Гельмгольца получено уравнение, описывающее распространение волн в пренебрежении обратным рассеянием [2] (обобщенное параболическое уравнение). В настоящем сообщении рассматривается задача с произвольной зависимостью скорости звука ($c(r)$) и плотности ($d(r)$) от координат (r).

Пусть монохроматический источник (частота ω) находится в точке $\mathbf{r}_0 = \{z_0, \rho_0\}$ внутри слоя неоднородной среды $L_0 < z < L$ с волновым числом $k(\mathbf{r})$ ($k^2(\mathbf{r}) = \omega^2/c^2(\mathbf{r})$) и безразмерной плотностью $d(\mathbf{r})$. Вне слоя среда однородна (параметры $k_0, d_0 = 1$). Тогда поле давления внутри слоя $L_0 < z < L$ описывается уравнением (см., например, [5])

$$d(\mathbf{r}) \nabla (d(\mathbf{r}) \nabla U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + k^2(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = 2id(\mathbf{r}_0) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (1)$$

Из условий непрерывности $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ и $U_z'(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)/d(\mathbf{r})$ на границах слоя, используя явный вид решения в областях $z < L_0, z > L$, получим граничные условия (см. [3]) $z = L_0: U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - i\hat{l}(\rho) (U_z'(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)/d(\mathbf{r})) = 0; \quad z = L: U + i\hat{l}(U_z'/d) = 0$, где $\hat{l} = \hat{l}(\rho) = (k^2 + \Delta\rho)^{-1/2}$ — оператор, свойства которого описаны в [2].

Удобно ввести новые переменные $u_1 = \{U - i\hat{l}(U_z'/d)\}$, $u_2 = U + i\hat{l}(U_z'/d)$, имеющие физический смысл волн, распространяющихся вперед и назад.

Рассмотрим $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$, а значит, и $\mathbf{u} = \{u_1, u_2\}$, следуя идеям метода погружения, как функцию границы L . Тогда $U = U(z, \rho; z_0, \rho_0; L)$. Дифференцируя систему для \mathbf{u} и L , можно получить систему уравнений, с помощью которой для U имеем

$$\frac{\partial U(z, \rho; z_0, \rho_0; L)}{\partial L} = \int d\rho' U(z, \rho; L, \rho') \hat{\varphi}(\rho') U(z_0, \rho_0; L, \rho')$$

с граничным условием $\begin{cases} z > z_0: U(z, \rho; z_0, \rho_0; L) |_{L=z} = U(z_0, \rho_0; z, \rho) \\ z < z_0: U(z, \rho; z_0, \rho_0; L) |_{L=z_0} = U(z, \rho; z_0, \rho_0) \end{cases}$

где оператор $\hat{\varphi}(\rho) = i\{d^{-1}(L, \rho) (k^2(L, \rho) + \Delta\rho - (\nabla_\rho d) d^{-1} \nabla_\rho) - \hat{l}^{-1} d \hat{l}^{-1}\} / 2;$

$$\frac{\partial U(z, \rho; L, \rho_0)}{\partial L} = \int d\rho' U(z, \rho; L, \rho') \hat{\varphi}(\rho') H(L; \rho', \rho_0) + id(L, \rho_0) \hat{l}^{-1}(\rho_0) U(z, \rho; L, \rho_0) \quad (2)$$

с условием $U(z, \rho; L, \rho_0) |_{L=z} = H(z; \rho, \rho_0);$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial L} H(L; \rho, \rho_0) &= i\{d(L, \rho_0) \hat{l}^{-1}(\rho_0) + d(L, \rho) \hat{l}^{-1}(\rho)\} \{H(L; \rho, \rho_0) - H_0(\rho - \rho_0)\} + \\ &+ \int d\rho' H(L; \rho, \rho') \hat{\varphi}(\rho') H(L; \rho_0, \rho') \end{aligned} \quad (3)$$

с условием $H(L; \rho, \rho_0) |_{L=L_0} = H_0(\rho - \rho_0) = \hat{l}(\rho) \delta(\rho - \rho_0)$. Здесь $U(z, \rho; L, \rho_0) = U(z, \rho; L, \rho_0; L)$, $H(L, \rho, \rho_0) = U(L, \rho; L, \rho_0)$; при выводе использована теорема взаимности $U(z, \rho; z_0, \rho_0) = U(z_0, \rho_0; z, \rho)$.

При $d=1$ получаем уравнения работы [2], а при $k(\mathbf{r}) = k(z)$, $d(\mathbf{r}) = d(z)$ — уравнение работы [3].

В системе уравнений погружения эффект обратного рассеяния описывается последним членом уравнения (3) (см. [2]). Если этим членом пренебречь, то $H(L; \rho, \rho_0) = H_0(\rho - \rho_0)$. Подставив это выражение в (2), получаем обобщенное параболическое уравнение вида

$$\frac{\partial U(z, \rho; L, \rho_0)}{\partial z} = \frac{i}{2} \{\hat{l}^{-1} d^{-1} (k^2 + \Delta\rho - d^{-1} (\nabla_\rho d) \nabla_\rho) + d \hat{l}^{-1}\} U(z, \rho; L, \rho_0). \quad (4)$$

В малоугловом приближении ($\nabla_\rho \ll k_0; |k_0^2 - k^2| \ll k_0^2; |d-1| \ll 1$) из (4) имеем

$$2k_0 \frac{\partial}{\partial z} U(z, \rho; L, \rho_0) = i\{k^2 + k_0^2 + \Delta\rho\} U(z, \rho; L, \rho_0).$$

Это уравнение совпадает с параболическим уравнением, т. е. в параболическом приближении изменения плотности не влияют на поведение поля.

Уравнение (1), но с другими граничными условиями, описывает и задачи акустики океана. В этом случае найти поле можно с помощью формулы Грина, действуя аналогично работе [3].

Автор благодарит В. И. Кляцкина, который обратил его внимание на эту задачу и дал полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касты Дж., Калаба Р. Методы погружения в прикладной математике. М.: Мир, 1976.
2. Babkin G. I., Klyatskin V. I. Invariant imbedding method for wave problem.— Wave motion, 1982, v. 4, p. 195–207.
3. Бабкин Г. И., Кляцкин В. И., Любавин Л. Я. К теории распространения звука в океане.— Акуст. журн., 1982, т. 28, № 3, с. 310–315.
4. Кляцкин В. И., Любавин Л. Я. К теории распространения звука в слоистом океане с переменной плотностью.— Акуст. журн., 1983, т. 29, № 1, с. 64–68.
5. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.

Тихоокеанский океанологический институт
Дальневосточного научного центра
Академии наук СССР

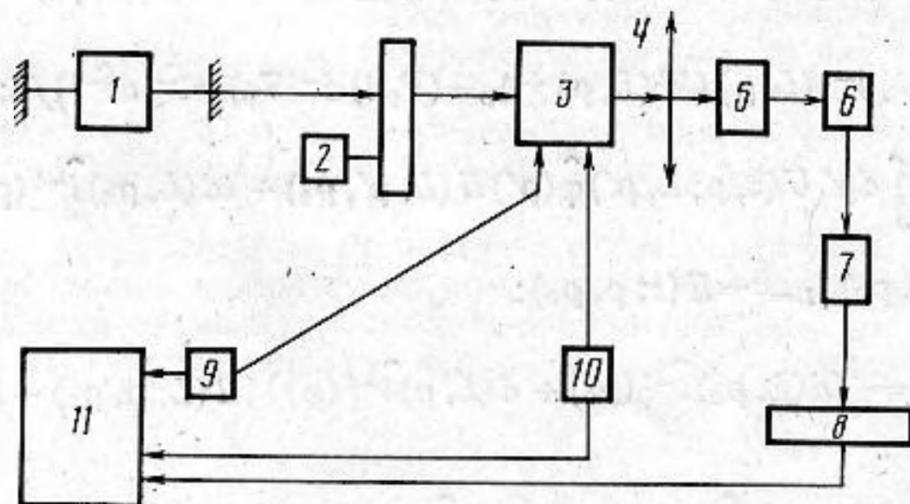
Поступила в редакцию
10.XII.1982

УДК 534.232:539.1.04

РАДИАЦИОННО-АКУСТОТЕРМИЧЕСКАЯ МИКРОСКОПИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

Лямшев Л. М., Челноков В. И.

Для получения информации о структурных микронеоднородностях исследуемых объектов используются фотоакустическая (ФАМ), фототермическая (ФТМ) и электронно-акустическая (ЭАМ) микроскопии [1, 2], основанные на регистрации тепловых или акустических волн, возникающих в исследуемом образце при поглощении в нем лазерных или электронных пучков. Одной из причин, вызвавших появление



Блок-схема растрового радиационно-акустотермического микроскопа. 1 — источник ионизирующего излучения, 2 — модулятор, 3 — управляющая система сканирования, 4 — система фокусировки, 5 — исследуемый объект, 6 — акустический (тепловой) датчик, 7 — предусилитель, 8 — синхронный детектор (в случае гармонически модулированного излучения амплитудный или фазовый, а в случае коротких импульсов излучения — спектроанализатор), 9, 10 — генераторы сканирования и разверток, 11 — устройство визуализации

электронно-акустической микроскопии (ЭАМ), явилась возможность сфокусировать электронный пучок в гораздо меньшее пятно по сравнению с поперечными размерами лазерного луча.

Возможности ФАМ, ЭАМ и ФТМ могут быть расширены путем использования других видов ионизирующего излучения (например, протонных и ионных пучков, а также рентгеновских или гамма-лучей и т. п.). При этом открываются перспективы более широкого выбора излучения, которое наиболее подходит тому или иному методу неразрушающего контроля и диагностики или более приемлемо с точки зрения нанесения ущерба изучаемому объекту [3].

На фигуре приведена блок-схема растрового радиационно-термоакустического микроскопа (РТАМ) с использованием произвольного вида излучения (пучка протонов, ионов и т. п.). Данная схема принципиально мало отличается от схемы ФАМ,