АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 5

УДК 534.231.1,534–13;534.86

УСРЕДНЕННЫЙ ЗАКОН СПАДАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКА В НЕРЕГУЛЯРНОМ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Кацнельсон Б. Г., Кулапин Л. Г.

В рамках лучевой теории рассмотрена усредненная интенсивность звукового поля $I(r)$ в нерегулярных гидроакустических волноводах с поглощающими границами. Для случаев мелкого моря переменной глубины и нерегулярного придонного звукового канала для $I(r)$ получены аналитические выражения. Результаты сравниваются с расчетами на основе суммирования мод.

При изучении распространения звука в подводном звуковом канале часто бывает достаточно знать изменение по трассе усредненной величины квадрата звукового давления (интенсивности звука) [1, 2]. Пространственный масштаб усреднения выбирается порядка наибольшего масштаба интерференции нормальных волн, т. е. порядка наибольшего цикла луча D в канале. В результате такого усреднения исчезают интерференционные (с пространственным масштабом порядка длины волны λ) и зональные (с масштабом $\sim D$) изменения звукового поля и остается сравнительно плавная зависимость интенсивности от расстояния r до источника звука.

На лучевом языке проведение усреднения соответствует суммированию энергий лучевых трубок, приходящихся на длину цикла лучей, исходящих из источника. Для ряда модельных регулярных подводных звуковых каналов зависимость усредненной интенсивности от r удается получить в аналитическом виде [3, 4]. В частности, для простейшей модели мелкого моря – модели Пекериса с поглощающим дном, интенсивность спадает с расстоянием как $r^{-3/2}$ [1, 2]. Такой, как бы промежуточный между цилиндрическим и сферическим характер спадания обусловлен существенной ролью поглощающего дна, от которого луч при распространении испытывает многократные отражения.

В последнее время появился ряд работ, в которых анализируются усредненные законы спадания [3–6] как в регулярных, так и в нерегулярных звуковых каналах. Последний случай рассмотрен в работе [3] в пренебрежении потерями при отражении (если луч испытывает отражения), где получен ряд соотношений для усредненной интенсивности.

Нами рассмотрено изменение с расстоянием усредненной интенсивности в тех случаях нерегулярных подводных звуковых каналов, когда лучи испытывают многократные отражения от поглощающей поверхности; именно в мелком море с изменяющейся вдоль трассы глубиной и в придонном (приповерхностном) звуковом канале с изменяющимися вдоль трассы глубиной и профилем скорости звука.

Пусть в точке с координатами $r=0$, $z=z_1$ находится источник. Интенсивность звукового поля, усредненная по циклу луча и просуммированная по всем лучам, имеет вид [1, 2]

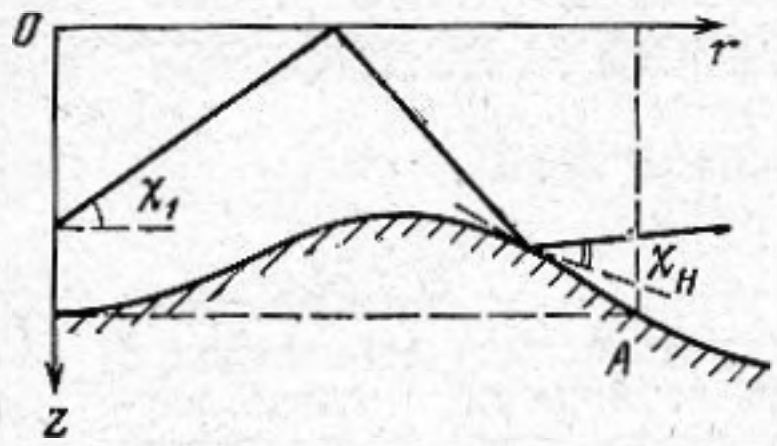
$$I=\overline{|p|^2}=\frac{2}{r}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi_1 \frac{\cos\chi_1 E(\chi_1, r)}{D(\chi_1, r)\sin\chi(\chi_1, r)}, \tag{1}$$

где χ_1 – угол наклона к горизонту луча, исходящего от источника в точке $r=0$, $z=z_1$; χ – угол наклона того же луча к горизонту в точке приема (r, z), $D(\chi_1, r)$ – цикл луча в канале (он зависит от r), E – фактор ослабления, определяемый затуханием звука при распространении (также зависит от r). В нашем случае это затухание будет определяться потерями

при отражении от дна (или поверхности в приповерхностном канале) и фактор ослабления может быть написан в виде [5]:

$$E(\chi_1, r) = \exp\left\{ 2\int_0^r \frac{\ln|V(\chi_H(r))|}{D(\chi_1, r)} \right\}. \tag{2}$$

Здесь $V(\chi)$ — коэффициент отражения звука от дна (поверхности). С хорошей точностью можно считать его френелевским с углом скольжения χ_H (локальным в случае неоднородной среды) между направлением луча и касательной к отражающей поверхности, также зависящим от координаты r: $\chi_H = \chi_H(\chi_1, r)$.



Фиг. 1. Канал с постоянной скоростью звука, однородным жидким поглощающим дном и переменной глубины

Формула (1) может быть получена как из лучевых соображений, так и на основе представления поля в виде суммы по поперечным модам, адиабатически изменяющимся в продольном направлении [2].

Таким образом, чтобы определить зависимость I (r) по формуле (1), необходимо знать функции $D(\chi_1, r)$, $\chi(\chi_1, r)$, $E(\chi_1, r)$, $\chi_H(\chi_1, r)$. В настоящей работе найдем их в адиабатическом приближении на основе понятия лучевого инварианта, который определяется следующим образом [6, 7]:

$$J = \oint \frac{\sin\chi(r, z)}{c(r, z)} dz = \oint [c^{-2}(r, z) - c^{-2}(r, z_1)\cos^2\chi_1(r)]^{1/2} dz. \tag{3}$$

Здесь $\chi_1(r)$ — угол наклона луча к горизонтали при $z = z_1$ и произвольном r.

Величина J остается постоянной при распространении луча вдоль трассы, т. е. интеграл (3) не зависит от r. Это значит, что зная значение J при каком-либо частном значении r, именно при $r=0$, знаем его и при произвольном r, откуда можно получить, например, зависимость $\chi(\chi_1, r)$ и аналогично $\chi_H = \chi_H(\chi_1, r)$. Цикл луча $D(\chi_1, r)$, определяемый согласно работе [6]

$$D(\chi_1, r) = \oint \frac{dz}{\operatorname{tg}\chi(\chi_1, r, z)}, \tag{4}$$

можно затем вычислить, зная указанную зависимость $\chi = \chi(\chi_1, r, z)$. После вычисления величин $\chi_H(\chi_1, r)$ и $D(\chi_1, r)$ их необходимо подставить в выражение (1) и провести интегрирование.

Рассмотрим конкретный случай канала с постоянной скоростью звука $c = \text{const}$, поглощающим дном и переменной глубиной $H = H(r)$ (фиг. 1). Здесь в пределах одного цикла луча угол χ постоянен (не зависит от z) и лучевой инвариант J имеет значение

$$J = 2\frac{H(r)\sin\chi(r)}{c} = 2\frac{H(0)\sin\chi(0)}{c} = 2\frac{H_0\sin\chi_1}{c}, \tag{5}$$

откуда можно выразить $\chi(r)$ через $H(r)$ и параметры $H_0 = H(0)$ и χ_1. Угол скольжения $\chi_H(r)$ в адиабатическом приближении равен $\chi(r)$. Используя указанные выше соотношения, легко вычислить цикл луча D

$$D(\chi_1, r) = \frac{2H(r)}{\operatorname{tg}\chi(\chi_1, r)} = \frac{2H^2(r)}{H_0\sin\chi_1}\sqrt{1 - \frac{H_0^2\sin^2\chi_1}{H^2(r)}}. \tag{6}$$

Коэффициент отражения $V(\chi)$ примем френелевским [6], считая показатель преломления $n = c/c_1$ (c_1 — скорость звука в дне) комплексным из-за поглощения звука в дне.

Для вычисления интегралов (1) и (2) используем тот факт, что потери при отражении звука от дна растут с увеличением угла скольжения луча χ, и, следовательно, наибольший вклад в результирующее поле дают лучи с малыми χ. Разлагая поэтому зависящие от χ величины под интегралом

в степенной ряд и ограничиваясь только членами с первым неисчезающим порядком по χ, получим, используя формулу (5),

$$\ln|V(\chi_H(r))|=-s\chi_H(r)=-s\frac{H_0\chi_1}{H(r)}, \tag{7}$$

где

$$s=-\left[\frac{d\ln|V(\chi)|}{d\chi}\right]_{\chi=0}=2\,\mathrm{Re}\,\frac{m}{\sqrt{n^2-1}},$$

$m=\rho_1/\rho$ — отношение плотностей дна и воды. Кроме того,

$$D(\chi_1, r)=2H^2(r)/H_0\chi_1. \tag{8}$$

В этом случае после подстановки формул (2), (7), (8) в выражение (1), получим аналогично [4]

$$I(r)=\frac{1}{rH(r)}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}d\chi_1\exp\left\{-\left[sH_0^2\int\limits_0^r\frac{dr}{H^3(r)}\right]\chi_1^2\right\}=$$

$$=\frac{\sqrt{\pi/s}}{rH_0H(r)}\left[\int\limits_0^r H^{-3}(r)\,dr\right]^{-1/2}. \tag{9}$$

Видно, что в этом выражении усредненная интенсивность определяется интегрально всем профилем дна. При $H(r)=H_0=\mathrm{const}$ формула (9) переходит в известную по работам [1, 2]: $I^{(0)}(r)=\sqrt{\pi/sH_0}\,r^{-3/2}$.

Используя формулу (9), можно рассмотреть поведение усредненной интенсивности в различных случаях. Так, в звуковом канале с линейно изменяющейся глубиной $H(r)=H_0\pm\varepsilon r$ расчет по формуле (9) дает для $I(r)$ выражение

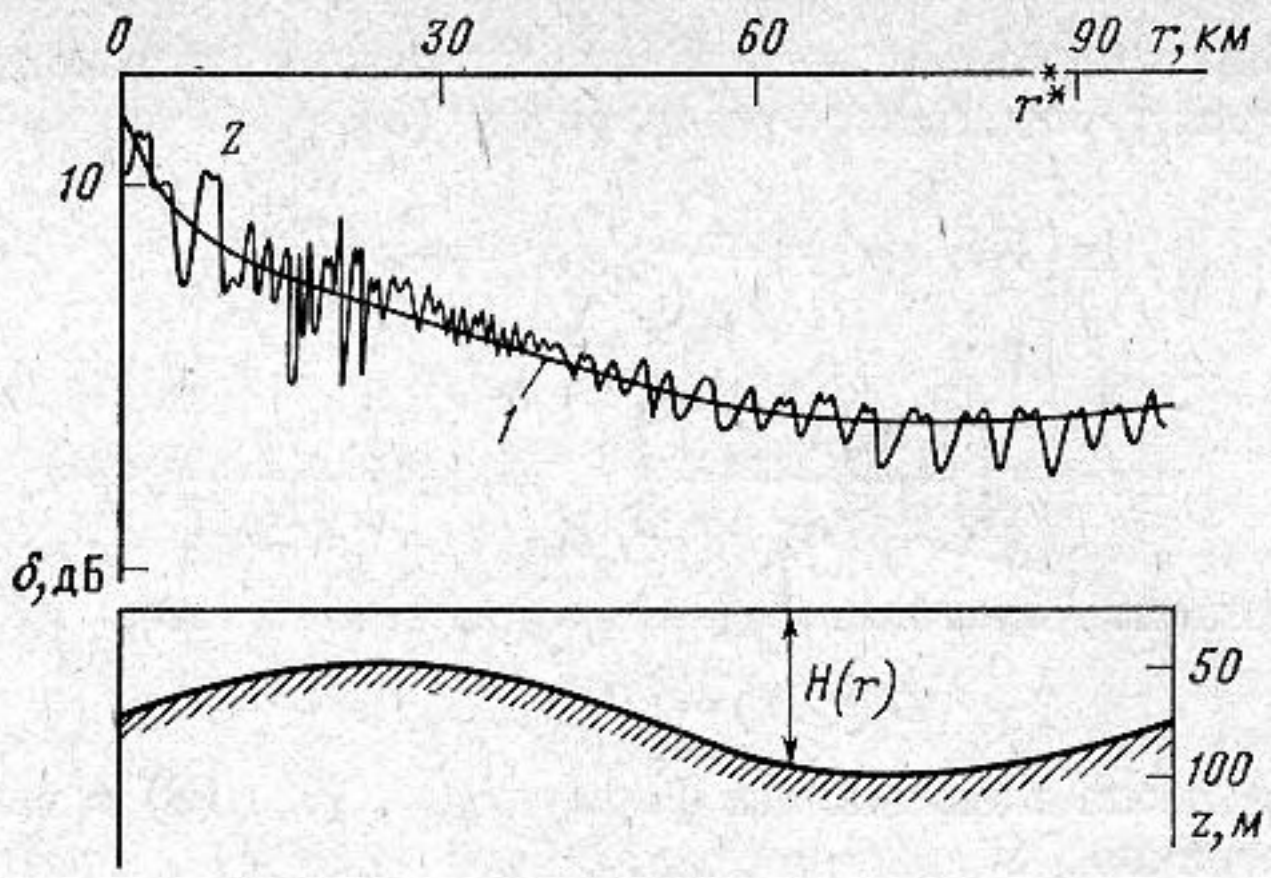
$$I(r)=\sqrt{\frac{\pi}{sH_0}}\frac{r^{-3/2}}{\sqrt{1\pm\dfrac{\varepsilon r}{2H_0}}},$$

которое отличается от закона спадания $I^{(0)}(r)$ в регулярном звуковом канале фактором $(1\pm\varepsilon r/2H_0)^{-1/2}$.

Рассмотрим роль этого фактора. Если, например, канал сужается с расстоянием (знак минус), то интенсивность звукового поля на расстоянии r от источника будет естественно больше, чем $I^{(0)}(r)$, однако меньше, чем при использовании традиционного адиабатического фактора увеличения интенсивности поля в сужающемся волноводе $(1-\varepsilon r/H_0)^{-1}$, обратно пропорционального его локальной глубине. Это явление обусловлено тем, что коэффициент поглощения, определяемый подынтегральным выражением формул (2), (7), (8), при сужении волновода увеличивается (угол скольжения χ_H растет, цикл луча D уменьшается).

Аналогично можно рассмотреть и расширяющийся волновод. Здесь коэффициент поглощения меньше, чем в регулярном волноводе, и вследствие уменьшения потерь по сравнению с регулярным волноводом интенсивность поля спадает медленнее, чем растет глубина.

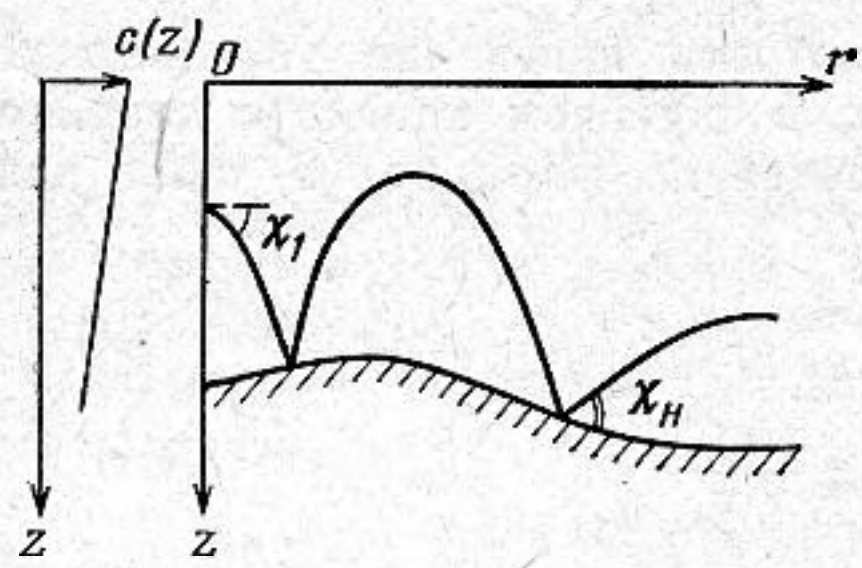
Таким образом, несмотря на то что формула (9) получена в адиабатическом приближении, среднее поле в данной точке определяется всем профилем дна вдоль трассы. Это позволяет получить нетривиальный ответ на вопрос следующего типа. Пусть глубина моря в сечении A (фиг. 1) та же, что и при $r=0$. К какому изменению поля в сечении A по сравнению со случаем регулярного волновода приведет наличие «горки» между этими положениями? (Заметим, что в отсутствие поглощения в адиабатическом приближении, когда поле определяется локальным значением параметров волновода, поле в сечении A не изменяется). Из формулы (9) в нашем случае видно, что интеграл при наличии «горки» больше, и, сле-



Фиг. 2. Результаты расчетов интенсивности звука от точечного источника на основе усредненной формулы (9) – *1*, и с помощью суммирования мод – *2*. Значение параметров канала указано на фигуре, $\delta=10\lg(I/I_0)$, $I_0=\text{const}$, $\lambda=15$ м, $c=1500$ м/с, $s=0{,}1$, $z=z_1=50$ м

довательно, поле уменьшается. Аналогично, при появлении углубления между 0 и A поле в сечении A увеличивается по сравнению со случаем регулярного звукового канала.

На фиг. 2 показан пример расчета усредненной интенсивности для канала переменной глубины (профиль внизу). На этой же фигуре показан результат расчета с помощью суммирования мод. Видно, что в области применимости формулы (1), где велико число распространяющихся адиабатических мод, имеется хорошее согласие. Значение r^*, определяющее границу области применимости формулы (1) (соответственно формулы (9)), которое получается из соотношения $\int_0^{r^*} H^{-3}\,dr \ll 16\pi^{-2}s^{-1}\lambda^{-2}$, отмечено на оси абсцисс фиг. 2.



Фиг. 3. Нерегулярный придонный звуковой канал с однородным поглощающим жидким дном и переменной глубиной

Перейдем теперь к случаю нерегулярного придонного звукового канала (фиг. 3). Здесь распространение звука происходит путем последовательных отражений от дна. Будем считать, что параметры этого волновода плавно изменяются вдоль трассы, профиль скорости – линейный в поперечном направлении $c(r, z)=c_s(r)[1-a(r)z]$, глубина H зависит от r $(H=H(r))$, источник находится на глубине $z=z_1$. Цикл луча нетрудно определить по формуле (4)

$$D(\chi_H(r), r)=\frac{2c_H}{ac_s}\operatorname{tg}\chi_H, \tag{10}$$

где $c_H=c(r, H(r))=c_s(1-aH)$. Для расчета усредненной интенсивности по формуле (1) необходимо знать зависимость угла скольжения $\chi_H(r)$ от угла χ_1. Она определяется с помощью лучевого инварианта (формула (3))

$$J=\frac{1}{ac_s}\left(\ln\frac{1+\sin\chi_H}{1-\sin\chi_H}-2\sin\chi_H\right).$$

В реальных условиях распространения основной вклад в результирующее поле дают лучи с малыми углами χ_H, поэтому можно ограничиться в вы-

ражении для J членами с первым неисчезающим порядком по χ_H

$$J=\frac{2}{3ac_s}\chi_H^3=\frac{2}{3a_0c_{s0}}\chi_{H0}^3;$$

здесь $a_0=a(0)$, $c_{s0}=c_s(0)$, $\chi_{H0}=\chi_H(0)$. Зависимость $\chi_H(r)$ от угла выхода луча из источника χ_1 можно определить на основании закона Снеллиуса, и используя значение J в плоскости $r=0$: $\cos\chi_{H0}/c_{H0}=\cos\chi_1/c_{10}$, откуда $\chi_{H0}=\arccos[(c_{H0})/(c_{10})\cos\chi_1]=\arccos(\gamma\cos\chi_1)$, где $\gamma=c_{H0}/c_{10}=(1-a_0H_0)/(1-a_0z_1)$. Окончательно

$$\chi_H=\left(\frac{ac_s}{a_0c_{s0}}\right)^{1/3}\arccos(\gamma\cos\chi_1). \tag{11}$$

Считая малым также угол χ_1, можно разложить выражение (11) в ряд по χ_1. Тогда получим

$$\chi_H(\chi_1,r)=\left(\frac{ac_s}{a_0c_{s0}}\right)^{1/3}\left(\arccos\gamma+\frac{\gamma}{2\sqrt{1-\gamma^2}}\chi_1^2\right). \tag{12}$$

Из формул (11), (12) видно, что значению $\chi_1=0$ соответствует минимальный угол скольжения луча χ_{Hm}. $\chi_{Hm}=(ac_s/a_0c_{s0})^{1/3}\cdot\arccos\gamma$.

Фактор $E(\chi_1, r)$, определяющий потери звука при отражении, имеет вид (2), где $D(\chi_H, r)$ определяется выражением (10), а $V(\chi_H)$ — френелевский коэффициент отражения с локальным углом скольжения $\chi_H(r)$. Поступим дальше обычным образом, разлагая в степенной ряд по χ_H подынтегральное выражение в формуле (2)

$$2\frac{\ln|V(\chi_H)|}{D(\chi_H)}=\frac{ac_s}{c_H}(-s+v\chi_H^2), \tag{13}$$

где [1]

$$s=-\left[\frac{\ln|V(\chi)|}{\operatorname{tg}\chi}\right]_{\chi=0}=\operatorname{Re}\frac{2m}{\sqrt{n^2-1}};\quad \frac{d}{a\chi}\left[\frac{\ln|V(\chi)|}{\operatorname{tg}\chi}\right]_{\chi=0}=0;$$

$$v=\frac{1}{2}\frac{d^2}{d\chi^2}\left[\frac{\ln|V(\chi)|}{\operatorname{tg}\chi}\right]_{\chi=0}=\operatorname{Re}\left[\frac{m(3n^2-2m^2)}{3(n^2-1)^{3/2}}\right].$$

Используя формулы (11), (12), можно получить разложение выражения (13) в ряд по χ_1

$$2\frac{\ln|V(\chi_H)|}{D(\chi_H)}=-[\nu(r)+\mu(r)\chi_1^2], \tag{14}$$

где

$$\nu(r)=-\frac{ac_s}{c_H}\left[-s+v\left(\frac{ac_s}{a_0c_{s0}}\right)^{2/3}\arccos^2\gamma\right],$$

$$\mu(r)=-\frac{ac_sv\gamma}{c_H}\left(\frac{ac_s}{a_0c_{s0}}\right)^{2/3}\frac{\arccos\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}.$$

Подставляя выражения (2), (10), (13) в формулу (1), получим окончательно

$$I(r)=\frac{2}{r}\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\cos\chi_1\exp\left[-\int\limits_0^r(\nu+\mu\chi_1^2)\,dr\right]}{D(\chi_H)\sin\chi(\chi_H,r,z)}d\chi_1=$$

$$=\frac{ac_s\sqrt{\pi}}{c_Hr}\left[\operatorname{tg}\chi_{Hm}\sqrt{1-\frac{c^2}{c_H^2}\cos^2\chi_{Hm}}\right]^{-1}\left[\int\limits_0\mu\,dr\right]^{-1/2}\exp\left(-\int\limits_0\nu\,dr\right), \tag{15}$$

[1] Здесь значения n берутся при $z=H(r)$ и, следовательно, s и v являются функциями r.

где ν, μ, s, v определены выше соотношениями (13), (14). Формула (1) аналогична формуле (9). Так же как и в последней, усредненная интенсивность в сечении r из-за поглощения определяется параметрами трассы вдоль всей предшествующей трассы до точки r, а не их локальными значениями. С помощью формулы (13) можно связать параметры ν, μ, входящие в формулу (14) со значениями показателя преломления n и отношения плотностей m.

В случае регулярного волновода формула (15) переходит в известный результат [6], состоящий в том, что на ослабление $\sim r^{-3/2}$ накладывается экспоненциальное $\sim \exp(-\nu r)$.

Область применимости формулы (15) ограничена обычными условиями: число мод, распространяющихся в волноводе до данной точки должно быть достаточно велико. Если это условие нарушается при больших значениях r, то вместо формулы (15) спадание интенсивности определяется экспонентой [2], описывающей спадание отдельной моды.

В заключение авторы выражают благодарность Ю. А. Кравцову за интерес к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Усредненное звуковое поле в подводном звуковом канале.— Акуст. журн., 1965, т. 11, № 2, с. 148—149.
2. *Бреховских Л. М.* Элементы теории звукового поля в океане.— В кн.: Акустика океана. М.: Наука, 1974, с. 79—162.
3. *Weston D. E.* Acoustic flux formulas for range-dependent ocean ducts.— J. Acoust. Sci. Amer., 1980, v. 68, № 1, p. 269—281.
4. *Weston D. E.* Propogation in water with uniform sound velocity but variable depth lossy bottom.— J. Sound and Vibr., 1976, v. 47, N 4, p. 473—483.
5. *Smith P. W.* Averaged sound frausmission in range dependent chanels.— J. Acoust. Soc. Amer., 1974, v. 55, № 6, p. 1197—1204.
6. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Гидрометеоиздат, 1982.
7. *Weston D. E.* Couided propogation in a slowly varying medium.— Proc. phys. Soc. (London), 1959, v. 73, pt. 3, № 471, p. 369—382.

Воронежский государственный университет
им. Ленинского комсомола

Поступила в редакцию
23.II.1983