АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXX 1984 Вып. 6

УДК 534.231

АНТЕННА В ВОЛНОВОДЕ СО СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ

Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.

Рассмотрен отклик приемной антенны, расположенной в волноводе со статистически неровной границей, на регулярное, рассеянное и полное звуковые поля. Обсуждено влияние стохастичности излученного сигнала на отклик антенны.

В работах [1—5] рассматривалось звуковое поле в волноводе со статистически неровной границей. При этом оценивалось как звуковое поле в изолированной точке, так и пространственная функция корреляции звукового поля для разнесенных точек наблюдения. Представляет интерес оценить влияние рассеяния звука на отклик приемной антенны. Параметры антенны, например характеристика направленности, стандартно рассчитываются применительно к падающей на антенну плоской монохроматической волне. Очевидно, что в сложном по структуре звуковом поле отклик антенны может не совпадать с ее характеристикой направленности. Для изоскоростного волновода с плоскопараллельными границами это явление было рассмотрено в работе [6].

Введем декартову систему координат x, y, z (ось z направлена вниз): $\mathbf{r}=\mathbf{e}_x x+\mathbf{e}_y y$, где $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — единичные векторы, ориентированные вдоль осей x и y соответственно. Волновод моделируем жидким слоем ($s(\mathbf{r})\leqslant z\leqslant H$, $0\leqslant r<\infty$), скорость звука в котором обозначим через $c(z)$, плотность среды считаем постоянной и равной 1 г/см^3. Значениям $z>H$ соответствует жидкое полупространство, имеющее плотность ρ_1 и скорость звука $c_l=c_1(1-iq)[1+b(z-H)]$, где b(1/м) — малая положительная величина порядка гидростатического градиента. Граница $z=s(\mathbf{r})$ акустически мягкая, $s(\mathbf{r})$ статистически однородная и изотропная функция координат x, y, распределенная по нормальному закону: $\langle s(\mathbf{r})\rangle=0$, $\langle s(\mathbf{r})s(\mathbf{r}+\boldsymbol{\mu})\rangle=\sigma^2R(\mu)$, $R(0)=1$. Угловые скобки означают операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций неровной границы. Источник звука — точечный ($r=0$, $z=z_0$).

Антенна состоит из N идентичных точечных элементов, расположенных эквидистантно на расстоянии d друг от друга вдоль отрезка прямой, находящейся в плоскости (x, y). Антенна снабжена антенным компенсатором, осуществляющим сканирование отклика антенны по углу θ. Отклик антенны $P(\theta, \varphi, r)$ по давлению является результатом интерференции сигналов, принятых различными элементами, с учетом введенной компенсатором задержки. φ — угол, образованный в плоскости (x, y) нормалью к антенне и направлением на источник звука из геометрического центра антенны, расстояние до которого обозначим через r. Применительно к звуковому полю, содержащему стохастическую компоненту, под нормированным откликом антенны будем подразумевать величину $U(\theta, \varphi, r)=[\langle\overline{|P(\theta,\varphi,r)|^2}\rangle/\langle\overline{|P|^2}\rangle_{\max}]^{1/2}$, где $\langle\overline{|P|^2}\rangle_{\max}$ — максимальное значение $\langle\overline{|P(\theta, \varphi, r)|^2}\rangle$, а черта сверху означает операцию усреднения по времени. Усреднение по времени проводим только для немонохроматических звуковых полей.

Стохастичность звукового поля может быть обусловлена стохастичностью излученного сигнала либо стохастичностью параметров волновода. Предположим сначала, что излучается монохроматическая волна на частоте f. Звуковое поле $p(\mathbf{r}, z, t)$ в волноводе представим в виде суммы регулярной $\langle p(r, z, t)\rangle$ и рассеянной $p_s(\mathbf{r}, z, t)$ компонент. Неровности границы $z=s(\mathbf{r})$ считаются невысокими и пологими, т. е. параметр Рэлея [2]

для действующих волн много меньше единицы и $\sigma/\mu_0 \ll 1$, $k(0)\mu_0 > 1$, где μ_0 — радиус корреляции неровностей, $k(z)=2\pi f/c(z)$. Расчеты выполним для $R(\mu)=\exp(-\mu^2/\mu_0^2)$.

Так как регулярная компонента ведет себя подобно звуковому полю в волноводе с плоской ($z=0$) границей, характеризуемой не зависящим от x, y коэффициентом отражения [2, 4], ее можно представить в виде суперпозиции нормальных волн:

$$\langle p(r,z,t)\rangle = \sum_{m=1}^{\infty} \langle A_m(r)\rangle Z_m(z)\exp(-i\omega t), \tag{1}$$

где $\omega=2\pi f$, $\langle A_m(r)\rangle = i\pi Z_m(z_0) H_0^{(1)}(\zeta_m r)$, $Z_m(z)$ и ζ_m — собственная функция и продольное волновое число (собственное значение) нормальной волны номера m [3, 4], $\operatorname{Re}\zeta_m \geqslant 0$, $\operatorname{Im}\zeta_m \geqslant 0$ в силу условия при $r\to\infty$, накладываемого на звуковое поле.

Отклик антенны на регулярное звуковое поле получается заменой $P(\theta, \varphi, r)$ на $\langle P(\theta, \varphi, r)\rangle$, где

$$\langle P(\theta,\varphi,r)\rangle = \sum_{l=1}^{N} \langle p(r_l,z,t)\rangle \exp(-i\omega\tau_l). \tag{2}$$

Здесь r_l — расстояние от источника звука до элемента антенны номера l, $\tau_l = d\sin\theta(l-1)/c$, c — скорость звука в месте расположения геометрического центра антенны. Выражение (2) пригодно для любого способа расчета звукового поля. Им удобно пользоваться для расчета отклика антенны при сканировании (меняется только θ), поскольку оно требует лишь однократного расчета звукового поля в точках расположения элементов антенны. Например, при «сеточных» численных методах расчета значение звукового поля в узлах сетки является промежуточным результатом расчета. Достоинство такого подхода состоит и в том, что для него не существенна пространственная ориентация антенны, т. е. элементы антенны могут быть расположены в произвольных точках ($\mathbf{r}_l$, z_l).

В рассматриваемом случае, полагая, что антенна расположена в зоне Фраунгофера для каждой из действующих нормальных волн ($1 \leqslant m \leqslant M$) и $|\zeta_m r| \gg 1$, получим, подставив выражение (1) в (2),

$$\langle P(\theta,\varphi,r)\rangle \simeq N \sum_{m=1}^{M} S_m(\theta,\varphi,r),$$

где

$$S_m(\theta,\varphi,r) = Z_m(z_0) Z_m(z)\,(2\pi i/\zeta_n r)^{1/2} \exp(i\zeta_m r - i\omega t) D_m(\theta,\varphi).$$

Здесь

$$D_m(\theta,\varphi) = \sin\left[\frac{d}{2}(\zeta_m \sin\varphi - k\sin\theta)N\right] \Big/ \left\{ N\sin\left[\frac{d}{2}(\sin\varphi - k\sin\theta)\right]\right\} -$$

характеристика направленности антенны, $k=2\pi f/c(z)$. Подобное выражение ранее получено в работах [6, 7] применительно к плоскослоистому изоскоростному волноводу. При сканировании по θ отклик антенны может иметь ряд максимумов [6, 8], расположенных при значениях θ_m, соответствующих условию $k\sin\theta_m = \operatorname{Re}\zeta_m \sin\varphi \pm 2\pi j/d$, где j — целое число. Если $\operatorname{Re}\zeta_m \neq k$, то $\theta_m \neq \varphi$ при $\varphi \neq 0$ [6, 7]. В волноводе $\operatorname{Re}\zeta_m$ уменьшается с ростом m, следовательно и θ_m уменьшается. В изоскоростных волноводах с идеальными границами $\operatorname{Re}\zeta_m \leqslant k$, в силу чего $\theta_m \leqslant \varphi$ [6, 7]. В реальных волноводах возможно существование волн с $\operatorname{Re}\zeta_m > k$ (включая и поверхностные волны на границах). Для них $\theta_m > \varphi$.

В приближении ВКБ условие разделения нормальных волн в отклике антенны можно записать в виде $L\sin\varphi < 2R_m$, где $L=(N-1)d$, R_m — эквивалентная длина цикла волны номера m. Это условие может выполняться в мелком море [7]. Положение максимумов отклика антенны для разделяющихся мод не зависит от расстояния в плоскослоистом волноводе, амплитуда отклика в максимуме уменьшается с ростом расстояния по мере затухания волны, формирующей максимум, как показано на фиг. 1.

В глубоком море обычно $R_m > L$ и расщепления главного лепестка отклика антенны либо не происходит, либо выделяющиеся максимумы соответствуют пакетам нормальных волн (а не отдельным волнам). Отклонение максимумов θ_{max} отклика от угла φ в этом случае определяется фазовой скоростью $c_ф$ результирующего звукового поля фазовыми скоростями пакетов волн. $c_ф$ равно отношению ω к градиенту фазы звукового поля (пакета) и зависит от дистанции, так как фаза пакета волн обычно не является линейной функцией расстояния. Поэтому, смещение максимумов относительно φ меняется при изменении дистанции в отличие от случая разделяющихся мод. Величина $(\theta_{max}-\varphi)$ может быть как отрицательной, так и положительной. Происходит также деформация формы лепестков отклика антенны. Это обстоятельство может быть использовано как критерий выделения антенной нормальной волны в случае недостаточной информации о параметрах волновода, но известной геометрии опыта. Если максимум отклика соответствует одной нормальной волне, то $\sin\theta_m$ будет зависеть только от $\sin\varphi$ и не зависеть от r. В качестве примера отклика антенны при $L\sin\varphi < R_m$ на фиг. 2 и 3 (цифра *1*) приведены графики отклика по θ, нормированные по максимуму, для регулярного звукового поля на частотах 10 и 90 Гц соответственно. На частоте 10 Гц расщепления главного лепестка нет, на частоте 90 Гц он разделяется на две основных части с максимумами при $\theta_1 > \varphi$ и $\theta_2 < \varphi$. При увеличении r величина первого максимума уменьшается, так как он формируется пакетом волн с бо́льшим коэффициентом затухания, чем у волн второй группы.

Полное звуковое поле в волноводе запишем в виде [3, 4]

$$p(\mathbf{r}, z, t) = \sum_m A_m(\mathbf{r}) Z_m(z) \exp(-i\omega t). \tag{3}$$

Однако если в выражении (1) стоит сумма независимых нормальных волн, каждая из которых в отдельности является решением волнового уравнения с учетом всех граничных условий, то выражение (3) можно условно считать суммой связанных нормальных волн, взаимно преобразующихся в процессе распространения. Из выражения (3) следует, что

$$\langle |P(\theta, \varphi, r)|^2 \rangle = \sum_{l=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \langle p(\mathbf{r}_l, z, t) p^*(\mathbf{r}_j, z, t) \rangle \exp[-ikd \sin\theta (l-j)] =$$

$$= \sum_{l,j=1}^{N} \sum_{m,n} \langle A_m(\mathbf{r}_l) A_n^*(\mathbf{r}_j) \rangle Z_m(z) Z_n^*(z) \exp[-ikd \sin\theta (l-j)]. \tag{4}$$

При сделанных предположениях о параметрах неровной границы приближенно имеем [4] $\langle A_m(\mathbf{r}_l) A_n^*(\mathbf{r}_j) \rangle = \langle A_m(\mathbf{r}_l) \rangle \langle A_n^*(\mathbf{r}_j) \rangle$ при $n \neq m$ и $\pi\mu_0 \ll R_m$. Полагая $A_m(\mathbf{r}) = E_m(\mathbf{r}) (\mathrm{Re}\,\zeta_m)^{1/2} H_0^{1)} (\mathrm{Re}\,\zeta_m r)$, имеем

$$\langle E_m(\mathbf{r}_l) E_m^*(\mathbf{r}_j) \rangle = D_m(r, d\cos\varphi(l-j)) = \langle |E_m(r)|^2 \rangle \Gamma_m[d\cos\varphi(l-j)], \tag{5}$$

причем D_m является решением уравнения

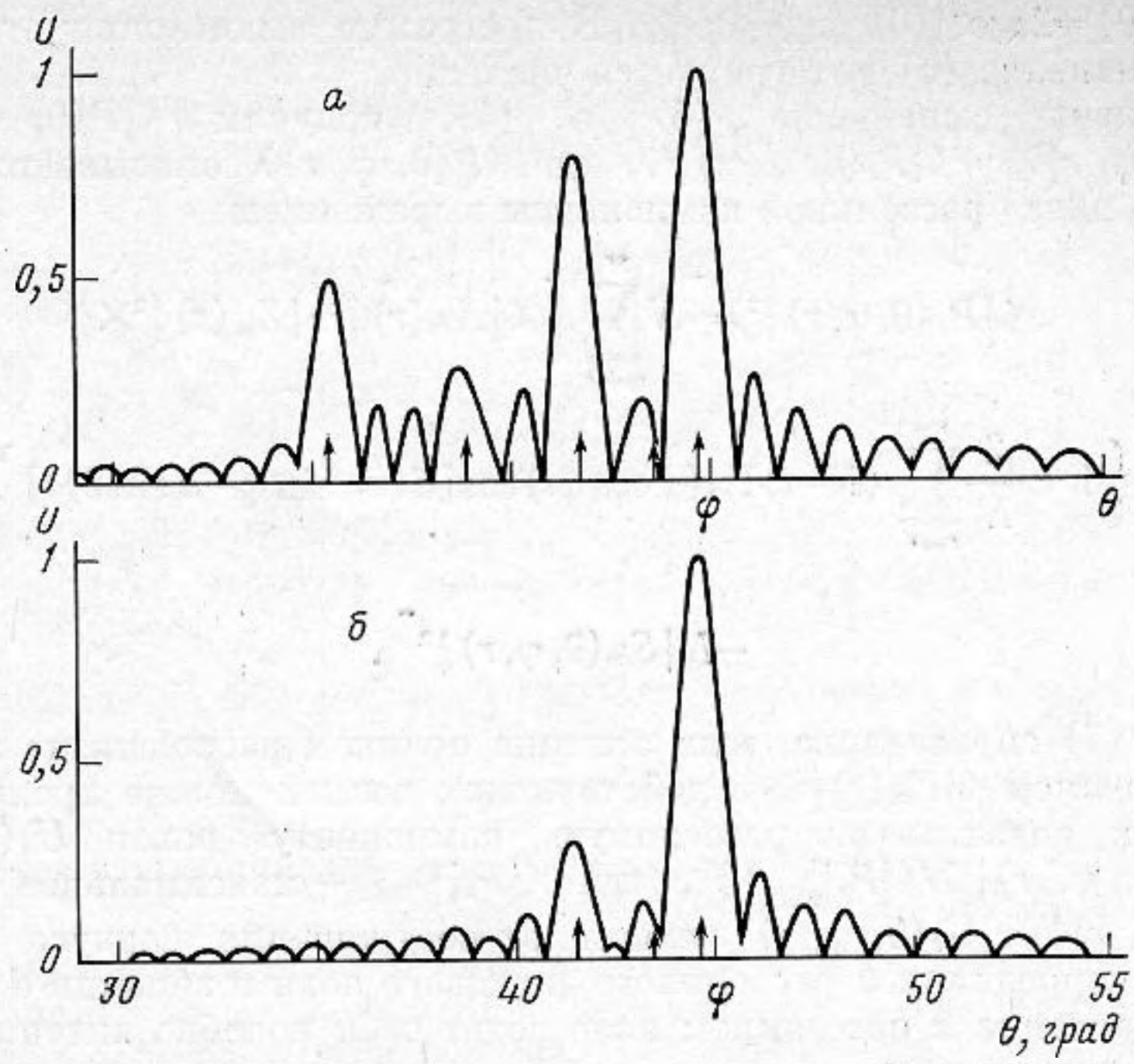
$$D_m(r, \mu) = |\langle E_m(r) \rangle|^2 + \sum_n \int_0^r D_n\left(\eta, \frac{\mu}{r}\eta\right) \times$$

$$\times B_{nm}\left(\left|\frac{u_m}{u_n}\right|^{1/2} \frac{\mu}{r}\eta\right) \exp[-2\,\mathrm{Im}\,\zeta_m |r-\eta|] d\eta, \tag{6}$$

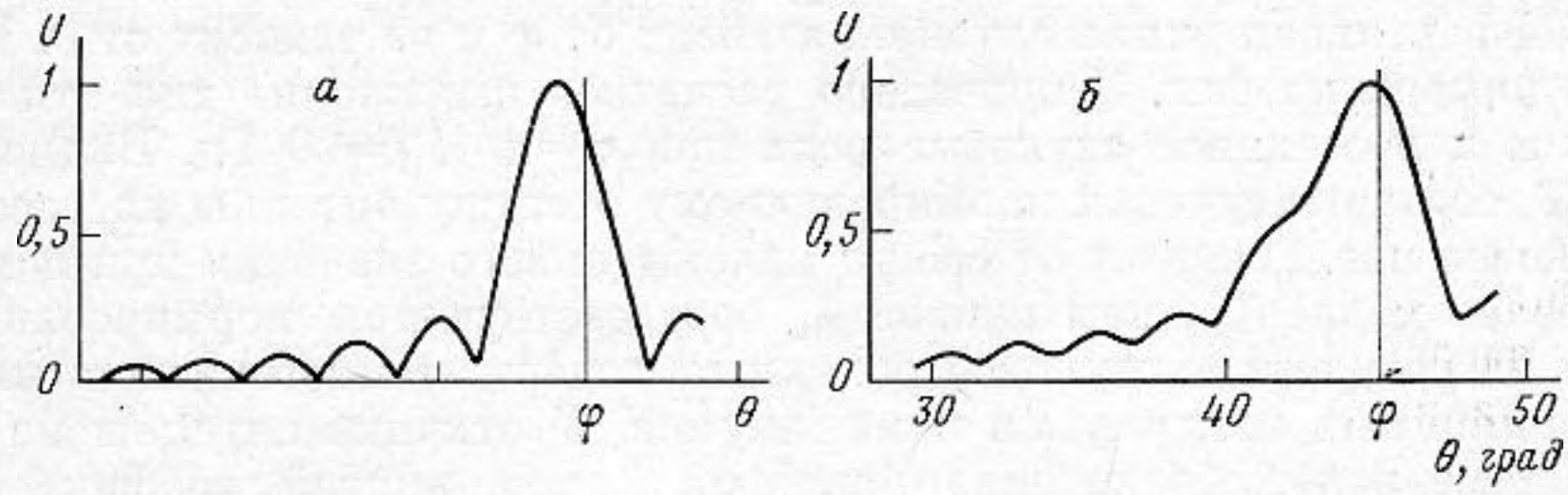
где

$$B_{nm}(\mu) = \sigma^2 \left|\left(\frac{u_n}{u_m}\right)^{1/2}\right| \frac{2\,\mathrm{Re}(k^2(0)-u_m^2)^{1/2}}{R_m} \frac{2\,\mathrm{Re}(k^2(0)-u_n^2)^{1/2}}{R_n} \times$$

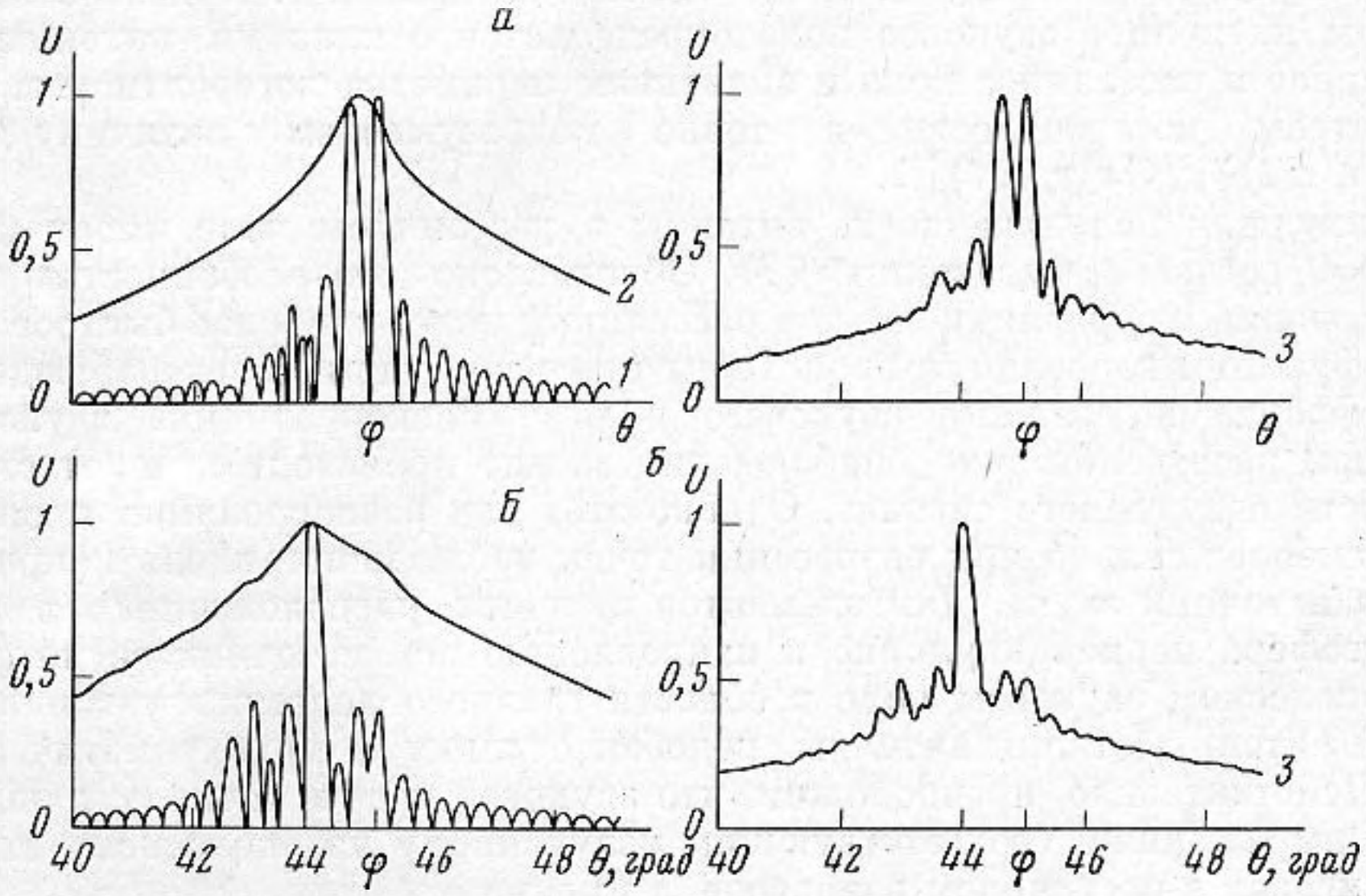
$$\times \int_{-\infty}^{\infty} R[(\eta^2+\mu^2)^{1/2}] \exp[i(u_n-u_m)\eta] d\eta.$$



Фиг. 1. Нормированный отклик антенны в мелком море. $c(z)=1500$ м/с при $z\leqslant H$. $H=200$ м. $c_1=2000$ м/с. $\rho_1=2$ г/см^3, $q=0{,}001$. $\sigma=0$ м, $z=z_0=100$ м, $N=401$, $d=10$ м, $\varphi=\pi/4$, $f=30$ Гц *а* – $r=50$ км, *б* – $=500$ км. Стрелками отмечены θ_m действующих нормальных волн



Фиг. 2. Нормированный отклик антенны в глубоком море. Скорость звука равна 1437; 1459,5; 1462; 1502 м/с на глубинах 0, 400, 780, 3000 м. $\sigma=3$ м, $\mu_0=50$ м, $z=z_0=100$ м, $N=401$, $d=10$ м, $\varphi=\pi/4$, $f=10$ Гц. *а* – $r=100$ км, *б* – $r=500$ км



Фиг. 3. Нормированный отклик антенны в глубоком море. Параметры волновода и антенны те же, что для фиг. 2. $f=90$ Гц. *а* – $r=100$ км, *б* – $r=500$ км. Цифры означают отклик антенны на *1* – регулярное звуковое поле, *2* – рассеянную компоненту, *3* – полное звуковое поле

Здесь $k(0)=2\pi f c^{-1}(0)$, $u_n=\mathrm{Re}\,\zeta_n$. В программе вычисления отклика антенны уравнение (6) интегрируется численно.

Подставив выражение (5) в (4), получим $\langle|P(\theta,\ \varphi,\ r)|^2\rangle=|\langle P(\theta,\ \varphi,\ r)\rangle|^2+\langle|P_s(\theta,\ \varphi,\ r)|^2\rangle$, где $\langle P(\theta,\ \varphi,\ r)\rangle$ описывается формулой (2), а вклад рассеянной компоненты выражением

$$\langle|P_s(\theta,\varphi,r)|^2\rangle=N\sum_{m=1}^{M}\Big[\langle|A_m(r)|^2\rangle|Z_m(z)|^2\times$$

$$\times\Big\{1+\frac{2}{N}\sum_{l=1}^{N-1}(N-l)\Gamma_m(d\cos\varphi l)\cos[d(u_m\sin\varphi-k\sin\theta)l]\Big\}-$$

$$-N|S_m(\theta,\varphi,r)|^2\Big]. \qquad (7)$$

Формула (7) справедлива, если антенна целиком расположена в области, где изменением $\langle|E_m(r)|^2\rangle$ в действующих волнах можно пренебречь.

Отклик антенны на рассеянную компоненту равен $U_s(\theta,\ \varphi,\ r)=[\langle|P_s(\theta,\ \varphi,\ r)|^2\rangle/\langle|P_s|^2_{\max}\rangle]^{1/2}$, где $\langle|P_s|^2\rangle_{\max}$ — максимальное значение $\langle|P_s(\theta,\ \varphi,\ r)|^2\rangle$. $U_s(\theta,\ \varphi,\ r)$ зависит от соотношения радиуса пространственной корреляции $\bar{\mu}$ рассеянного звукового поля и величин d и L. Если $L\ll\bar{\mu}$, то антенна в рассеянном поле ведет себя подобно антенне в регулярном звуковом поле.

Если $d\gg\bar{\mu}$, то антенна в рассеянном поле ведет себя как ненаправленная система. В промежуточных случаях происходит как бы уменьшение эффективной длины антенны, что приводит к уширению лепестков отклика. Эффективная длина антенны зависит от φ и не зависит от θ. В качестве примера на фиг. 3 приведено расчетное выражение для откликов на полное и рассеянное звуковые поля при $\varphi=\pi/4$, $f=90$ Гц. Видно, что кривая *2*, соответствующая нормированному отклику антенны на рассеянное звуковое поле, спадает от своего максимального значения при изменении θ более медленно, чем кривая *1*, соответствующая нормированному отклику на регулярное звуковое поле, и не содержит многочисленных интерференционных максимумов и минимумов. У отклика антенны на полное звуковое поле, обозначенного цифрой *3*, ход кривой графика $U(\theta)$ при больших $(\theta-\varphi)$ определяется откликом на рассеянное поле и лишь в области углов θ, близких к φ, где преобладает вклад регулярного звукового поля, видны максимумы такие же, как на кривой *1*. Кривая отклика антенны на полное звуковое поле определяется откликами антенны на регулярное и рассеянное поля и значением параметра когерентности. Под параметром когерентности в точке подразумеваем величину $\gamma=|\langle p(\mathbf{r},\ z,\ t)\rangle|^2/\langle|p(\mathbf{r},\ z,\ t)|^2\rangle$.

Наихудшая направленность антенны в рассеянном поле имеет место при $\varphi=0$ согласно выражению (7). Обусловлено это особенностью пространственной корреляции звука в рассеянном поле: наиболее быстрое спадание функции корреляции происходит при разнесении точек наблюдения вдоль фронта регулярного звукового поля. «Раскорреляция» звукового поля при разнесении точек наблюдения может происходить и от стохастичности излученного сигнала. Однако этот вид раскорреляции проявляется наиболее сильно при разнесении точек наблюдения вдоль направления на источник звука. Для элементов антенны, расположенных в зоне Фраунгофера перпендикулярно к направлению на источник звука $\varphi=0$, в узкополосном звуковом поле в области главного лепестка узконаправленной антенны отклик антенны подобен отклику в монохроматическом поле. Действительно, предположим, что звуковое поле в точке r_l, z описывается выражением, соответствующим излученному узкополосному шумовому сигналу в регулярном волноводе, а именно

$$p(r_l,z,t)=\sum_m\langle A_m(r_l)\rangle Z_m(z)\exp(-i\omega t)F(t-r_l/v_m),$$

где $F(t)$ — огибающая излученного сигнала, являющаяся случайной стационарной и эргодической функцией времени, причем $\overline{F(t+\tau)F^*(t)}=G(\tau)$, $G(0)=1$; v_m — групповая скорость волны номера m. Тогда для $P(\theta, \varphi, r)=$

$$=\sum_{l=1}^{N} p(r_l, z, t)\exp[-ikd\sin\theta(l-1)] \qquad \text{получаем при } \varphi=0$$

$$\overline{|P(\theta,\varphi,r)|^2}=\sum_{m,n}\langle A_m(r)\rangle\langle A_n^*(r)\rangle Z_m(z)Z_n^*(z)\times$$

$$\times\left\{N+2\sum_{l=1}^{N-1}(N-l)G\left[\frac{d}{c}\sin\theta l-r\left(\frac{1}{v_m}-\frac{1}{v_n}\right)\right]\cos(kd\sin\theta l)\right\}.$$

Из этого выражения следует, что на малых расстояниях и малых θ отклик антенны на узкополосный шумовой сигнал тот же, что и на монохроматический. При увеличении расстояния r выпадают «интерференционные» члены, соответствующие $n\neq m$, когда $\left|r\left(\frac{1}{v_m}-\frac{1}{v_n}\right)\right|>\tau_0$, , где τ_0 — временной радиус корреляции сигнала (интервал корреляции). Увеличение $|\theta|$ может привести к уменьшению эффективной длины антенны, если $L/c>\tau_0$. Если $d/c>\tau_0$, то при больших $|\theta|$ антенна ведет себя как ненаправленная, в то время как в рассеянном поле эффективная длина антенны от θ не зависит.

Немонохроматичность сигнала приводит к сглаживанию кривой отклика антенны и уменьшению боковых лепестков. В одномодовом звуковом поле отклик антенны равен $U=[Q(\theta, \varphi, r)/Q_{\max}]^{1/2}$, где $Q_{\max}$ — максимальное значение величины $Q(\theta, \varphi, r)$,

$$Q(\theta,\varphi,r)=$$

$$=N+2\sum_{l=1}^{N}(N-l)G\left[d\left(\frac{\sin\theta}{l}-\frac{\sin\varphi}{v_m}\right)l\right]\cos[d(u_m\sin\varphi-k\sin\theta)l]. \quad (8)$$

В выражении (8) под знаком суммы стоят два члена, имеющих максимумы. Один из них — интерференционный, положение максимума в котором то же, что и в монохроматическом поле, а именно при $\sin\theta_m'=\sin\varphi u_m/k$. Второй член — корреляционный. Его максимум лежит при $\sin\theta_m''=\sin\varphi c/v_m$. Поскольку фазовая c_m и групповая v_m скорости нормальной волны обычно не совпадают и $c_m>v_m$, то $\theta_m'<\theta_m''$. В изоскоростных волноводах $v_m<c$, поэтому $\theta_m''>\varphi$, в то время как $\theta_m'<\varphi$. Для рассматриваемого глубоководного волновода у действующих волн $v_m\gtrsim c$ и $\theta_m''\lesssim\varphi$. В узкополосном сигнале превалирует максимум интерференционной природы. Раскорреляция сигнала приводит лишь к уменьшению эффективной длины антенны, оказывающейся и при $\theta\simeq\varphi$, если $\varphi\neq0$, поскольку групповые скорости у волн разных номеров разные. Увеличение (c_m-v_m) с ростом номера m приводит к ухудшению направленных свойств антенны при увеличении номера m. Заметим, что если в рассеянном поле увеличение φ улучшает направленные свойства антенн в области главного лепестка, то в шумовом поле направленные свойства в этом случае ослабляются. Несовпадение корреляционного и интерференционного максимумов приводит также к смещению максимума отклика в области больших θ, т. е. ближе к φ. Из сказанного выше следует, что вид отклика антенны в звуковом поле, образующемся в волноводе со стохастически неровной границей, отличается от отклика антенны в регулярном волноводе, что может быть использовано для выявления природы стохастичности звукового поля и определения параметров неровной границы. Важно отметить, что в области главного максимума отклик узконаправленной в регулярном звуковом поле антенны определяется регулярной составляющей сигнала, даже при довольно малых значениях параметра когерентности. Так, на

частоте 90 Гц параметр когерентности был равен 0,0937 на расстоянии 100 км и 0,2386 – на расстоянии 500 км. Меньшее значение параметра когерентности на меньшем расстоянии связано с наличием интерференционного минимума на расстоянии 100 км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по гидроакустике. Л.: Судостроение, 1982, с. 340.
2. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972, с. 424.
3. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М., Петров Н. А.* Распространение звуковых волн низких частот в волноводе с неровными границами.– Акуст. журн., т. 22, № 3, с. 377–384.
4. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.* Пространственная и временная корреляционные функции звукового поля в волноводе с неровными границами.– Акуст. журн., 1978, т. 24, № 2, с. 209–215.
5. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М., Петров Н. А.* Дальнее распространение звука в приповерхностном волноводе со статистически неровной поверхностью.– В кн.: Морское приборостроение. Сер. Акустика, 1972, в. 2, с. 56–73.
6. *Елисеевнин В. А.* О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое.– Акуст. журн., 1979, т. 25, № 2, с. 227–232.
7. *Елисеевнин В. А.* О работе горизонтальной линейной антенны в мелком море.– Акуст. журн., 1983, т. 29, № 1, с. 44–49.
8. *Clay C. S.* Use of Arrays for Acoustic Transmission in a Noisy Ocean.– Rev. of Geoph., 1966, v. 4, № 4, p. 475–507.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.VI.1983