АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 1

УДК 534.6.08

О СПЕКТРЕ СИГНАЛА, ПРИНИМАЕМОГО ДВИЖУЩИМСЯ ПРИЕМНИКОМ В ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

Вировлянский А. Л., Сашчев А. И., Славинский М. М.

Исследовано влияние движения приемника на спектр тонального звукового сигнала, распространяющегося в подводном звуковом канале. Обсуждено влияние на форму спектра флуктуаций скорости приемника. Найдены условия, при выполнении которых можно судить о модовой структуре волны, характеристиках флуктуационной составляющей скорости.

Если приемник и излучатель тонального сигнала неподвижны, а излучаемая волна распространяется в подводном звуковом канале и не касается поверхности океана, то принимаемый сигнал отличается высокой монохроматичностью. Временные флуктуации сигнала в этом случае обусловлены лишь приливными и внутренними волнами, способными уширить спектр не более чем на 10^{-3} Гц. Если при этом приемник точечный, по принимаемому сигналу невозможно судить о модовой структуре волны. Ситуация качественно иная при движении приемника от излучателя. В этом случае принимаемый сигнал несет информацию о модовой структуре, поскольку различие доплеровских сдвигов частот разных мод ведет к уширению спектра сигнала. Кроме того, случайные движения приемника, например дрейф с разбросом скорости v, также вызывают уширение спектра $\sim\omega_0 v/c$ (ω_0 — частота сигнала, c — скорость звука). Так, уже при $v\sim5$ см/с, $\omega_0/2\pi=300$ Гц уширение спектра $\sim10^{-3}$ Гц. Таким образом, анализ влияния движения приемника на форму и ширину спектра принимаемого сигнала представляет практическую ценность.

В [1, 2] эффект различия доплеровских смещений частот был использован для экспериментального изучения модовой структуры волн в модельных акустических волноводах. Подобные измерения амплитуд и доплеровских сдвигов частот отдельных мод возможны лишь при очень малых флуктуациях скорости приемника и обработке достаточно длительных реализаций сигнала. Эти условия практически не выполняются при измерениях в реальном океанском подводном звуковом канале. В этой работе обсуждено влияние движения приемника на вид спектра сигнала в подводном звуковом канале. Найдены условия, при которых по спектру принимаемого сигнала удается судить о модовой структуре волны, средней скорости приемника, величине и характере флуктуаций скорости.

Вдали от излучателя тонального сигнала, находящегося в точке ($r=0$, $z=z_1$), комплексную амплитуду волны удобно представить в виде суммы распространяющихся мод (см., например, [3]):

$$P(r,z)=i\sqrt{\frac{2\pi}{r}}\sum_{l=1}^{m}\psi_l(z_1)\psi_l(z)\frac{1}{\sqrt{\xi_l}}\exp[i(\xi_l r-\pi/4)]. \qquad (1)$$

Здесь $\xi_l=k_0 n(z_l)$ — продольное волновое число l-й моды, $k_0=\omega_0/c_0$, c_0 — скорость звука на оси подводного звукового канала $z=z_0$, $n(z)$ — показатель преломления ($n(z_0)=1$), z_l — горизонт поворота луча, соответствующего l-й моде. Заметим, что нумерация мод в (1) начинается с моды наинизшего номера, эффективно излучаемой источником. Как известно (см., например, [3]), в приближении Вентцеля — Крамерса — Брюллюэна

$$d\xi_l/dl=-2\pi/D(n(z_l)), \qquad (2)$$

где $D(n(z_l))$ — длина полного цикла луча, соответствующего l-й моде.

Очевидно, комплексная амплитуда сигнала, принимаемого приемником, движущимся от источника по горизонтали с постоянной скоростью V, равна $e^{-i\omega_0 t}P(t, z)$, где $P(t, z)$ задается выражением (1) при $r=r_0+Vt$. Пусть приемная система измеряет корреляционную функцию сигнала

$$K(\tau, z)=\frac{\exp(-i\omega_0\tau)}{T}\int_0^T P(t+\tau, z)P^*(t, z)\,dt.$$

Будем считать, что время усреднения $T>D/V$, что соответствует усреднению по отрезку трассы длиной $L>D$ $(L\ll r_0)$. При этом, согласно (2), можно пренебречь интерференцией разных мод и ограничиться приближением некогерентного сложения мод. В этом случае функция корреляции имеет вид (см., например, [4])

$$K(\tau, z)=\frac{\exp(-i\omega_0\tau)\,2\pi}{r_0}\sum_{l=1}^{m}\psi_l^2(z_1).$$

Используя приближение Вентцеля — Крамерса — Бриллюэна и пренебрегая осциллирующими по z слагаемыми в ψ_l^2 (они пропадают при дополнительном усреднении функции корреляции по глубине — см., например, [5]), получим окончательно

$$K(\tau, z)=\frac{\exp(-i\omega_0\tau)\cdot 8\pi}{k_0 r_0}\sum_{l=1}^{m}\frac{\Omega_l\exp(i\Omega_l\tau)}{D^2(\Omega_l/\Omega_0)\sqrt{(\Omega_1-\Omega_l)(\Omega-\Omega_l)}}, \tag{3}$$

где $\Omega_l=\xi_l V=\Omega_0 n(z_l)$ — доплеровское смещение частоты l-й моды, $\Omega_0=k_0V$, $\Omega=\Omega_0 n(z)$. В (3) предположено еще для определенности, что $n(z)$ убывает при удалении от оси подводного звукового канала и $|z_1-z_0|>|z-z_0|$, так что $\Omega>\Omega_1$.

Из (3) следует, что спектр принимаемого сигнала имеет вид (см. также [5])

$$G_0(\omega, z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}K(\tau, z)e^{i\omega\tau}\,d\tau=\frac{8\pi}{k_0 r_0}\sum_{l=1}^{m}\frac{\Omega_l\delta(\omega-\omega_0+\Omega_l)}{D^2(\Omega_l/\Omega_0)\sqrt{(\Omega_1-\Omega_l)(\Omega-\Omega_l)}}. \tag{4}$$

Как видно, спектр сдвинут относительно частоты излучения ω_0 на $\Omega_1\approx\Omega_0$ и имеет ширину $\Delta\Omega=\Omega_0\Delta$ $(\Delta=n(z_1)-n(z_m))$, равную максимальному относительному доплеровскому сдвигу частот мод. При $k_0=1$ м$^{-1}$, $V=1$ м/с, $\Delta=10^{-2}$ получаем $\Omega_0/2\pi=1$ Гц, а $\Delta\Omega/2\pi=10^{-2}$ Гц.

В реальных условиях скорость приемника испытывает флуктуации, приводящие к размытию измеряемой спектральной плотности принимаемого сигнала. Обсудим флуктуационное уширение спектра, полагая, что приемник движется по закону

$$r(t)=r_0+Vt+\int_0^t v(t')\,dt'. \tag{5}$$

Здесь V — средняя скорость, $v(t)$ — флуктуации скорости приемника $(\langle v\rangle=0)$. Заметим, что анализ уширения спектра отдельной моды за счет флуктуаций скорости приемника сводится к подробно изученной задаче о форме спектральной линии колебания со случайной частотой (см., например, [6]). Согласно [6], форма спектральной линии l-й моды задается выражением

$$S_l(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Theta_l(\tau)\exp(i\omega\tau)\,d\tau,\qquad \Theta_l(\tau)=\left\langle\exp\left(i\xi_l\int_t^{t+\tau}v(t')\,dt'\right)\right\rangle.$$

При малых углах скольжения мод, распространяющихся в подводном

звуковом канале, формы их спектральных линий практически совпадают:

$$S_l(\omega)=S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\Theta(\tau)\exp(i\omega\tau)\,d\tau,\qquad \Theta(\tau)=\left\langle \exp\left(ik_0\int_t^{t+\tau} v(t')\,dt'\right)\right\rangle, \tag{6}$$

а полный спектр сигнала с учетом флуктуаций скорости приемника равен

$$G(\omega,z)=\int_{-\infty}^{\infty}S(\varkappa)\,G_0(\omega-\varkappa,z)\,d\varkappa. \tag{7}$$

Форма спектральной линии (6) качественно зависит от того, ограничено или безгранично возрастает с увеличением τ дисперсия случайных приращений пути приемника за время τ [6]:

$$\sigma^2(\tau)=\left\langle\left[\int_t^{t+\tau} v(t')\,dt'\right]^2\right\rangle=2\int_0^{\tau}(\tau-x)\,\Phi(x)\,dx,$$

где $\Phi(\tau)=\langle v(t)\,v(t+\tau)\rangle$. Поэтому обсудим, какой из указанных выше случаев наиболее вероятно реализуется при движении приемника в океане. Если бы приемник был нежестко связан с буксиром, движущимся со строго постоянной скоростью V, и испытывал бы ограниченные (например, из-за конечной длины тросов, связывающих приемник с буксиром) хаотические изменения расстояния до буксира $\sim\Delta r$, то $\sigma^2(\infty)\sim(\Delta r)^2$ также была бы ограниченной, а флуктуации скорости нежестко закрепленного с буксиром приемника не размывали полностью дискретные спектральные линии мод, хотя и приводили бы к появлению в спектре дополнительного непрерывного пьедестала (этот случай $\sigma^2(\infty)<\infty$ аналогичен случаю стационарных флуктуаций фазы квазимонохроматического автоколебания, реализующемуся при сильной синхронизации автоколебательной системы монохроматическим сигналом [6]). В реальном же океане, даже при жестком закреплении приемника с буксиром, имеют место флуктуации скорости, обусловленные, например, неравномерностью работы двигателя, дрейфом буксира за счет течений, ветрового сноса, внутренних волн, поверхностного волнения. При этом обычно невозможно проследить величину случайных отклонений пройденного буксиром пути $r(t)$ от r_0+Vt и корректировать скорость буксира так, чтобы случайные приращения пути $\int_0^t v(t')\,dt'$ не увеличивались с ростом t. Отсутствие подобного рода «синхронизации» пройденного буксиром пути должно приводить к тому, что в реальном океане $\sigma^2(\tau)\to\infty$ при $\tau\to\infty$ и имеет место уширение спектральной линии мод (6) (как в случае несинхронизованных автоколебательных систем [6]).

Различные физические механизмы флуктуаций скорости приемника (например, перечисленные выше) обладают разными характерными масштабами, а детальное исследование формы и ширины спектральной линии (6) требует подробного сравнительного анализа всей совокупности характеристик флуктуаций скорости. Тем не менее даже приводимый ниже предварительный анализ уширения спектральной линии позволяет дать количественный критерий доминирующего механизма флуктуаций скорости, определяющего ширину спектральной линии, и указать ее возможные формы.

Естественно представить флуктуации скорости приемника в виде суммы $v(t)=\sum_j v_j(t)$ — статистически независимых слагаемых, отвечающих различным механизмам флуктуаций. Будем считать еще $v_j(t)$ гауссовыми случайными процессами с заданными функциями корреляции $\Phi_j(\tau)$. При

этом форма спектральной линии (6) задается выражением

$$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\prod_j \Theta_j(\tau)\exp(i\omega\tau)\,d\tau, \tag{8}$$

где

$$\Theta_j(\tau)=\exp\left[-\frac{1}{2}(k_0\sigma_j(\tau))^2\right], \qquad \sigma_j^2(\tau)=2\int\limits_0^{\tau}(\tau-x)\sigma_j(x)\,dx.$$

Определим характерный масштаб τ_j условием $k_0\sigma_j(\tau_j)=2\pi$. Физический смысл τ_j — время, за которое случайный набег пути приемника, при наличии лишь одной компоненты флуктуаций скорости $v_j(t)$, окажется порядка длины волны излучаемого тонального сигнала. Назовем доминирующим тот механизм флуктуаций скорости, для которого τ_j минимально, и оставим в произведении $\prod\limits_j \Theta_j$ в (8) только сомножитель, отвечающий $\bar{\tau}=\min\limits_{\tau}(\tau_j)$. При этом (8) перейдет в

$$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-k_0^2\int\limits_0^{\tau}(\tau-x)\,\Phi(x)\,dx+i\omega\tau\right]d\tau, \tag{9}$$

а ширина спектральной линии будет задаваться выражением

$$\bar{\Omega}=\pi\Big/\int\limits_0^{\infty}\exp\left[-k_0^2\int\limits_0^{\tau}(\tau-x)\,\Phi(x)\,dx\right]d\tau\sim\pi/\bar{\tau}. \tag{10}$$

Здесь $\Phi(\tau)$ — функция корреляции доминирующих флуктуаций скорости $\bar{v}(t)$.

Характер уширения спектральной линии за счет доминирующих флуктуаций скорости различен при большом и малом индексах модуляции [6] $\mu=(k_0\sigma_v\tau_v)^2$, где $\sigma_v^2=\Phi(0)$ — дисперсия доминирующих флуктуаций скорости, $\tau_v=\int\limits_0^{\infty}\Phi(\tau)\,d\tau/\sigma_v^2$ — их время корреляции. При $\mu\ll1$ (малые или быстрые флуктуации скорости) форма спектральной линии лоренцева $S(\omega)=\mu\tau_v/(\mu^2+(\omega\tau_v)^2)$ с характерной шириной

$$\bar{\Omega}=\pi\mu/\tau_v=\pi\sqrt{\mu}k_0\sigma_v. \tag{11}$$

При $\mu\gg1$ (большие или медленные флуктуации скорости) форма линии гауссова

$$S(\omega)=\frac{\tau_v}{\sqrt{2\pi\mu}}\exp\left[-\frac{(\omega\tau_v)^2}{2\mu}\right]$$

шириной

$$\bar{\Omega}=\sqrt{2\pi\mu}/\tau_v=\sqrt{2\pi}k_0\sigma_v. \tag{12}$$

Отметим, что предсказываемое теорией уширение спектральной линии (9) не всегда будет совпадать с наблюдаемым в эксперименте. Дело в том, что обычно осуществляемое в эксперименте усреднение по времени практически совпадает с использованным выше статистическим усреднением по ансамблю реализаций скорости, лишь если время усреднения $T\gg\tau_v$, $\bar{\tau}$. При $T\leqslant\tau_v$ и малом индексе модуляции, когда $\bar{\tau}\gg\tau_v$, наблюдаемая ширина спектральной линии $\bar{\Omega}(T)$ порядка $\pi/T>\bar{\Omega}$ (11). Эта же оценка $\Omega(T)\sim\pi/T$ уширения спектральной линии справедлива и при большом индексе модуляции, когда $T<\bar{\tau}\ll\tau_v$. Если же время усреднения $\bar{\tau}<T<\tau_v$, то наблюдаемая ширина спектральной линии определяется флуктуациями скоро-

сти и больше π/T, но при оценке ее нужно учитывать не полные флуктуации скорости, а лишь приращения скорости за время усреднения T. Оценку уширения спектральной линии $\bar{\Omega}(T)$ в этом случае получим, подставив в (10) вместо функции корреляции $\Phi(\tau)$ функцию корреляции приращений скорости $d(\tau, T)=\langle[\bar{v}(t)-\bar{v}(t+T)][\bar{v}(t+\tau)-\bar{v}(t+\tau+T)]\rangle=2\Phi(\tau)-\Phi(\tau+T)-\Phi(\tau-T)$. В частности, если $\bar{\tau}<T\ll\tau_v$, то $\bar{\Omega}(T)=\sqrt{2\pi}\sigma_a k_0 T$, где $\sigma_a^2=\langle\dot{\bar{v}}^2(t)\rangle$ – дисперсия случайных ускорений приемника. Таким образом, при $\mu\gg1$ и времени усреднения $\bar{\tau}<T<\tau_v$ ширина спектральной линии $\pi/T<\bar{\Omega}(T)<\bar{\Omega}$ (12), а формула (12) описывает не уширение, а характерную ширину блуждания спектральной линии от измерения к измерению.

В заключение, кратко суммируя сказанное, отметим, что спектр принимаемого сигнала (7) характеризуется четырьмя основными частотами: $\Omega_0=k_0V$ – общим доплеровским сдвигом спектра, $\Delta\Omega=k_0V\Delta$ – уширением спектра за счет различия частот всех регистрируемых приемником мод, $\delta\Omega=2\pi V/D$ – интервалом между частотами соседних мод и $\bar{\Omega}$ – уширением спектральных линий из-за флуктуаций скорости приемника. Если $\delta\Omega<\bar{\Omega}<\Delta\Omega$, то вместо дискретного спектра (4) должен наблюдаться сплошной спектр ширины $\Delta\Omega$:

$$G(\omega, z)=\frac{4}{r_0}\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{D((\omega_0-\omega)/\Omega_0)}\sqrt{(\omega-\omega_0+\Omega_1)(\omega-\omega_0+\Omega)}}, & \Omega_m<\omega_0-\omega<\Omega_1,\\ 0, \quad \omega_0-\omega<\Omega_m, \quad \omega_0-\omega>\Omega_1,\end{cases} \tag{13}$$

не зависящий от формы спектральной линии $S(\omega)$. При этом по ширине спектра можно судить о количестве принимаемых мод, а форма спектра несет полезную информацию о взаимном расположении горизонтов излучателя и приемника. Так, если $\Delta\Omega=\Omega-\Omega_1$ – излучатель и приемник сильно разнесены по вертикали, то $G\sim(\omega-\omega_0+\Omega_1)^{-1/2}$; если же приемник и излучатель находятся на одном горизонте ($\Omega=\Omega_1$), то спектр (13) имеет фликкерный характер $G\sim(\omega-\omega_0+\Omega_1)^{-1}$.

В другом случае, $\bar{\Omega}>\Delta\Omega$, спектр (7) повторяет форму спектральной линии $S(\omega)$, а ширина спектра $\bar{\Omega}$ характеризует флуктуации скорости приемника. Механизм уширения спектра (за счет флуктуаций скорости или доплеровского сдвига частот мод) можно установить, сравнив измеренную ширину спектра с оценкой $\Delta\Omega$.

Как видно из (11), (12), $\bar{\Omega}\lesssim k_0\sigma_v$. Обычно $\sigma_v<V$, а $\Delta\ll1$, поэтому $\Delta\Omega$, $\bar{\Omega}\ll\Omega_0$, и по доплеровскому сдвигу спектра Ω_0 при известной частоте излучателя ω_0 удается определить среднюю скорость движения приемника от излучателя.

Авторы благодарны А. Н. Малахову за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Горская Н. В., Кустов Л. М., Николаев Г. Н., Салин Б. М.* Об одном методе исследования модовой структуры поля акустического волновода в модельных условиях.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 1, с. 93–97.
2. *Горская Н. В., Николаев Г. Н., Рычова Т. А., Салин Б. М.* Спектральный анализ при исследовании гармонических источников в акустических волноводах.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 2, с. 202–205.
3. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
4. *Smith P. W.* Spatial coherence in multipath or multimodal channels.– JASA, 1976, v. 60, № 2, p. 305–310.
5. *Бреховских Л. М.* Элементы теории звукового поля в океане.– В кн.: Акустика океана. М.: Наука, 1974, с. 79–162.
6. *Малахов А. Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
30.VII.1983