АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 2

УДК 534.26

К ТЕОРИИ ОБРАТНОГО ОТРАЖЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Петухов Ю. В.

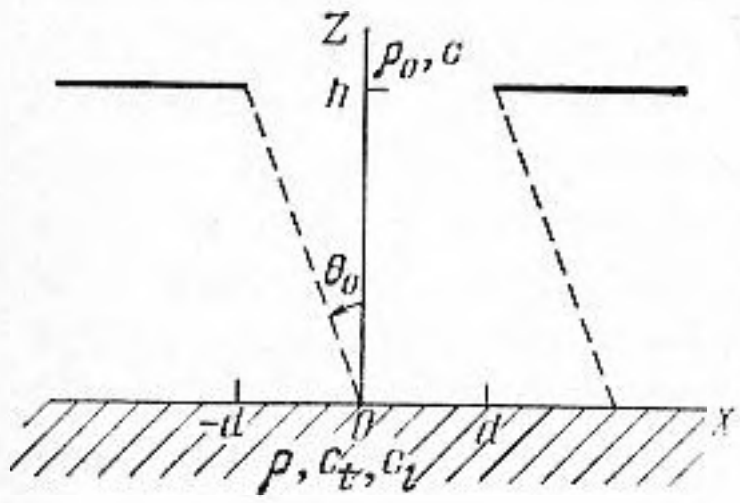
Выяснено, что поле акустической волны, отраженное в обратном направлении, обусловлено переизлучением акустической энергии в жидкость поверхностной волной рэлеевского типа.

Известно, что при определенных условиях (см. [1]) отражение ультразвукового пучка от границы раздела двух жидкостей или жидкость — твердое тело сопровождается пространственным смещением пучка и появлением интерференционных полос по его сечению. Указанные эффекты наиболее заметны при отражении пучка от твердой границы, что объясняется появлением дополнительной по сравнению с жидкими средами вытекающей волны рэлеевского типа [1—4]. Как и в оптике [5], наличие вытекающей волны приводит к существенному увеличению ширины отраженного пучка [2]. Существование резкого минимума давления в сечении отраженного пучка объясняется не только интерференцией вытекающей волны в жидкости и боковых волн, обусловленных существованием сдвиговой и продольной волны в твердом теле, с зеркально отраженным полем [1]; учет затухания сдвиговых волн также приводит к появлению резкого минимума в коэффициенте отражения при угле падения пучка, совпадающем с рэлеевским [2—4].

Помимо отмеченных, хорошо известных явлений, при отражении ограниченных пучков от твердой границы наблюдается эффект обратного отражения пучка, когда угол падения θ_0 (см. фигуру) совпадает с рэлеевским углом $\theta_R=\arcsin(c/c_R)$ [6, 7]; c — скорость звука в жидкости, c_R — скорость поверхностной волны Рэлея в однородном упругом полупространстве.

В [7] отмечалось, что, по-видимому, существующие теории отражения пучков не в состоянии объяснить этого явления, несомненно связанного с генерацией поверхности волны Рэлея при угле падения $\theta=\theta_R$ и переизлучением энергии этой волной в жидкость.

Цель настоящей работы — показать, что известная теория отражения ограниченных пучков [1] все же объясняет явление обратного отражения, которое, как и предполагалось в [7], обусловлено возбуждением вытекающей волны, распространяющейся в жидкости под углом θ_R к границе раздела, но в отличие от [3] в направлении, обратном направлению падения пучка (см. фигуру).



В целях упрощения аналитических расчетов рассмотрим отражение ограниченного цилиндрического пучка, падающего из жидкости на плоскую границу раздела с упругим полупространством под углом θ_0 к нормали (см. фигуру). Такой пучок получим при прохождении плоской волны через щель в экране (см. [1]), причем размеры щели велики по сравнению с длиной волны, поле на задней стенке экрана равно нулю, в плоскости щели поле такое же, как и в отсутствие экрана, амплитуда поля равна единице. Поле пучка в жидкости, отраженное от упругой границы, нетрудно представить в сле-

дующем интегральном виде:

$$\varphi=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin[(b\sin\theta_0-\eta)\bar{d}]}{\pi(b\sin\theta_0-\eta)}\frac{H_1(\eta)}{H_2(\eta)}\exp\{-i\eta\bar{x}-\gamma_1(\bar{z}+\bar{h})\}d\eta\exp(i\omega t),\quad(1)$$

$$H_1(\eta)=\gamma_1[(2\eta^2-1)^2-4\eta^2\gamma_2\gamma_3]-R\gamma_2,\quad H_2(\eta)=H_1(\eta)+2R\gamma_2,$$

где $\gamma_1=\sqrt{\eta^2-b^2}$, $\gamma_2=\sqrt{\eta^2-a^2}$, $\gamma_3=\sqrt{\eta^2-1}$, $a=c_t/c_l$, $b=c_t/c$, $R=\rho_0/\rho$, $\eta=k/k_t$, $\bar{d}=k_td$, $\bar{z}=k_tz$, $\bar{h}=k_th$, $\bar{x}=k_tx$, c_t и c_l — скорости сдвиговых и продольных волн в упругом полупространстве, ρ_0 — плотность жидкости, ρ — плотность твердого тела, ω — циклическая частота, $k_t=\omega/c_t$, k — горизонтальное волновое число, d — полуширина щели, h — высота экрана, z и x — вертикальная и горизонтальная координаты.

При анализе выражения (1) оставим без внимания точки ветвления $\eta_1=\pm a$, $\eta_3=\pm1$, $\eta_2=\pm b$, которым соответствуют интегралы по линиям разрезов в представлении [8], дающие вклад в поле боковых волн и поле зеркально отраженной волны, распространяющихся в направлении $x>0$ для $\eta_j>0$ ($j=1, 2, 3$), и в направлении $x<0$ для $\eta_j<0$. Из всех полюсов подынтегрального выражения (1) (корни уравнения $H_2(\eta)=0$ согласно [9]) учтем лишь два: $\eta=\pm\eta_R$, соответствующие вытекающей волне, которая распространяется в направлении $x>0$ ($\eta=\eta_R$) и в направлении $x<0$ ($\eta=-\eta_R$). Далее, поскольку значение интеграла (1) определяется в основном узким интервалом интегрирования вблизи точки $\eta_0=b\sin\theta_0$, введя новую переменную $\xi=\eta-\eta_0$ и разложив предварительно γ_1 в ряд по $\xi\ll1$ с точностью до первого порядка в экспоненциальной функции, из (1) получим следующее приближенное выражение:

$$\varphi\approx\exp[-ix\eta_0-i\sqrt{b^2-\eta_0^2}(\bar{z}+\bar{h})]\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(\bar{d}\xi)}{\pi\xi}V_1(\xi)\times$$

$$\times\frac{\exp\left\{-i\bar{x}\xi+i\dfrac{\eta_0\xi(\bar{z}+\bar{h})}{\sqrt{b^2-\eta_0^2}}\right\}}{(\xi-\xi_1)(\xi+\xi_2)}d\xi\exp(i\omega t),\quad(2)$$

где $V_1(\xi)=[H_1(\xi+\eta_0)/H_2(\xi+\eta_0)](\xi-\xi_1)(\xi+\xi_2)$; $\xi_1=\eta_R-\eta_0$, $\xi_2=\eta_R+\eta_0$. Используя тождество $1/[\xi(\xi-\xi_1)(\xi+\xi_2)]=1/[\xi_1(\xi_1+\xi_2)(\xi-\xi_1)]+1/[\xi_2(\xi_1+\xi_2)(\xi+\xi_2)]-1/(\xi_1\xi_2\xi)$, из (2) нетрудно выделить интегральное выражение, соответствующее прямой вытекающей волне φ_d:

$$\varphi_d=\frac{\exp\{-i[\bar{x}\eta_0+\sqrt{b^2-\eta_0^2}(\bar{z}+\bar{h})\}}{\pi\xi_1(\xi_1+\xi_2)}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_1(\xi)\sin(\bar{d}\xi)}{(\xi-\xi_1)}\times$$

$$\times\exp\left\{-i\left[\bar{x}-\frac{\eta_0(\bar{z}+\bar{h})}{\sqrt{b^2-\eta_0^2}}\right]\xi\right\}d\xi\exp(i\omega t).\quad(3)$$

Если в (1) сделать замену $\zeta=\eta+\eta_0$ и воспользоваться тождеством $1/[(\zeta-2\eta_0)(\zeta+\xi_1)(\zeta-\xi_2)]=1/[(\xi_1+\xi_2)(\xi_2-2\eta_0)(\zeta-\xi_2)]+1/[(\xi_1+2\eta_0)\cdot(\xi_1+\xi_2)(\zeta+\xi_1)]-1/[(\xi_1+2\eta_0)(\xi_2-2\eta_0)(\zeta-2\eta_0)]$, то можно выделить интегральное выражение, соответствующее обратной вытекающей волне φ_b

$$\varphi_b=\frac{\exp\{i[\bar{x}\eta_0-\sqrt{b^2-\eta_0^2}(\bar{z}+\bar{h})]\}}{\pi(\xi_1+2\eta_0)(\xi_1+\xi_2)}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{V_2(\zeta)\sin[\bar{d}(\zeta-2\eta_0)]}{(\zeta+\xi_1)}\times$$

$$\times\exp\left\{-i\left[\bar{x}+\frac{\eta_0(\bar{z}+\bar{h})}{\sqrt{b^2-\eta_0^2}}\right]\zeta\right\}d\zeta\exp(i\omega t),\quad(4)$$

где $V_2(\zeta)=[H_1(\zeta-\eta_0)/H_2(\zeta-\eta_0)](\zeta+\xi_1)(\zeta-\xi_2)$. В экспоненте подынтегрального выражения (4) аналогично (3) использовано разложение γ_1 по

степеням ζ с точностью до первого порядка, так как значения интегралов определяются в основном существованием полюсов $\pm\xi_1$, которые являются малыми величинами при $\theta_0=\theta_R$. В этом случае $|\xi_1|=\alpha\ll 1$, поскольку $\eta_R=\eta_1-i\alpha$, $\eta_1=\eta_0$, где η_1 — действительный корень уравнения Рэлея $H_R(\eta_1)=(2\eta_1^2-1)^2-4\eta_1^2\gamma_2(\eta_1)\gamma_3(\eta_1)=0$, α — величина, характеризующая затухание поверхностной волны рэлеевского типа, вследствие переизлучения энергии в жидкость:

$$\alpha\approx\frac{R\gamma_2(\eta_1)}{2\eta_1\sqrt{b^2-\eta_1^2}}\left\{4(2\eta_1^2-1)+2\eta_1^2\left[\frac{\gamma_2(\eta_1)}{\gamma_3(\eta_1)}+\frac{\gamma_3(\eta_1)}{\gamma_2(\eta_1)}\right]+4\gamma_2(\eta_1)\gamma_3(\eta_1)\right\}^{-1}. \tag{5}$$

Учитывая малость величины $|\xi_1|$ при $\theta_0=\theta_R$, из (3) и (4) получим следующие выражения для φ_d и φ_b:

$$\varphi_d=-\frac{H_1(\eta_R)}{i\alpha F(\eta_R)}\exp\{-i[\eta_1\bar{x}+\sqrt{b^2-\eta_1^2}(\bar{z}+\bar{h})]-\alpha(\bar{x}-x_0)+i\omega t\}\times$$
$$\times\begin{cases}2i\sin(i\bar{d}\alpha), & \bar{x}>\bar{d}+x_0\\ \exp(-\alpha\bar{d}), & x_0-\bar{d}<\bar{x}<x_0+\bar{d},\end{cases} \tag{6}$$

$$\varphi_b=-\frac{H_1(\eta_R)}{(\xi_1+2\eta_1)F(\eta_R)}\exp\{i[\eta_1\bar{x}-\sqrt{b^2-\eta_0^2}(\bar{z}+\bar{h})]+\alpha(\bar{x}+x_0)+i\omega t\}\times$$
$$\times\begin{cases}\exp(-i(\eta_R+\eta_1)\bar{d}), & -(x_0+\bar{d})<\bar{x}<-(x_0-\bar{d})\\ 2i\sin[(\eta_R+\eta_1)\bar{d}], & \bar{x}<-(x_0+\bar{d}),\end{cases} \tag{7}$$

где $x_0=\eta_1(\bar{z}+\bar{h})/\sqrt{b^2-\eta_1^2}$; $F(\eta)=dH_2(\eta)/d\eta$ определяется следующим выражением:

$$F(\eta)=\eta\left\{\frac{R}{\gamma_2}+\frac{H_R(\eta)}{\gamma_1}+8\gamma_1(2\eta^2-1)-4\gamma_1\left[2\gamma_2\gamma_3+\eta^2\left(\frac{\gamma_3}{\gamma_2}+\frac{\gamma_2}{\gamma_3}\right)\right]\right\}. \tag{8}$$

Из (6) и (7) следует естественный результат, что амплитуда прямой вытекающей волны φ_d существенно больше амплитуды обратной волны; аналогичный вывод можно сделать относительно амплитуд боковых волн. Так, при $\rho_0=10^3$ кг/м^3, $c=1500$ м/с, $d/\lambda=10$, $z/\lambda=10$, $h/\lambda=10$, $x/\lambda=200$, где λ — длина волны в жидкости, получаем: для нержавеющей стали ($c_t=3210$ м/с, $c_l=5890$ м/с, $\rho=7{,}86\cdot10^3$ кг/м^3 [10]) $\theta_R=30{,}3°$, $\varphi_d\approx0{,}16$, $\varphi_b\approx1{,}4\cdot10^{-3}$; для меди ($c_t=2250$ м/с, $c_l=4560$ м/с, $\rho=8900$ кг/м^3 [10]) $\theta_R=45{,}6°$, $\varphi_d\approx0{,}04$, $\varphi_b\approx4{,}6\cdot10^{-4}$. Из экспериментальных данных [7] следует, что амплитуда отраженной волны в обратном направлении больше для стальной поверхности, чем для медной, и плавно уменьшается с увеличением ширины пучка, причем скорость спада меньше для упругих сред с бо́льшими c_t. Теоретическая зависимость (7) предсказывает аналогичное поведение амплитуды обратной волны только в области $-(x_0+\bar{d})<\bar{x}<-(x_0-\bar{d})$; так, при $\bar{x}=-4$ для стали $\varphi_b\approx3{,}85\cdot10^{-3}$, для меди $\varphi_b\approx3{,}6\cdot10^{-3}$. В области $\bar{x}<-(x_0+\bar{d})$ теория (см. (7)) предсказывает осцилляционную зависимость φ_b от параметра d с увеличивающейся амплитудой $\approx e^{\alpha\bar{d}}$. Поскольку период осцилляции φ_b различен для сред с отличающимися значениями c_t, то в зависимости от величины параметра d возможно преобладание поля обратной волны либо для стального образца, либо для медного. Увеличение амплитуды волны, отраженной в обратном направлении $\bar{x}<-(x_0+\bar{d})$, является следствием приближения озвученной области на поверхности твердого тела к точке наблюдения; осцилляции поля обусловлены интерференцией вытекающих волн от различных областей озвученной поверхности. В экспериментальных исследованиях приемник располагался непосредственно вблизи излучателя, т. е. при $-\bar{d}\leqslant\bar{x}\leqslant\bar{d}$, $x_0\gg\bar{d}$ (см. [7]), поэтому для адекватного сопоставления теории с экспериментальными данными выражение (7) для φ_b не годится, так как оно не описывает поведение $\varphi_b(\bar{d})$ при $-(x_0-\bar{d})<\bar{x}<x_0-\bar{d}$, где получение аналитических выражений для φ_b затруднительно. Однако в области $-(x_0+\bar{d})<\bar{x}<-(x_0-\bar{d})$, которая непосредственно примыкает к ней, все качественные особенности поля обратно отраженной волны [7] правильно

описываются приближенным выражением (7). Это позволяет утверждать, что поле обратно отраженной волны при падении ультразвукового пучка на плоскую границу раздела жидкость — твердое тело обусловлено вытекающей волной, эффективно возбуждающейся при совпадении угла падения θ_0 с рэлеевским углом θ_R.

В заключение следует отметить, что получившиеся теоретические значения для амплитуды поля, отраженного в обратном направлении, несколько превышают экспериментальные данные. Это, по-видимому, объясняется, во-первых, незнанием конкретных значений z/λ и h/λ, соответствовавших условиям проведения эксперимента [7]; во-вторых, в экспериментальных исследованиях [6, 7] использовались сферические пучки, вследствие чего вытекающая волна возбуждалась под различными азимутальными углами, и отражение наблюдалось в конусе с углом раствора $2\theta_R$ [6]. Здесь же рассмотрена задача об отражении цилиндрического пучка, где вытекающая волна возбуждается лишь в двух взаимно противоположных направлениях. Отметим также, что в недавно опубликованных работах [11, 12] проведены теоретические исследования поля обратно отраженной волны, однако в отличие от этих работ здесь не использовалось предположение об острой направленности пучка и, кроме этого, в определенной области пространства предсказывается существование осцилляций амплитуды поля обратно отраженной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. *Neubauer W. G.* Ultrasonic reflection of a bounded beam at Rayleigh and critical angles for a plane liquid-solid interface.— J. Appl. Phys., 1973, v. 44, № 1, p. 48—55.
3. *Bertoni H. L., Tamir T.* Unified theory of Rayleigh angles phenomena for acoustic beams at liquid-solid interfaces.— Appl. Phys., 1973, v. 2, № 1, p. 157—172.
4. *Adler L., Breazeale M. A., Scott G. W.* Interaction of ultrasonic waves incident at the Rayleigh angle into a liquid-solid interface.— J. Appl. Phys., 1977, v. 48, № 2, p. 530—537.
5. *Bertoni H. L., Tamir T.* Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures.— J. Opt. Soc. Amer., 1971, v. 61, № 10, p. 1397—1413.
6. *Diachok O. I., Mayer W. G.* Conical reflection of ultrasound from a liquid-solid interface.— J. Acoust. Soc. Amer., 1970, v. 47, № 1 (I), p. 155—157.
7. *Adler L., de Billy M., Quentin G.* Parameters affecting backscattering ultrasonic leake-Rayleigh waves from liquid-solid interfaces.— J. Acoust. Soc. Amer., 1982, v. 72, № 3, p. 1018—1020.
8. *Ewing W. M., Jardetzky W. S., Press F.* Elastic waves in layered media. N. Y.: McGraw-Hill Book Compani, 1957.
9. *Викторов И. А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.
10. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наук. думка, 1981.
11. *Norris A. N.* Back reflection of ultrasonic waves from a liquid-solid interface.— J. Acoust. Soc. Amer., 1983, v. 73, № 2, p. 427—434.
12. *Ngoc T. D. K., Mayer W. L.* Theoretical prediction of a backscattering maximum at a Rayleigh angle incidence for a smooth liquid-solid interface.— Ibid, 1984, v. 75, № 1, p. 186—187.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
15.VIII.1983