АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 3

УДК 534.28

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ПОДВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Нечаев А. Г.

Получена и проанализирована система уравнений для моментов амплитуд нормальных волн, которая описывает интерференционную структуру и корреляционные характеристики поля.

При распространении в океане низкочастотного звука (50÷500 Гц) на большие расстояния ($10^2 \div 10^3$ км) необходимо учитывать многократное рассеяние акустического поля на крупномасштабных случайных неоднородностях (например, на внутренних волнах). Используемые в работах [1, 2] уравнения для вторых статистических моментов амплитуд нормальных волн обладают двумя недостатками. Во-первых, они получены в предположении взаимной некогерентности мод, что приводит к потере информации об интерференционной структуре акустического поля. Во-вторых, эти уравнения не позволяют рассмотреть корреляционные характеристики звука. В [3, 4] предложен метод получения системы уравнений для моментов амплитуд нормальных волн в волноводе с неровной верхней границей и в волноводе с объемными неоднородностями, которая описывает как интерференционную структуру, так и корреляционные свойства поля. Ниже этот подход, основанный на представлении акустического поля в горизонтальной плоскости в виде волнового пучка и использующий приближение марковского случайного процесса, применяется в задаче распространения сигнала в подводном волноводе со случайными объемными нерегулярностями.

Рассмотрим акустическое поле $\Phi(x, y, z, t)$ в подводном волноводе со слабыми флуктуациями скорости звука $\delta c(x, y, z, t): |\delta c| \ll c(z)$, где $c(z)$ — регулярная часть скорости звука, x, y, z — декартова система координат. Поле $\Phi(x, y, z, t)$ удовлетворяет волновому уравнению и граничным условиям на поверхности воды (при $z=0$) и на дне (при $z=D$). Дно считаем невязким и однородным по трассе, а флуктуации скорости звука статистически однородными по x, y, t и, в общем случае, анизотропными по пространственным переменным x, y.

Пусть частотный спектр поля $\Phi(x, y, z, \omega)$ не равен нулю только в интервале $\omega_0-\Omega \leqslant |\omega| \leqslant \omega_0+\Omega$, а частотный спектр неоднородностей — в интервале $|\omega| \leqslant \Omega$. Несущая частота $\omega_0=2\pi f \gg \Omega \sim \max[1/T, 1/\tau_0]$, где T и τ_0 — радиусы временной корреляции поля и неоднородностей. Представим частотный спектр поля в виде суммы распространяющихся нормальных волн регулярного волновода со случайными амплитудами (непрерывным спектром и затухающими модами пренебрегаем)

$$\Phi(x, y, z, \omega)=\sum_{n=1}^{N} \varphi_n(z) S_n(x, y, \omega)/\sqrt{h_n}, \tag{1}$$

где $h_n=h_n(\omega_0)$ — волновые числа мод на несущей частоте, S_n — случайные амплитуды. Считаем, что в диапазоне частот $\omega_0-\Omega \leqslant |\omega| \leqslant \omega_0+\Omega$ как число распространяющихся волн N, так и ортонормированные собственные функции $\varphi_n(z)$, характеризующие вертикальную структуру мод, не зависят от частоты.

Рассмотрим крупномасштабные по сравнению с длиной волны звука $\lambda=c/f$ неоднородности: $l_\perp$, $l_\parallel \gg \lambda$, где $l_\perp$ и $l_\parallel$ — радиусы корреляции неодно-

родностей (по y и по x). Пусть поле $\Phi(x, y, z, \omega)$ в плоскости $z=\text{const}$ является волновым пучком с узким угловым спектром и распространяется в положительном направлении оси x. Подставим разложение (1) в волновое уравнение и учтем неравенство $|\delta c| \ll c$, а также свойство ортогональности собственных функций $\varphi_n(z)$. Тогда получим, что $S_n(x, y, \omega)$ удовлетворяют системе параболических уравнений, которая аналогична системе, полученной в [3]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+ih_n(\omega)+\frac{i}{2h_n}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)S_n=i\sum_{m=1}^{N}\int d\omega' b_n{}^m(x, y, \omega-\omega')S_m(x, y, \omega'),$$

где

$$b_n{}^m(x, y, \omega)=\frac{\omega_0{}^2}{\sqrt{h_n h_m}}\int_0^D dz\varphi_n(z)\varphi_m(z)\delta c(x, y, z, \omega)/c^3(z).$$

Полагая частотный спектр поля достаточно узким, сделаем замену: $h_n(\omega)=h_n+(\omega-\omega_0)/v_n$, где $v_n=[dh_n/d\omega]^{-1}_{\omega=\omega_0}$ — групповая скорость (тем самым пренебрегаем дисперсионным расплыванием волновых пакетов мод). Тогда для случайных полей $S_n(x, y, t)=\int d\omega S_n(x, y, \omega)\exp[i(\omega-\omega_0)t]$ следуют уравнения

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+ih_n+\hat{G}_n\right)S_n=i\sum_{m=1}^{N}b_n{}^m(x, y, t)S_m(x, y, t), \tag{2}$$

где

$$\hat{G}_n=\frac{1}{v_n}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{i}{2h_n}\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \qquad b_n{}^m(x, y, t)=\int d\omega b_n{}^m(x, y, \omega)\exp[i\omega t].$$

Второй статистический момент огибающей полного поля $F(x, y, z, t)=\Phi(x, y, z, t)\exp[-i\omega_0 t]$ определяется по формуле

$$\langle F(x, y_1, z_1, t_1)F^*(x, y_2, z_2, t_2)\rangle=\sum_{n,\nu=1}^{N}\varphi_n(z_1)\varphi_\nu(z_2)\cdot$$

$$\cdot D_n{}^\nu(x, y_1, y_2, t_1, t_2)/\sqrt{h_n h_\nu},$$

где $D_n{}^\nu(x, y_1, y_2, t_1, t_2)=\langle S_n(x, y_1, t_1)S_\nu^*(x, y_2, t_2)\rangle$. Функция $D_n{}^\nu\sim\exp[-i(h_n-h_\nu)x]$ при $n\neq\nu$ описывает пространственные осцилляции средней интенсивности полного поля, обусловленные интерференцией мод с номерами n и ν. Функции $D_n{}^n$ характеризуют распределение энергии по модам (в дальнейшем это распределение будем называть энергетическим спектром).

Решение системы (2) по координате x подчиняется принципу динамической причинности (поля $S_n(x, y, t)$ функционально зависят от $b_n{}^m(x', y', t')$ только при $x>x'$), что дает возможность вывода замкнутой системы уравнений для моментов $B_n{}^\nu=D_n{}^\nu\exp[i(h_n-h_\nu)x]$ в приближении марковского случайного процесса [5]. Представим амплитуды нормальных волн в виде $S_n=A_n\exp[-ih_n x]$ и потребуем, чтобы характерный масштаб R изменения функций A_n по координате $x(R\sim|A_n/\partial A_n/\partial x|)$ был большим по сравнению с продольным радиусом корреляции неоднородностей $l_\parallel$. Решение системы (2) разложим в ряд по степеням малого параметра $l_\parallel/R\ll 1$. Подействуем на вторые статистические моменты $B_n{}^\nu(x, y_1, y_2, t_1, t_2)$ дифференциальным оператором $\partial/\partial x+\hat{G}_n(y_1, t_1)+\hat{G}_\nu^*(y_2, t_2)$ и, учитывая (2), для $B_n{}^\nu$ получим незамкнутую систему уравнений. Далее, считая случайное поле неоднородностей $\delta c(x, y, z, t)$ нормальным, для расщепления корреляций вида $\langle\delta c A_m A_\mu^*\rangle$, которые имеются в уравнениях, применим формулу Фурутсу — Новикова (см. [5]). В результате, ограничиваясь нулевым приближением по параметру $l_\parallel/R$ (марковское приближение), для вторых моментов $B_n{}^\nu$ при $x\gg l_\parallel$ получим замкнутую систему

уравнений

$$[\partial/\partial x+\hat{G}_n(y_1,\ t_1)+\hat{G}_\nu^*(y_2,\ t_2)]B_n^\nu=-M_{\mu n}^{m\mu}(0,0)\cdot$$
$$\cdot B_m^\mu \exp[i(h_n-h_m)x]-M_{\mu m}^{m\nu}(0,0)B_n^\mu \exp[i(h_\mu-$$
$$-h_\nu)x]+[M_{n\mu}^{m\nu}(y_1-y_2,\ t_1-t_2)+M_{\mu n}^{\nu m}(y_1-y_2,$$
$$t_1-t_2)]B_m^\mu \exp[i(h_n-h_\nu-h_m+h_\mu)x], \qquad (3)$$

где по индексам m и μ производится суммирование от 1 до N,

$$M_{n\mu}^{m\nu}(y_1-y_2,t_1-t_2)=\frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dx'\langle b_n^m(x+x',y_1,t_1)\,b_\mu^\nu(x,y_2,t_2)\rangle e^{i(h_n-h_m)x}.$$

Одним из условий применимости марковского приближения в соответствии с неравенством $l_\parallel \ll R$ и уравнением (2) являются: условие малости $l_\parallel$ по сравнению с продольным радиусом корреляции поля ($\rho_\parallel \sim 2h_n\rho_\perp^2 \gg l_\parallel$) и по сравнению с масштабом, на котором проявляют себя процессы многократного рассеяния (например, расстоянием, на котором затухает когерентное поле); требование, чтобы за время прохождения полем одной неоднородности как поле, так и сама неоднородность не успевали сильно измениться ($l_\parallel/v_n \ll T,\ \tau_0$). Из физических соображений следует, что взаимодействие волн n и ν, у которых масштаб интерференции $l_{n\nu}=|h_n-h_\nu|^{-1} \lesssim l_\parallel$, является несущественным по сравнению с взаимодействием тех мод, у которых масштабы интерференции превышают $l_\parallel$. В силу этого формально полагаем коэффициенты $b_n^\nu=0$ при $|h_n-h_\nu|l_\parallel \gtrsim 1$. Данное требование необходимо для того, чтобы выполнялось условие $R \gg l_\parallel$. Для $l_{n\nu} \lesssim l_\parallel$ и $b_n^\nu \neq 0$ в некоторых частных случаях, когда $R \sim l_{n\nu}$, неравенство $R \gg l_\parallel$ нарушается.

Пусть для любой пары мод m и μ продольный масштаб интерференции $l_{m\mu}=|h_m-h_\mu|^{-1}$ является малым по сравнению с масштабом затухания когерентной компоненты поля l_n. Усредним вдоль координаты x каждое уравнение системы (3) по некоторому пространственному масштабу $L(L<l_n)$ такому, что L значительно превосходит все масштабы интерференции мод $l_{m\mu}$ (такая же процедура использовалась в [3]). Слагаемые, содержащие $\exp[i(h_n-h_m)x]\,(m\neq n)$ и $\exp[i(h_n-h_\nu-h_m+h_\mu)x]$ ($m\neq n$ или $\mu\neq\nu$), описывают эффект частичной корреляции случайных компонент нормальных волн, аналогичный отмеченному в [6]. Максимальная глубина модуляции функций B_m^μ, обусловленная этим эффектом, при $|h_n-h_m| \gg 1/l_n$ и $|h_n-h_\nu-h_m+h_\mu| \gg 1/l_n$ несущественна, что позволяет при усреднении уравнений пренебречь членами, содержащими быстро осциллирующие по сравнению с масштабом l_n множители вида $\exp[i(h_n-h_m)x]$ и $\exp[i(h_n-h_\nu-h_m+h_\mu)x]$. В результате система укороченных уравнений для усредненных по пространству функций $\overline{B}_n^\nu=\int\limits_x^{x+L} dx' B_n^\nu/L$, описывающих «медленные движения», принимает вид

$$[\partial/\partial x+\hat{G}_n(y_1,t_1)+\hat{G}_\nu^*(y_2,t_2)]\overline{B}_n^\nu=-\sum_{m=1}^{N}[M_{mn}^{nm}(0,0)+M_{\nu m}^{m\nu}(0,0)]\overline{B}_n^\nu+$$
$$+\sum{}'[M_{n\mu}^{m\nu}(y_1-y_2,t_1-t_2)+M_{\mu n}^{\nu m}(y_1-y_2,t_1-t_2)]\overline{B}_m^\mu \exp[i(h_n-h_\nu-h_m+h_\mu)x], \qquad (4)$$

где Σ' означает суммирование по всем парам мод m и μ, удовлетворяющим условию синохронизма с модами n и ν: $|h_n-h_\nu-h_m+h_\mu|l_n<1$. В силу условия $l_{m\mu} \ll l_n$ из системы (4) следует, что функции автокогерентности $\overline{B}_n^\nu$ и взаимной когерентности мод $\overline{B}_n^\nu$ ($n\neq\nu$) удовлетворяют независимым замкнутым системам уравнений, т. е. в рассматриваемом приближении на эволюцию энергетического спектра интерференционная структура поля не влияет. Если условие $l_{m\mu} \ll l_n$ выполняется не для всех масштабов интерференции мод, то система укороченных уравнений (4) не

применима. В этом случае при расчете энергетического спектра и корреляционных характеристик поля необходимо учитывать влияние интерференции нормальных волн. Ниже приведем следствия системы уравнений (4).

Рассмотрим корреляционные характеристики акустического поля в канале со статистически изотропными в горизонтальной плоскости неоднородностями: $l_\perp = l_\parallel = l$. В правой части уравнения для функции когерентности $\overline{B}_n{}^n$ остаются только слагаемые с коэффициентами вида $M_n{}^\nu = 2\,\mathrm{Re}\,M_{n\nu}{}^{\nu n}$. В этом случае требование $b_n{}^\nu = 0$ при $l_{n\nu} \leqslant l$ не является необходимым (можно показать, что и при $b_n{}^\nu \neq 0$ отсутствие взаимодействия между модами n и ν, у которых $l_{n\nu} \leqslant l$, учитывается коэффициентами $M_n{}^\nu$). Считая число мод большим, перейдем к непрерывному спектру собственных волн. Введем величину $2n_0$, равную ширине энергетического спектра возбужденных мод ($n_0{}^2 \sim 2\overline{B}_n{}^n / |\partial^2 \overline{B}_n{}^n / \partial n^2|$ в максимуме энергетического спектра). Через N_n обозначим число мод, взаимодействующих с волной n (N_n — число мод с номерами m, для которых $M_n{}^m \neq 0$).

Полагая $M_n{}^m$ достаточно острыми функциями по разности индексов $m-n$ ($N_n < 2n_0$) и медленными функциями по номеру n, в замкнутой системе уравнений для $\overline{B}_n{}^n$ перейдем к диффузионному приближению [1, 7, 8]:

$$\sum_m M_n{}^m \overline{B}_m{}^m \approx \sum_m M_n{}^m \left(\overline{B}_n{}^n + \frac{1}{2}(m-n)^2 \partial^2 \overline{B}_n{}^n / \partial n^2 \right).$$

Сделанное приближение справедливо для номеров $n > N_n$ и $n < N - N_n$ (при $n \leqslant N_n$ или $n \geqslant N - N_n$ необходимо также учитывать и первую производную $\partial \overline{B}_n{}^n / \partial n$). В результате для функции

$$D_n(x, \rho, \tau, k, \Omega) = \iint dR\, dt \overline{B}_n{}^n \left(x, R + \frac{\rho}{2}, R - \frac{\rho}{2}, t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2} \right) \exp[-i\Omega t + ikR]$$

получим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\Omega}{v_n} + \frac{k}{h_n}\frac{\partial}{\partial \rho} \right) D_n = -\sum_{m=1}^{N} [M_n{}^m(0,0) - M_n{}^m(\rho, \tau)] D_n + \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N} (m-n)^2 M_n{}^m(\rho, \tau) \frac{\partial^2 D_n}{\partial n^2}. \quad (5)$$

Заметим, что при минимальном числе взаимодействующих мод $N_n \sim 3$ и $k=0$, $\Omega=0$, $\rho=0$, $\tau=0$ уравнение (5) совпадает с диффузионным уравнением, рассмотренным в [1].

Вторая производная $\partial^2 D_n / \partial n^2$ описывает процесс перераспределения энергии между нормальными волнами, вызванный взаимодействием мод. Действие этого процесса проявляется на расстояниях, превышающих пространственный масштаб $l_0 \sim n_0{}^2 \left[2\sum_m (m-n)^2 M_n{}^m(0,0) \right]^{-1}$. Если ввести масштаб $l_n \sim \left[\sum_m M_n{}^m(0,0) \right]^{-1}$ (можно показать, что l_n — расстояние, на котором ослабляется в e раз поток энергии, переносимый когерентной компонентой моды n), то $l_0 \sim 6 l_n n_0{}^2 / (N_n{}^2 - 1) \gg l_n$.

В энергетическом спектре может быть несколько максимумов. Тогда процесс перераспределения энергии между модами будет более эффективно происходить в той группе волн, которая имеет более узкий максимум. Например, в [9] представлено распределение энергии по модам в глубоком море на частоте 100 Гц при глубине источника 120 м. В энергетическом спектре наблюдаются два максимума, ширина которых равна

$2n_0 \sim 20$ (максимальной энергией обладает мода с номером $n \sim 90$) и $2n_0 \sim 3\mathcal{C}$ ($n \sim 120$). Если $N_n \sim 9$, то для волн первой группы $l_0 \sim 8l_n$, а для волн второй группы $l_0 \sim 25l_n$.

Оценим частотный и угловой спектры поля в случае, когда можно не учитывать разбегание в пространстве волновых пакетов мод (излучается достаточно длительный импульс). Пренебрежем в уравнении (5) членом, содержащим вторую производную $\partial^2 D_n/\partial n^2$. Тогда уравнение (5) по своей математической форме совпадает с уравнением для второго момента скалярного поля волнового пучка в двумерной неограниченной среде с крупномасштабными случайными неоднородностями [5]. Это позволяет при оценке статистических характеристик поля отдельной моды воспользоваться расчетами, проделанными в [10]. Возьмем неоднородности с гауссовской функцией корреляции $\sum_m M_n^m(\rho, \tau) = l_n^{-1} \exp[-\rho^2/l^2 - \tau^2/\tau_0^2]$ и начальные условия при $x=0$ в виде $D_n(0, \rho, \tau, k, \Omega) = \exp[-k^2 R_0^2 - \Omega^2 T_0^2 - \theta_0^2 h_n^2 \rho^2 - \Omega_0^2 \tau^2]$, где R_0 — начальная ширина волнового пучка в горизонтальной плоскости, θ_0 — начальная ширина углового спектра, T_0 — длительность импульса, Ω_0 — начальная ширина частотного спектра ($\theta_0 h_n R_0$, $\Omega_0 T_0 \geqslant 2\pi$). Из решения уравнения (5) получим, что ширина частотного спектра равна $\Delta f_n = (\Omega_0^2 + x/l_n \tau_0^2)^{1/2}$. Как правило, начальный размер углового спектра θ_0 превышает ширину диаграммы рассеяния неоднородностей в горизонтальной плоскости $\theta_0 \gg (h_n l)^{-1}$. В этом случае расчеты дают две основные области распространения, различающиеся поведением $\theta_n = \left[-2h_n^2 \int dk D_n \Big/ \int dk \partial^2 D_n/\partial \rho^2\right]^{-1/2}_{\rho=0}$ [10]. В первой зоне ($R_0/\theta_0 < x < a = (3l_n h_n^2 l^2 R_0^2)^{1/3}$) ширина углового спектра совпадает с угловым размером источника: $\theta_n \approx R_0/x$. Во второй зоне ($x > a$) рассеяние приводит к уширению углового спектра по закону $\theta_n = (x/3l_n h_n^2 l^2)^{1/2}$. Для ненаправленного излучателя ($\theta_0 \to 1$, $R_0 \to \lambda$) минимальное значение $\theta_n \sim (2l/l_n)^{1/2}/h_n l$ достигается при $x \sim a = (100 l_n l^2)^{1/3}$. Радиус пространственной поперечной корреляции поля в горизонтальной плоскости в области $\sqrt{3} h_n l R_0 < x < l_n$ имеет постоянное значение $\rho_\perp \approx \sqrt{3} l$. Если $x > l_n$, то $\rho_\perp \sim (h_n \theta_n)^{-1}$.

Взаимодействие мод приводит к возбуждению новых нормальных волн. Номера всех возбужденных мод лежат в интервале $|m-n| \leqslant n_0 \sqrt{1 + x/l_0}$, где n — номер волны, обладающей максимумом энергии. Учет в уравнении (5) второй производной $\partial^2 D_n/\partial n^2$ меняет формулы для частотного (при $x > l_n \Omega_0^2 \tau_0^2$) и углового (во второй зоне) спектров моды m на коэффициент $\sqrt{1 - (m-n)^2 l_n l_0 / n_0^2 (x + l_0)^2} \geqslant \sqrt{1 - l_n/(x + l_0)} \approx 1$. Таким образом, в диффузионном приближении при оценке частотного и углового спектров нормальной волны перераспределением энергии между модами можно пренебречь. Если в распределении энергии по модам имеется только один максимум, то в качестве оценки частотного и углового спектров полного поля можно использовать оценки, полученные для моды, энергетический вклад которой в сумму (1) максимален.

В [2] рассмотрен подводный волновод с каноническим профилем скорости звука и случайным полем внутренних волн, которое описывается спектром Гарретта — Манка [11]. Численные значения коэффициентов взаимодействия мод, аналогичных $M_n^m(0, 0)$ $(m \neq n)$, представленные в [12], показывают, что число эффективно взаимодействующих нормальных волн $N_n \leqslant 5$. Используя результаты работы [12], для коэффициентов l_n на частотах 50, 100, 200 Гц получим значения 500, 130 и 30 км. В случае ненаправленного излучателя минимальное значение ширины углового спектра $7 \cdot 10^{-5}$, $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ и $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ (частоты 50, 100 и 200 Гц) достигаются на расстоянии 170, 100 и 65 км (масштаб корреляции неоднородностей $l \sim 10$ км [2]). Так как в диапазоне частот $50 \div 200$ Гц коэффициенты $l_n \sim f^{-2}$, то на расстоянии $x > 170$ км ширина углового спектра поля в горизонтальной плоскости θ не зависит от частоты. При $x \sim 1000$ км: $\pi\theta \sim 10^{-3}$, $\rho_\perp \sim 400\lambda$; при $x \sim 10^4$ км: $\pi\theta \sim 4 \cdot 10^{-3}$,

$\rho_\perp \sim 130\lambda$. Таким образом, влияние случайного поля внутренних волн не может привести к уширению углового спектра звука в горизонтальной плоскости на величину, большую, чем $\pi\theta \sim 4\cdot 10^{-3}$.

Равновесное распределение энергии по модам $(2n_0\sqrt{1+x/l_0} \sim N)$, которому в вертикальной плоскости на оси канала соответствует ширина углового спектра полного поля, равная критическому углу волновода, для $2n_0 \ll N$ наступает при $x \sim l_n N^2/(N_n^2-1)$. Так как $l_n \sim f^{-2}$, $N \sim f$, то $x \sim 5\cdot 10^4$ км не зависит от частоты (в диапазоне 50—200 Гц). Следовательно, в глубоком море влияние поля внутренних волн не может привести к установлению равновесного распределения энергии по модам, если начальные условия возбуждения такие, что в энергетическом спектре имеется только один максимум с шириной $2n_0 \ll N$.

Рассмотрим интерференционную структуру акустического поля в волноводе с двумерными статическими неоднородностями $\delta c(x, y, z, t) = \delta c(x, z)$ $(M_{n\mu}^{\nu m} = \text{const})$. Пусть поле является монохроматическим и статистически однородным по координате y. Тогда вторые моменты $\overline{B}_n^\nu$ не зависят от переменных y и t и стоящие в системе (4) слагаемые вида $\overline{G}_n B_n^\nu$ равны нулю.

Предположим, что условие синхронизма с модами n и ν $(n \neq \nu)$ выполняется только для одной пары мод m и μ. Тогда, решая замкнутую систему уравнений для функций $\overline{B}_n^\nu(x)$ и $\overline{B}_m^\mu(x)$ с начальными условиями $\overline{B}_n^\nu(0)=1$ и $\overline{B}_m^\mu(0)=0$, получим, что при $x>0$ моды m и μ становятся частично когерентными. Эта когерентность обеспечивается взаимной корреляцией случайных компонент, которые получаются в результате рассеяния моды n в моду m и моды ν в моду μ. Указанное свойство проявляется в случае мод m и μ, которые могут между собой и не взаимодействовать $(M_{m\mu}^{\mu m}=0)$. Появление частичной когерентности волн m и μ приводит к тому, что на глубинах z, совпадающих с нулями собственных функций $\varphi_n(z)$ или $\varphi_\nu(z)$, но не совпадающих с нулями функций $\varphi_m(z)$ и $\varphi_\mu(z)$, возникают осцилляции средней интенсивности полного поля, обладающие пространственным периодом, близким к $l_{m\mu}$.

В каноническом канале на частотах, превышающих 100 Гц, $S=|h_n+h_{n+2}-2h_{n+1}|^{-1} \gtrsim 10^4$ км $(2\pi l_{nn+1}=2\pi|h_n-h_{n+1}|^{-1} \sim 40-60$ км). Поэтому условию синхронизма с модами n и $n+1$ может удовлетворять большое число пар мод $M=2S/l_n \gg 1$ с номерами m и $m+1$. Из решения системы уравнений (4) для функций взаимной когерентности $\overline{B}_{mm}^{n+1}(x)$ при $M>N_n$ получим масштаб затухания интегральной величины $\sum_m \overline{B}_m^{m+1}$ равным $l_3 \sim l_n(72S^2/N_n^2 l_n^2)^{1/3} = l_n(18M^2/N_n^2)^{1/3}$. Следовательно, при не очень большом числе взаимодействующих мод $l_3 \gg l_n$, т. е. крупномасштабная интерференционная структура затухает значительно слабее, чем когерентное поле. Для рассмотренного в [2, 12] канала в диапазоне частот 50—200 Гц $l_n \sim f^{-2}$. Так как $S \sim f$, то $l_3 \sim 3\cdot 10^3$ км не зависит от частоты. Взаимодействие функций когерентности приводит к изменению периода осцилляций средней интенсивности полного поля, обусловленного интерференцией двух соседних мод. При начальных условиях возбуждения $\overline{B}_n^{n+1}(0)=1$, $\overline{B}_m^{m+1}(0)=0$ $(m \neq n)$ смещение масштаба интерференции по сравнению со случаем регулярного канала для волн с номерами m и $m+1$ $(m \neq n)$ равно $\Delta l_m \sim (m-n)\pi l_{mm+1}^2/S$. На частоте 100 Гц: $\Delta l_{n+1} \approx -\Delta l_{n-1} \sim 30$ м. В предельном случае $S \to \infty$ (спектр волновых чисел h_n эквидистантный) функция $|\overline{B}_n^{n+1}|$ спадает по степенному закону $x^{-1/2}$. При этом происходит диффузионный перенос взаимной когерентности флуктуационных компонент соседних нормальных волн по модовому спектру. Глубина модуляции интерференционной структуры полного поля, обусловленная когерентностью волн с номерами m и $m+1$ $(m \neq n)$, достигает при $x \sim 12 l_n (m-n)^2/(N_n^2-1)$ максимальной величины $|\overline{B}_m^{m+1}| \sim 1/4|m-n|$. Если $N_n \sim 9$, то для $m=n+1$: $|\overline{B}_{n+1}^{n+2}| \sim 0{,}25$ при $x \sim 0{,}15 l_n$; для $m=n+2$: $|\overline{B}_{n+2}^{n+3}| \sim 0{,}1$ при $x \sim 0{,}6 l_n$.

Сделанные оценки показывают, что при большом числе пар мод, удовлетворяющих условию синхронизма, интерференционная структура определяется не только средним полем, но и частичной когерентностью случайных компонент нормальных волн и вследствие этого затухает значительно слабее, чем когерентное поле. Если же $M<N_n$, то интерференционная структура определяется только когерентным полем, и при расчете средней интенсивности случайные компоненты мод можно складывать некогерентным образом.

В заключение выражаю благодарность Л. С. Долину за полезное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Распространение волн и подводная акустика/Под ред. Келлера Дж. Б. и Пападакиса Дж. С. М.: Мир, 1980.
2. *Dozier L. B., Tappert F. D.* Statistic of normal mode amplitudes in a random ocean. Theory.— JASA, 1978, v. 63, № 2, p. 353—365.
3. *Нечаев А. Г.* Акустическое поле в волноводе со статистически неровной стенкой в приближении марковского случайного процесса.— Изв. вузов. Радиофизика, 1983, т. 26, № 4, с. 427—433.
4. *Нечаев А. Г.* Система связанных уравнений для амплитуд нормальных волн акустического поля в подводном волноводе со случайными неоднородностями.— Тез. докл. II Всесоюз. съезда океанологов. Ялта, Севастополь. Изд-во МГИ, 1982, вып. 4, ч. I, с. 45—46.
5. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
6. *Долин Л. С., Нечаев А. Г.* Модовое описание интерференционной структуры акустического поля в волноводе со статистически неровной стенкой.— Изв. вузов. Радиофизика, 1981, т. 24, № 11, с. 1337—1344.
7. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О влиянии случайного поля внутренних волн на распространение звука в океане.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 183—191.
8. *Артельный В. В., Раевский М. А.* Взаимодействие звуковых волн с тонкой термохалинной структурой.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 6, с. 728—734.
9. *Абросимов Д. И., Долин Л. С.* О поверхностной реверберации при волноводном распространении звука в океане.— Акуст. журн., 1981, т. 27, № 6, с. 808—816.
10. *Долин Л. С.* О распространении узкого пучка света в среде с сильно анизотропным рассеянием.— Изв. вузов. Радиофизика, 1966, т. 9, № 1, с. 61—71.
11. *Garret G., Munk W. H.* Space-time scales of internal waves: A progress report — J. Geophys. Res., 1975, v. 80, № 3, p. 291—297.
12. *Dozier L. B., Tappert F. D.* Statistic of normal mode amplitudes in a random ocean. Computations.— JASA, 1978, v. 64, № 2, p. 533—547.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22.XI.1983