АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 3

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 534

ОТРАЖЕНИЕ ПЛАСТИНЧАТЫХ СДВИГОВЫХ МОД ОТ СИСТЕМЫ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ОДНОЙ ИЗ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛАСТИНЫ

Гуляев Ю.В., Магомедов М.А., Мейланов Р.П.

Взаимодействие сдвиговых мод пластины (СМП) с периодической неоднородностью ранее рассматривалось в [1], однако авторами предполагалось, что неоднородностью обладают обе поверхности пластины. Результаты были получены для первых трех мод и не содержали случая изменения номера моды при ее брэгговском отражении.

В настоящем сообщении рассматривается взаимодействие СМП с неоднородностью на одной из сторон пластины. Изотропная пластина занимает область $-d\leqslant z\leqslant 0$. Направление распространения волны – вдоль оси x, смещения в волне $\mathbf{V}=\{0,\ v(x,\ z),\ 0\}$. Неоднородность верхней поверхности пластины имеет вид $z=a(x)=\eta\cos kx$, $(0\leqslant x\leqslant L)$, где $2\pi/k$ – период неоднородности, η – ее амплитуда. Смещения $v(x, z)$ в пластине подчиняются уравнению

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\omega^2c^{-2}\right]v(x,z)=0. \tag{1}$$

Здесь ω – частота колебаний, c – скорость сдвиговых волн в материале пластины. Решение уравнения (1) находится методом многих масштабов [2, 3], в котором амплитуда неровности η служит малым параметром разложения. Искомое решение должно удовлетворять граничным условиям

$$\frac{\partial v}{\partial z}+k\eta\sin kx\frac{\partial v}{\partial x}=0 \quad \text{при} \quad z=a(x),$$

$$\partial v/\partial z=0 \quad \text{при} \quad z=-d.$$

Опуская вычисления, приведем лишь окончательные результаты. Дисперсионное уравнение для падающей и отраженной СМП в области $0\leqslant x\leqslant L$ (под решеткой) с точностью до η^2 имеет вид

$$\beta=\frac{k}{2}+\frac{[(v_{gm}-v_{gn})\omega_1\pm\{(v_{gm}+v_{gn})^2\omega_1^2-4\eta^2v_{gm}v_{gn}F_mF_n\}^{1/2}}{2v_{gm}v_{gn}}. \tag{2}$$

Здесь

$$F_j=\frac{c^2\left[\left(\frac{j\pi}{d}\right)^2+k\beta_i\right]}{2\omega_0 d}$$

$(j=m,\ n)$ – коэффициент связи между падающей и отраженной СМП; v_{gj} и β_j – соответственно групповая скорость и волновой вектор СМП в нулевом приближении (т. е. найденные без учета неоднородности границы); ω_0 – частота, на которой взаимодействуют m- и n-я моды, определяется из условия Брэгга $\beta_m=-\beta_n+k$; $\omega_1=\omega-\omega_0$.

Из (2) очевидно существование полосы заграждения ($\operatorname{Im}\beta\neq 0$), что указывает на взаимодействие мод. В частотном диапазоне $\omega_-<\omega_1<\omega_+$, $\omega_\pm=(2\eta(v_{gm}v_{gn}F_mF_n)^{1/2}/(v_{gm}+v_{gn})$ волна испытывает затухание, достигающее на частоте $\omega_1=(\omega_-+\omega_+)/2$ максимального значения $\eta(F_mF_n/v_{gm}v_{gn})^{1/2}$. Если номера падающей и отраженной мод совпадают, то $\beta_m=\beta_n=k/2$, $v_{gm}=v_{gn}=v_g$, $F_m=F_n=F$. В этом симметричном случае волновой вектор в полосе заграждения как у падающей, так и у отраженной волн остается постоянным и равным своему значению в нулевом приближении $\beta_0=k/2$. В несимметричном случае ($m\neq n$) волновой вектор в полосе заграждения меняется линейно с частотой.

В симметричном случае комплексный коэффициент отражения, определяемый в плоскости $x=0$,

$$R(0)=\Gamma\cdot e^{i\Phi}=-\frac{i\eta F\sin(qL)}{qv_g\cos(qL)+i\omega_1\sin(qL)},$$

где $q=\beta-k/2$. Относительная ширина полосы заграждения решетки длиной $L=2\pi N/k$ равняется $\Delta\omega/\omega_0=2/\omega_0[\eta^2F^2+(v_gk/2N)^2]^{1/2}$.

Найденные выражения позволяют рассчитывать структуру узкополосных акустоэлектронных устройств на СМП, таких как резонаторы и фильтры на отражательных решетках.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Auld B. A., Yen B.-H.* Theory of surface skimming SH wave guidance by a corrugated surface.— Proc. IEEE Ultrason Symp. 1979, p. 786–790.
2. *Seshadri S. R.* Love wave interaction in a thin film with a periodic surface corrugation.— IEEE Trans. on Sonics Ultrason. 1978, v. SU-25, N 6, p. 378–383.
3. *Найфэ А.* Введение в теорию возмущений. М.: Мир, 1984.

Институт радиотехники и электроники Академии наук СССР

Поступило в редакцию 24.XII.1984

УДК 534.222.2

АКУСТИЧЕСКАЯ БИСТАБИЛЬНОСТЬ СРЕДЫ С ПУЗЫРЬКАМИ

Заболотская Е. А.

Жидкость с пузырьками газа обладает сильной нелинейностью, обусловленной пузырьками. Известно, что резонансная частота нелинейного осциллятора зависит от амплитуды колебаний [1, 2]. Явление нелинейного резонанса применительно к пузырькам отмечалось в [3–5].

В данной работе показано, что петля гистерезиса, характерная для зависимости амплитуды нелинейных колебаний от частоты, должна наблюдаться и в зависимости коэффициента затухания звуковых волн, распространяющихся в среде с пузырьками, от частоты.

Уравнение колебаний пузырька с точностью до кубических членов по величине возмущения объема v можно представить в виде

$$\ddot{v}+f\dot{v}+\omega_0^2 v=\alpha v^2+\beta(2\ddot{v}v+\dot{v}^2)-\mu v^3-\nu(v^2\ddot{v}+\dot{v}^2 v)-\varepsilon p. \qquad (1)$$

Все введенные здесь обозначения приведены в [4].

Комплексная амплитуда колебаний объема пузырька на частоте $\omega\cong\omega_0$ равна

$$V=\varepsilon A/2\omega_0\left(\Delta\omega+\frac{\eta}{2\omega_0}|V|^2-i\frac{f}{2}\right), \qquad (2)$$

где A – комплексная амплитуда волны звукового давления, $\Delta\omega=|\omega-\omega_0|$ – частотная расстройка, $\eta=-(\alpha-3\beta\omega_0^2)^2/2(4\omega^2-\omega_0^2)+(\alpha-\beta\omega_0^2)^2/\omega_0^2-3\mu/4+\nu\omega_0^2/2$. Выражение (2) определяет в неявном виде зависимость амплитуды колебаний пузырька от расстройки. В этой зависимости, начиная с некоторых значений амплитуды, наблюдается гистерезис [1, 2].

Для вычисления мощности потерь в пузырьке умножим каждый член уравнения (1) на $\dot{v}$ и усредним по периоду. После этого получим

$$f\overline{\dot{v}^2}=-\varepsilon\overline{p\dot{v}}=\varepsilon w, \qquad (3)$$

где w – средняя за период мощность потерь в пузырьке. Она равна

$$w=f\overline{\dot{v}^2}/\varepsilon=f\omega_0^2|V|^2/2\varepsilon. \qquad (4)$$

Подставляя в (4) выражение (2) для V, получим

$$w=f\varepsilon|A|^2/8\left[\left(\Delta\omega+\frac{\eta}{2\omega_0}|V_1|^2\right)^2+\frac{f^2}{4}\right]. \qquad (5)$$

Если ввести сечение ослабления звука на пузырьке и вычислить его, то получится

$$\sigma=\frac{w}{I}=\frac{4\pi R_0^2(\delta/kR_0)}{\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}+\frac{\eta}{\omega_0^2}|V_1|^2\right)^2+\delta^2}, \qquad (6)$$

где $\delta=1/Q$, (Q – добротность пузырька), $I=|A|^2/2\rho c$ – интенсивность звука, k – волновое число, R_0 – равновесный радиус пузыря. Выражение (6) переходит в формулу (А 6.1.3.5) книги [6], если пренебречь нелинейностью.

Для дальнейшего изложения нужно ввести безразмерные переменные: $\tilde{\sigma}=\sigma kR_0/$