АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXI 1985 Вып. 4 | АКАДЕМИЯ НАУК СССР | Июль Август

Основан в 1955 г. | МОСКВА | *Выходит 6 раз в год*

УДК 534.28

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ПОЛЯ В ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

Абдуллаев С. С., Ниязов Б. А.

Предлагается асимптотический метод расчета пространственной корреляционной функции и распределения средней интенсивности акустического поля на больших расстояниях от пространственно-некогерентного источника в океаническом волноводе. Полученные выражения описывают осцилляционный характер вертикального распределения интенсивности.

Изучение пространственно-временной когерентности и распределения интенсивности низкочастотного звукового поля в океане является важной задачей акустики океана. Однако теоретический расчет этих характеристик в реальном океане осложняется при учете многих факторов: вертикальные и горизонтальные неоднородности океана; волнение его поверхности, турбулентность и др.

Точные замкнутые выражения для корреляционной функции и распределения средней интенсивности звукового поля до сих пор не удается получить даже в случае горизонтально-однородного океана с произвольным вертикальным профилем скорости звука. Между тем такие замкнутые выражения были бы практически важными, поскольку вертикальный профиль скорости звука зависит не только от местности, но и от времени года.

Существующие в настоящее время методы расчета указанных характеристик звукового поля основаны либо на приближении геометрической акустики [1, 2], либо на численном анализе [3—5]. Исследование вертикального распределения интенсивности в случае океана с однородным профилем скорости звука проводилось в [6].

В настоящей работе предлагается асимптотический метод расчета пространственной корреляционной функции звукового поля в океане с произвольным плавно меняющимся вертикальным профилем скорости звука. Рассматривается конкретная задача расчета пространственной корреляционной функции и вертикального распределения средней интенсивности звука в горизонтально-однородном океане на достаточно большом расстоянии от протяженного пространственно-некогерентного источника.

Заметим, что предлагаемый метод впервые был применен в работе [7] для расчета корреляционной функции и интенсивности оптического поля в плоском многомодовом волноводе.

Поместим начало координат в центре протяженного источника, ось z направим вдоль вертикального направления. Вектор $\mathbf{r}=(x, y)$ лежит в горизонтальной плоскости. Поверхность океана $z=0$ и дно $z=-h$ будем считать плоскими.

© Издательство «Наука», «Акустический журнал», 1985 г.

На монохроматическое волновое поле $u(\mathbf{r}, z)e^{-i\omega t}$ частоты $f=\omega/2\pi$ наложим следующие граничные условия на поверхности и жестком дне волновода:

$$u(\mathbf{r}, z)\,|_{z=0}=0; \quad \frac{\partial}{\partial z}u(\mathbf{r}, z)\,|_{z=-h}=0. \tag{1}$$

Пусть вертикальный профиль скорости звука описывается плавной функцией $c(z)$. Тогда волновое поле $u(\mathbf{r}, z)$, создаваемое источником звука, удовлетворяет уравнению

$$[\Delta+k^2n^2(z)]u(\mathbf{r}, z)=q(\mathbf{r}, z), \tag{2}$$

где Δ — оператор Лапласа, $k=\omega/c_0$ — волновое число в однородной среде, c_0 — скорость звука в однородной среде, $n(z)=c_0/c(z)$ — показатель преломления.

Функцию $q(\mathbf{r}, z)$, которая пропорциональна распределению объемных скоростей точечных источников, будем считать случайной функцией координат $(\mathbf{r}, z)$ с корреляционной функцией

$$B_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z, z')=\langle q(\mathbf{r}, z)q^*(\mathbf{r}', z')\rangle=b(\mathbf{r}, z)\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(z-z'). \tag{3}$$

Скобки $\langle\ldots\rangle$ — означают усреднение по ансамблю реализаций случайных функций $q(\mathbf{r}, z)$. Величина $b(\mathbf{r}, z)$ описывает распределение интенсивности по истичнику звука, имеющему горизонтальные $l_\parallel$ и вертикальные $l_\perp$ размеры, значительно превосходящие длину волны звукового поля λ.

Решение уравнения (2) можно записать в виде [2, 8]

$$u(\mathbf{r}, z)=\int d^2r'\int dz'G(\mathbf{r}, z; \mathbf{r}', z')q(\mathbf{r}', z'). \tag{4}$$

Здесь $G(\mathbf{r}, z; \mathbf{r}', z')$ — функция Грина волнового уравнения (2):

$$G(\mathbf{r}, z; \mathbf{r}', z')=(i/4)\sum_m C_m\varphi_m(z)\varphi_m(z')H_0^{(1)}(k_m|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|). \tag{5}$$

В выражении (5) $H_0^{(1)}(t)$ — функция Ганкеля первого рода, $\{\varphi_m(z)\}$ — собственные функции мод волнового канала с собственными значениями k_m, нормированные условием

$$\int_{-h}^{0}\varphi_m(z)\varphi_n(z)\,dz=\delta_{mn}C_m^{-1}.$$

Собственные значения k_m принимают значения в интервале $0<k_m<kn_0$, где $n_0=\max n(z)$.

Если точка наблюдения поля $(\mathbf{r}, z)$ находится на расстоянии от источника, значительно превышающем его размеры, то, используя асимптотическое представление функции $H_0^{(1)}(t)$ при большом аргументе и разлагая выражение $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ по степеням отношения $\mathbf{r}'/|\mathbf{r}|\ll 1$, получим следующее представление поля (4) в дальней зоне:

$$u(\mathbf{r}, z)=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{2i}{\pi r}}\sum_m\frac{C_m}{k_m}\varphi_m(z)e^{ik_mr}\times$$
$$\times\int d^2r'\int dz'\varphi_m(z')e^{ik_m\mathbf{r}\mathbf{r}'/r}q(\mathbf{r}', z'); \quad (r=|\mathbf{r}|). \tag{6}$$

Определим пространственную корреляционную функцию звукового поля выражением

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{z}_1; r_2, z_2)=\frac{1}{2ik}\left\langle\frac{\partial u(\mathbf{r}_1, z_1)}{\partial r_1}\dot{u}(\mathbf{r}_2, z_2)-\frac{\partial u(\mathbf{r}_2, z_2)}{\partial r_2}u(\mathbf{r}_1, z_1)\right\rangle, \tag{7}$$

которое при совпадающих координатах $\mathbf{r}_1=\mathbf{r}_2$, $z_1=z_2$ равно энергии, переносимой звуковой волной через единичную площадь за единицу времени в радиальном направлении.

Будем рассматривать вертикальный разброс точек наблюдения, т. е. $\mathbf{r}_1=\mathbf{r}_2=\mathbf{r}$, $z_1\neq z_2$. Подставляя выражение (6) в (7) и оставляя члены порядка $1/r$, получим

$$\Gamma(\mathbf{r}; z_1, z_2)=\frac{1}{2\pi rk}\sum_m\sum_{m'}C_mC_{m'}\frac{k_m+k_{m'}}{(k_mk_{m'})^{1/2}}\times$$
$$\times\beta_{mm'}(\mathbf{r})\,\varphi_m(z_1)\,\varphi_{m'}(z_2)\,e^{i(k_m-k_{m'})z}, \tag{8}$$

где величина $\beta_{mm'}$ с учетом δ-коррелированности случайной функции источника $q(\mathbf{r}, z)$ равна

$$\beta_{mm'}(\mathbf{r})=\frac{1}{4}\int d^2r'\int dz'b(\mathbf{r}', z')\,\varphi_m(z')\,\varphi_{m'}(z')\,e^{i(k_m-k_{m'})\mathbf{r}\mathbf{r}'/2}. \tag{9}$$

Проанализируем последнее выражение. Очевидно, при выполнении условия

$$|k_m-k_{m'}|l_\parallel>\pi \tag{10}$$

недиагональные элементы матрицы $\beta_{mm'}(\mathbf{r})$ становятся пренебрежимо малыми.

В случае, если одна из мод является низшей, имеем $|k_m-k_{m'}|\approx k_m\approx\approx 2\pi/\lambda$, и так как горизонтальные размеры источника значительно превосходят длину волны, то неравенство (10) справедливо.

Для высших мод можно считать, что $\min|k_m-k_{m'}|\approx dk_m/dm$. Согласно ВКБ приближению, собственные значения мод k_m определяются из условия

$$k\int_{z_m}^{z_m'}[n^2(z)-k_m^2/k^2]^{1/2}dz=\pi(m+\alpha), \tag{11}$$

где z_m и z_m' — точки поворота траектории лучей, α — некоторый фазовый сдвиг. Дифференцируя обе части (11) по m, легко получить оценку

$$\frac{dk_m}{dm}=\frac{\pi k}{k_mL_m^0},\quad L_m^0=\int_{z_m}^{z_m'}[n^2(z)-k_m^2/k^2]^{-1/2}dz, \tag{12}$$

где L_m^0 — длина цикла луча, соответствующего m-й моде. Для мод с большими номерами m справедливо неравенство $k_m\ll k$, а $L_m^0\approx h$. Тогда если горизонтальные размеры источника удовлетворяют соотношению $l_\parallel<h$, то неравенство (10) остается справедливым и в этом случае.

Таким образом, величины $\beta_{mm'}(\mathbf{r})$ при $m\neq m'$ пренебрежимо малы по сравнению с диагональными элементами $\beta_{mm}(\mathbf{r})$, равными

$$\beta_{mm}(\mathbf{r})=(1/4)\int d^2r'\int dz'b(\mathbf{r}', z')\,\varphi_m^2(z'). \tag{13}$$

Поскольку вертикальные размеры источника $l_\perp$ значительно превышают длину волны, то величина $\beta_{mm}(\mathbf{r})$ будет плавно меняющейся функцией номера m.

Окончательно для пространственной корреляционной функции получим выражение

$$\Gamma(r; z_1, z_2)=\frac{1}{\pi kr}\sum_m B_m\varphi_m(z_1)\,\varphi_m(z_2), \tag{14}$$

где $B_m=C^2_m\beta_{mm}$.

Из выражений (13) и (14) следует, что в дальней зоне корреляционные свойства и вертикальное распределение средней интенсивности поля, даваемое выражением (14) при совпадающих z_1 и z_2, не зависят от местоположения источника, не считая цилиндрического убывания как $1/r$.

Перейдем к аналитическому расчету корреляционной функции (14). Известно, что величина

$$g(\varepsilon; z, z') = \lim_{\eta \to 0} \sum_m \frac{\varphi_m(z)\varphi_m(z')}{k^2\varepsilon - k_m^2 - i\eta} \tag{15}$$

является функцией Грина одномерного уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2[n^2(z) - \varepsilon]\right) g(\varepsilon; z, z') = -\delta(z - z'). \tag{16}$$

Воспользовавшись (15) и соотношением

$$\lim_{\eta \to 0} \operatorname{Im} \frac{1}{x \pm i\eta} = \mp \pi\delta(x), \tag{17}$$

запишем выражение (14) в виде

$$\Gamma(r; z_1, z_2) = \frac{k}{\pi^2 r} \int_{\varepsilon_F}^{n_0^2} d\varepsilon B(\varepsilon) \operatorname{Im} g(\varepsilon; z_1, z_2), \tag{18}$$

где $\varepsilon_F = \min[k_m^2/k^2]$, а $B(\varepsilon)$ — плавная функция непрерывно меняющегося параметра ε, принимающая в точках $\varepsilon = k_m^2/k^2$ значения, равные B_m.

В реальных подводных звуковых каналах масштаб существенного изменения показателя преломления $n(z)$ значительно превышает длину волны звукового поля $\lambda = 2\pi/k$, поэтому можно воспользоваться ВКБ приближением. Используя коротковолновую асимптотику функции Грина [9] уравнения (16), получим

$$\Gamma(r; z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_{\varepsilon_F}^{n_0^2} d\varepsilon B(\varepsilon) \sum_j \frac{1}{[p_\varepsilon(z_1) p_\varepsilon(z_2)]^{1/2}} \times$$

$$\times \cos\left\{k \int_{\gamma_j} p_\varepsilon(s)\, ds + \psi_1 N_j^{(1)} + \psi_2 N_j^{(2)}\right\}. \tag{19}$$

В выражении (19) $p_\varepsilon(z) = [n^2(z) - \varepsilon]^{1/2}$; суммирование проводится по всем траекториям, соединяющим точки z_1 и z_2 при данном значении постоянной распространения $k_\varepsilon = k\sqrt{\varepsilon}$; интегрирование в аргументе тригонометрической функции проводится вдоль дуги γ_j на j-й траектории. Целые положительные числа $N_j^{(1)}$ и $N_j^{(2)}$ представляют собой соответственно числа нижних и верхних точек поворота на j-й траектории. При каждом отражении от точек поворота волна приобретает соответственно фазовые сдвиги ψ_1 и ψ_2.

Далее для конкретности рассмотрим профиль показателя преломления, который принимает максимальное значение в некоторой плоскости $z_\mu (-h < z_\mu < 0)$ и монотонно убывает при удалении от этой плоскости вертикально вниз и вверх.

Введем обозначения:

$$\sigma_\varepsilon(z) = \int_{z_\varepsilon}^{z} p_\varepsilon(z')\, dz', \quad \sigma_\varepsilon^0 = \int_{z_\varepsilon}^{z_\varepsilon'} p_\varepsilon(z')\, dz',$$

$$L_\varepsilon(z) = \int_{z_\varepsilon}^{z} \frac{dz'}{p_\varepsilon(z')}, \quad L_\varepsilon^0 = \int_{z_\varepsilon}^{z_\varepsilon'} \frac{dz'}{p_\varepsilon(z')}. \tag{20}$$

Здесь z_ε и z_ε' соответственно нижняя и верхняя точки поворота траектории при данном значении ε.

Рассмотрим поведение пространственной корреляционной функции при различных значениях расстояния между точками наблюдения $\Delta z = |z_2 - z_1|$.

При малых расстояниях Δz, меньших, чем некоторое критическое значение $z_к=\pi/kn(z)$, корреляционную функцию можно представить в виде

$$\Gamma(r;\ z_1,\ z_2)=\Gamma^{(0)}(r;\ z_1,\ z_2)+\Gamma^{(1)}(r;\ z_1,\ z_2), \tag{21}$$

где $\Gamma^{(0)}(r;\ z_1,\ z_2)$ определяет главный вклад в корреляционную функцию, что соответствует в (19) траектории, соединяющей точки z_1 и z_2 напрямую (ее длина обращается в нуль при $z_1\to z_2$):

$$\Gamma^{(0)}(r;z_1,z_2)=\frac{1}{2\pi^2 r}\int\limits_{\varepsilon_F}^{n_0^2} d\varepsilon\,\frac{B(\varepsilon)}{[p_\varepsilon(z_1)\,p_\varepsilon(z_2)]^{1/2}}\cos\{kp_\varepsilon(z_1)\,|z_1-z_2|\}. \tag{22}$$

Величина $\Gamma^{(1)}(r;\ z_1,\ z_2)$ соответствует остальным траекториям, длина которых отлична от нуля при $z_1\to z_2$. Выражение для нее можно оценить асимптотическим разложением соответствующих интегралов в (19) по малому параметру $\xi=[kn(z)h]^{-1}\ll 1$. Интегрируя по частям, оставляя первый внеинтегральный член в нижнем пределе, главный по параметру ξ, и производя суммирование, получим

$$\Gamma^{(1)}(r;z_1,z_2)=\frac{B(\varepsilon_F)}{2\pi krL_F^0[p_F(z_1)\,p_F(z_2)]^{1/2}}\Big\{\sin(k[\sigma_F(z_1)-$$

$$-\sigma_F(z_2)]\times(\operatorname{ctg}\pi\nu_F^{(-)}(z_1,z_2)-[\pi\nu_F^{(-)}(z_1,z_2)]^{-1})+\sin(k[\sigma_F(z_1)+$$

$$+\sigma_F(z_2)])\operatorname{ctg}\pi\nu_F^{(+)}(z_1,z_2)\Big\}, \tag{23}$$

где $\nu_F^{(\pm)}(z_1,\ z_2)=[L_F(z_1)\pm L_F(z_2)]/L_F^0$, индекс F означает, что соответствующее выражение берется при значении $\varepsilon=\varepsilon_F$.

Заметим, что $\Gamma^{(0)}(r;\ z_1,\ z_2)$ в ξ^{-1} раз превышает $\Gamma^{(1)}(r;\ z_1,\ z_2)$. Из выражения (22) видно, что $z_к=\pi/kn(z)=\pi h\xi$ является длиной корреляции звукового поля, создаваемого некогерентным источником, вдоль вертикальной координаты. Таким образом, в дальней зоне длина корреляции звукового поля принимает конечное ненулевое значение порядка длины волны λ.

При больших значениях расстояния между точками наблюдения ($\Delta z>z_к$) вклад от всех траекторий в выражении (19) можно оценить асимптотически. При этом имеем:

$$\Gamma(r;z_1,z_2)=\frac{B(\varepsilon_F)}{2\pi krL_F^0[p_F(z_1)\,p_F(z_2)]^{1/2}}\{\sin(k[\sigma_F(z_1)-\sigma_F(z_2)])\times$$

$$\times\operatorname{ctg}\pi\nu_F^{(-)}(z_1,z_2)+\sin(k[\sigma_F(z_1)+\sigma_F(z_2)])\operatorname{ctg}\pi\nu_F^{(+)}(z_1,z_2)\}. \tag{24}$$

Для вертикального распределения интенсивности звукового поля можно получить замкнутое выражение, полагая в (21)—(23) $z_1=z_2=z$. Оно представляется в виде, аналогичном (21):

$$I(r,\ z)=I^{(0)}(r,\ z)+I^{(1)}(r,\ z), \tag{25}$$

где $I^{(0)}(r,\ z)$ — описывает регулярную часть интенсивности, получаемую в геометрооптическом приближении [1], а $I^{(1)}(r,\ z)$ — осцилляционную ее часть, которая в средней части канала в ξ^{-1} раз меньше $I^{(0)}(r,\ z)$.

Однако вблизи границ волновода осцилляционная часть интенсивности $|I^{(1)}(r,\ z)|$ возрастает до значения регулярной части, что приводит к убыванию полной интенсивности до нуля на поверхности волновода и возрастанию ее вблизи жесткой границы до удвоенного значения регулярной части.

Заметим, что подобная зависимость связана именно с осцилляционным характером поведения средней интенсивности, что не обсуждалось в работах [10, 11], где отмечено лишь наличие такого факта.

В заключение отметим, что полученные результаты легко обобщить на случай океана с мягким дном.

Авторы выражают благодарность Ю. А. Кравцову за критические замечания и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М.* Усредненное поле в подводном звуковом канале.– Акуст. журн., 1965, т. 11, № 2, с. 148–159.
2. Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974.
3. *Кряжев Ф. М., Кудряшов В. М.* Пространственная и временная корреляционные функции звукового поля в волноводе с неровными границами.– Акуст. журн., 1978, т. 24, № 2, с. 209–215.
4. *Kuperman W. A., Ingenito F.* Spatial correlation of surface generated noise in a stratified ocean.– J. Acoust. Soc. Amer., 1980, v. 67, № 6, p. 1988–1996.
5. *Абросимов Д. И.* О вертикальном распределении интенсивности звука в подводном звуковом канале.– Акуст. журн., 1983, т. 29, № 3, с. 309–314.
6. *Weston D. E.* Wave-theory peaks in range-averaged channels of uniform sound velocity.– J. Acoust. Soc. Amer., 1980, v. 68, № 1, p. 282–286.
7. *Абдуллаев С. С.* Пространственная когерентность и пространственные осцилляции интенсивности оптического поля в многомодовых волноводах.– ЖТФ, 1981, т. 51, № 4, с. 697–705.
8. *Алувэлья Д. С., Келлер Дж. Б.* Точные и асимптотические представления звукового поля в стратифицированном океане.– В кн.: Распространение волн и подводная акустика/Под ред. Келлера Дж. Б., Пападакиса Дж. С. М.: Мир, 1980.
9. *Киржниц Д. А., Шпатаковская Г. В.* Осцилляционные эффекты атомной структуры.– ЖЭТФ, 1972, т. 62, № 6, с. 2082–2096.
10. *Пузенко А. А.* Распределение средней интенсивности в закрытом квазиоптическом волноводе с флуктуирующим импедансом на одной из стенок.– Изв. вузов. Радиофизика, 1978, т. 21, № 6, с. 865–874.
11. *Чаевский Е. В.* Функция взаимной когерентности поля в регулярном волноводе, заполненном неоднородной средой.– Изв. вузов. Радиофизика, 1978, т. 21, № 3, с. 357–367.

Ташкентский государственный
университет им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию
27.II.1984