

УДК 551.463.26

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Постнов Г. А.

В лучевом приближении произведен расчет зависимости интенсивности акустического поля близ верхней неровной границы приповерхностного волновода в океане от расстояния до источника, а также угловой зависимости интенсивности. При этом многократное рассеяние на поверхности сводилось к повторяющимся однократным. Результаты расчета сопоставлены с оценкой, базирующейся на уравнении переноса излучения.

Вопросу распространения акустических волн в океаническом приповерхностном волноводе, верхняя граница которого — взволнованная поверхность, а нижняя определяется глубиной, на которой градиент скорости звука обращается в нуль, посвящено большое число работ. Для низкочастотных колебаний широко используется модовый подход (см., например, [1]). Менее исследована задача распространения высокочастотных колебаний, когда допустимо лучевое приближение. В работе [2] в указанном приближении проведен расчет зависимости когерентной компоненты рассеянного поля от дальности. В работе [3] приведены общие выражения для многократно рассеянного поля, однако расчетные формулы получены лишь для очень пологих неровностей. В работе [4] указано на возможность использовать уравнение переноса излучения для оценки многократно рассеянного поля.

В настоящей работе произведен расчет распространения некогерентной компоненты высокочастотного поля в приповерхностном волноводе при менее ограничительных, чем в [3], условиях и полученное решение сопоставлено с результатами оценочного расчета на базе уравнения переноса.

Будем рассматривать среду, скорость звука в которой зависит лишь от глубины, и дно является полностью поглощающим. Везде будем принимать, что излучатель и приемник находятся близ поверхности на глубине, определяемой условием применимости лучевой теории. Это предположение позволяет получить симметричную запись основных формул, но не ограничивает общность полученных результатов, что будет показано ниже. Далее, будем считать профиль скорости звука таким, что имеется взаимно однозначное соответствие между углом выхода луча от поверхности ψ и расстоянием от точки выхода до точки возвращения луча к поверхности r . Тогда интенсивность на поверхности акустического поля, не испытавшего рассеяния, запишется так:

$$I^{(0)}(\mathbf{R}_0) = \frac{I_0}{4\pi r_0^2} e^{-\beta r_0 f(\mathbf{n}_0)}; \quad (1)$$

$$0 < |\mathbf{R}_0| \leq \Delta, \quad r_0 = |\mathbf{R}_0|,$$

где β — коэффициент затухания, f — фактор фокусировки, \mathbf{n}_0 — единичный вектор, определяющий направление выхода луча из источника, Δ — максимальная длина цикла в приповерхностном волноводе, I_0 — мощность источника. Если на неровной рассеивающей поверхности можно выбрать площадку, достаточно большую по сравнению с масштабом корреляции

неровностей, и вместе с тем достаточно малую, чтобы можно было пренебречь изменением \mathbf{R}_0 и \mathbf{n}_0 на ней, и произвести интегрирование по всем возможным площадкам, то интенсивность однократно рассеянного поля запишется так:

$$I^{(1)}(\mathbf{R}_1) = \int \frac{I^{(0)}(\mathbf{R}_0)}{2\pi\Delta R_1^2} e^{-\beta\Delta R_1} f(\mathbf{n}_1) m(\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_0) d\mathbf{R}_0; \quad 0 < |\mathbf{R}_1| \leq 2\Delta; \\ \Delta R_1 = |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0|, \quad (2)$$

где m — коэффициент рассеяния поверхности; радиус-вектор \mathbf{R}_0 считается проведенным из источника в центр площадки. Аналогично интенсивность рассеянного поля n -й кратности может быть выражена через интенсивность рассеянного поля $(n-1)$ -й кратности так:

$$I^{(n)}(\mathbf{R}_n) = \int \frac{I^{(n-1)}(\mathbf{R}_{n-1})}{2\pi\Delta R_n^2} e^{-\beta\Delta R_n} f(\mathbf{n}_n) m(\mathbf{n}_n - \mathbf{n}_{n-1}) d\mathbf{R}_{n-1}, \\ 0 < |\mathbf{R}_n| \leq (n+1)\Delta; \quad \Delta R_n = |\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n-1}|. \quad (3)$$

Запись в такой форме пригодна для расположения источника и приемника непосредственно близ поверхности (вектор падающего на площадку луча обратен вектору рассеяния луча на единицу меньшей кратности). При произвольном расположении источника вместо $m(\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_0)$ в (2) должен стоять сомножитель $m(\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_1')$, где \mathbf{n}_1' — вектор падающего луча. При произвольном расположении приемника, зная интенсивность многократно рассеянного поля близ поверхности, легко найти интенсивность в точке приема по формуле (3).

Перепишем (3) с учетом осевой симметрии задачи в виде:

$$I^{(n)}(r_n) = \frac{1}{2\pi} \int_{r_n - \Delta}^{r_n + \Delta} r_{n-1} I^{(n-1)}(r_{n-1}) M_n(r_n, r_{n-1}, r_{n-2}) f(r_{n-1} r_{n-1}) dr_{n-1}, \quad (4)$$

где

$$r_n = |\mathbf{R}_n|, \quad \Delta\varphi_n = \varphi_n - \varphi_{n-1}. \\ M_n = 2 \int_0^{\Delta\hat{\varphi}_n} \frac{m(r_n, r_{n-1}, r_{n-2}, \delta\varphi_n(\Delta\varphi_n))}{\Delta R_n^2(\Delta\varphi_n)} e^{-\beta\Delta R_n(\Delta\varphi_n)} d\Delta\varphi_n; \quad (5)$$

$$\Delta R_n = (r_n^2 + r_{n-1}^2 - 2r_n r_{n-1} \cos \Delta\varphi_n)^{1/2}; \quad \Delta\hat{\varphi}_n = \arccos \frac{r_n^2 + r_{n-1}^2 - \Delta^2}{2r_n r_{n-1}}.$$

Обозначения показаны на фиг. 1.

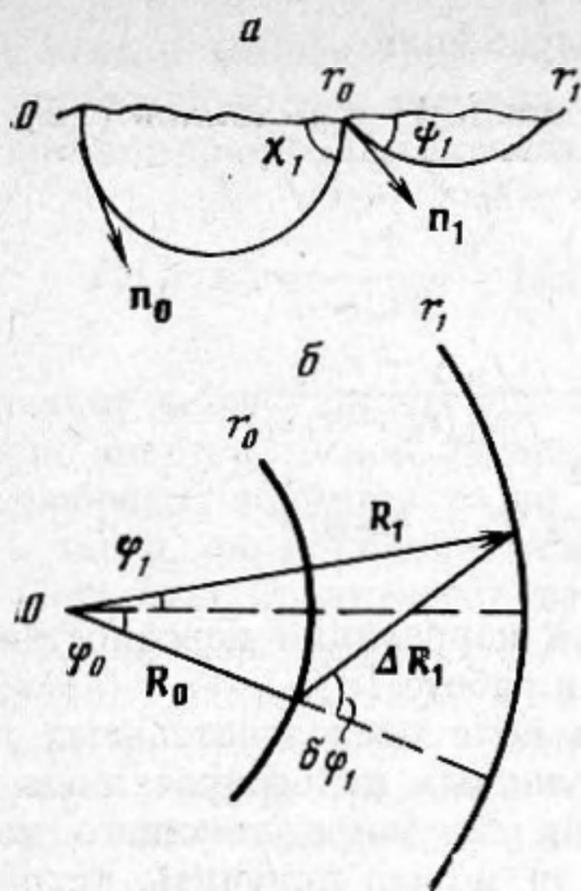
В некоторых важных случаях могут быть найдены аналитические выражения для функций M_n , что позволит вдвое уменьшить кратность интегралов, описывающих многократно рассеянное поле. Приведем два примера, когда удастся найти аналитическую оценку M_n . В дальнейшем при всех расчетах принимается, что градиент скорости звука в приповерхностном волноводе постоянен и равен a , откуда $\varphi_n \simeq (r_n - r_{n-1})a/2$. Если поверхность имеет мелкомасштабные неровности, то, воспользовавшись выражением для m из [2], получим

$$M_n \simeq \frac{a^4}{2\pi} (k\sigma)^2 (k\rho)^2 (r_{n-1} - r_{n-2})^2 \int_0^{\Delta\hat{\varphi}_n} e^{-\beta\Delta R_n(\Delta\varphi_n)} d\Delta\varphi_n.$$

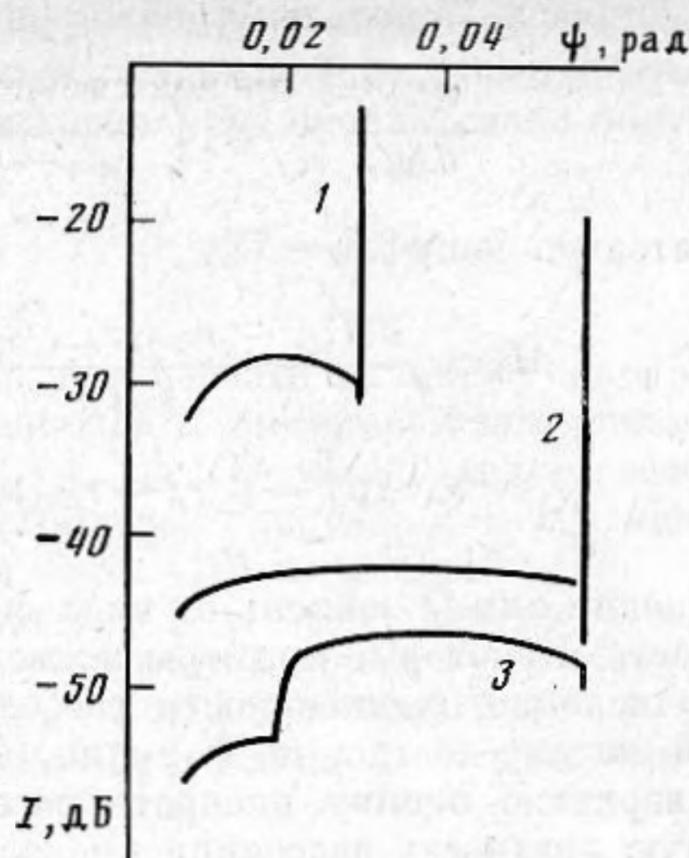
Здесь σ^2 и ρ — дисперсия и интервал корреляции неровностей поверхности, k — волновое число. Считая $\beta\Delta R_n$ малым и разлагая экспоненту в ряд, окончательно получим

$$M_n \simeq \frac{a^4}{2\pi} (k\sigma)^2 (k\rho)^2 (r_{n-1} - r_{n-2})^2 \left\{ \Delta\hat{\varphi}_n [1 + \beta^2 (r_n^2 + r_{n-1}^2)] - \right. \\ \left. - 2\beta (r_n + r_{n-1}) E \left(\frac{\Delta\hat{\varphi}_n}{2}; \frac{2\sqrt{r_n r_{n-1}}}{r_n + r_{n-1}} \right) - 2\beta^2 r_n r_{n-1} \sin \Delta\hat{\varphi}_n \right\}, \quad (6)$$

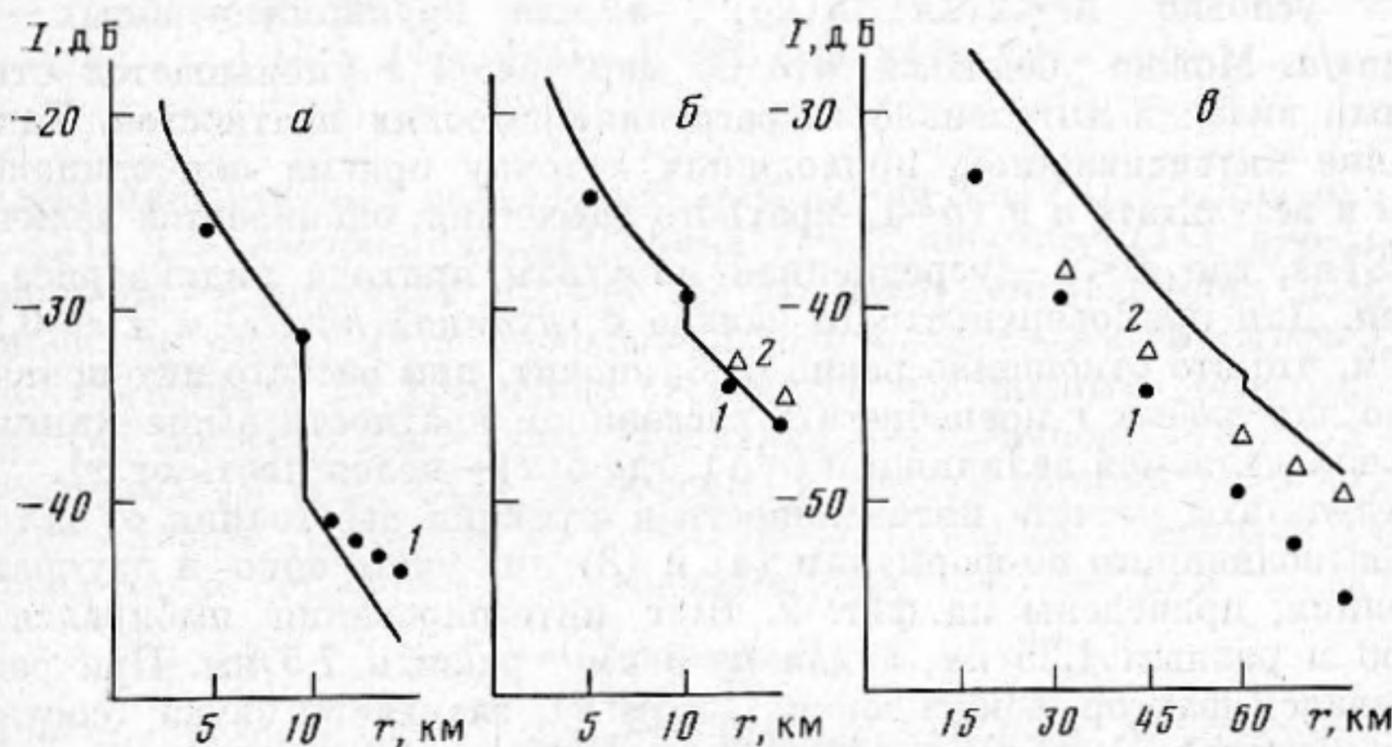
где E — эллиптический интеграл 2-го рода.



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

Фиг. 1. Геометрия распространения лучей: 0 — источник, а — вертикальная плоскость, б — горизонтальная плоскость

Фиг. 2. Интенсивность поля I близ поверхности волновода в функции расстояния от источника r : 1 — расчет по формулам (4) и (8), учет однократного рассеяния, 2 — то же, учет двукратного рассеяния; а — $h=0,15$ км, $s=0,1$, б — $h=0,15$ км, $s=0,03$, в — $h=5$ км, $s=0,1$

Фиг. 3. Угловая интенсивность поля при $h=0,15$ км, $s=0,1$: 1 — $r=5$ км, 2 — $r=10$, 3 — $r=15$ км

Если поверхность имеет крупномасштабные пологие неровности и применимо приближение Кирхгофа, то, учитывая малость углов скольжения χ и рассеяния ψ , приведенный в [5] коэффициент рассеяния можно переписать так:

$$m = \frac{Q(\chi_n, \psi_n)}{8\pi s^2} \left[1 + \left(\frac{\delta\varphi_n}{\chi_n + \psi_n} \right)^2 \right]^2 \times \exp \left\{ -\frac{1}{8s^2} \left[(\chi_n - \psi_n)^2 + 2 \left(\frac{\delta\varphi_n}{\chi_n + \psi_n} \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

где Q — множитель затенения, s^2 — дисперсия тангенса наклона неровностей поверхности. Последняя величина является малой, вследствие чего для получения асимптотической оценки M_n можно воспользоваться ме-

тодом Лапласа. Используя приближенное выражение

$$\frac{d\delta\varphi_n}{d\Delta\varphi_n} \simeq r_{n-1} \left(\frac{1}{r_{n-1} - r_{n-2}} + \frac{1}{r_n - r_{n-1}} \right),$$

окончательно получим

$$M_n \simeq \frac{aQ(r_n - r_{n-1}, r_{n-1} - r_{n-2})}{8\sqrt{\pi}s} \frac{r_{n-1} - r_{n-2}}{r_{n-1}(r_n - r_{n-1})} \times \\ \times \exp \left[-\beta(r_n - r_{n-1}) - \frac{a^2}{32s^2} (r_n - r_{n-2})^2 \right]. \quad (8)$$

Выражение для Q зависит от вида функции корреляции неровностей поверхности. Некоторые примеры приведены в работе [5].

Вычисление интенсивности рассеянного поля последовательных кратностей должно вестись по формуле (4) численным интегрированием. При этом верхнюю оценку дискрета расстояния Δr (определяющего максимальную кратность рассеяния при данном r) можно получить, исходя из известного критерия, согласно которому рассеивающий участок должен быть виден из точки наблюдения под углом, много меньшим ширины индикатрисы рассеяния [2]. Расчет дает для мелкомасштабных неровностей условие $\Delta r \ll 2(2\pi)^{1/2}/a(k\rho)^{1/2}$, а для крупномасштабных — $\Delta r \ll 2\sqrt{2}\pi s/a$. Можно убедиться, что по мере роста s уменьшается относительный вклад в интенсивность рассеяния высоких кратностей. Так, отношение интенсивностей, приходящих в точку приема под одинаковым углом в результате n и $(n-1)$ -кратного рассеяния, оценивается величиной $a\bar{D}\Delta/8\sqrt{\pi}s$, где $\bar{D} < 1$ — усредненная по углам прихода индикатриса рассеяния. Для приповерхностного канала с глубиной $h=150$ м и $s=0,1$ получаем, что это отношение равно 0,08; значит, при расчете интенсивности можно для любых r пренебрегать рассеянием кратности выше минимальной (определяемой величиной $e(r/\Delta)$, где $e(x)$ — целая часть от x).

Результаты расчета интенсивности в функции расстояния от источника r , выполненного по формулам (4) и (8) при учете одно- и двукратного рассеяния, приведены на фиг. 2. Шаг интегрирования выбирался для $h=150$ м равным 1,25 км, а для $h=5$ км — равным 7,5 км. При расчете учитывался фактор фокусировки ($f=\cos^2\chi$), затухание звука (соответствующее частоте 5 кГц) и затенение отдельных участков поверхности (функция корреляции волнения принималась гауссовой). При данных h , s и r учет рассеяния третьей кратности с графической точностью не менял результата. На фиг. 3 показано сглаженное угловое распределение интенсивности падающего на поверхность поля при трех значениях r от $\Delta/2$ до $3\Delta/2$. Вертикальная линия соответствует прямому лучу от источника.

Расчеты по формуле (4) весьма трудоемки, особенно при малых s . Представляет интерес нахождение простых расчетных формул для интенсивности поля у поверхности волновода. Для их вывода воспользуемся уравнением переноса излучения. Ограничимся двумерной задачей ($r \rightarrow \infty$) без поглощения в среде. Тогда для когерентной и некогерентной компонент интенсивности I^k и I^n в двух точках близ поверхности, разделенных расстоянием $L < \Delta$, можно записать известное условие инвариантности интенсивности в виде

$$I_1^{k,n}(r+L, \chi) = I_r^{k,n}(r, \psi), \quad (9)$$

где индексы 1 и 2 относятся к лучам, идущим вверх и вниз. При этом для I^k имеет место очевидное соотношение $I_2^k(r, \psi) = V^2(\chi) I_1^k(r, \chi)$, где V — коэффициент отражения по полю. Для нахождения связи между $I_r^n(r, \psi)$ и $I_1^n(r, \chi)$ заметим, что интенсивность, падающая на элементарную площадку поверхности, будет $I_1^n(r, \chi) \sin \chi$, а рассеянная в направлении ψ интенсивность — $I_1^n(r, \chi) \frac{\sin \chi}{\sin \psi} m(\chi, \psi)$. Полная интенсив-

ность в этом направлении получается путем интегрирования по всем углам скольжения χ . Учитывая, что часть падающей на поверхность когерентной компоненты переходит в некогерентную, окончательно получим

$$I_r^n(r, \psi) = \frac{1}{\sin \psi} \int_0^{\chi_\mu} [I_1^n(r, \chi) + I_1^k(r, \chi)(1 - V^2)] m \sin \chi d\chi. \quad (10)$$

Поскольку в результате упрощений при расчете m может нарушаться условие энергетического баланса падающей и рассеянной интенсивностей, целесообразно заменить m на $\mu D(\chi, \psi)$, где D — индикатриса рассеяния, а μ — число, определяемое условием баланса энергии. Для его нахождения достаточно проинтегрировать обе части (10) по ψ .

Если предположить, что I^n однородно, т. е. его изменение вдоль направления распространения зависит только от L , но не от r , и учитывая, что в рамках сделанных предположений $L \approx 2\psi/a$, получаем из (9) и (10) неоднородное интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода для углового распределения интенсивности

$$I^n(\psi) = \frac{\mu}{\sin \psi} \left[\int_0^{\chi_\mu} I^n(\chi) D(\chi, \psi) \cdot \sin \chi d\chi + \int_0^{\chi_\mu} I^k(r, \chi)(1 - V^2(\chi)) D(\chi, \psi) \sin \chi d\chi \right]. \quad (11)$$

Для мелкомасштабных неровностей выражение для $I^k(r, \chi)$ найдено в работе [2]. Для изотропного источника $I^n \ll I^k$, поэтому (11) переходит в соотношение с известной правой частью. Для направленного источника соотношение между I^n и I^k может быть произвольным. В случае, когда можно пренебречь I^k , уравнение становится однородным. Заметим, что в работе [4] записано однородное уравнение, аналогичное (11). Если $kr \ll 1$, то переменные в ядре (11) разделены, а потому минимальное собственное значение μ соответствует собственной функции $I^n = \text{const}$. Подставляя выражение для D из [2] и проводя вычисления, получим

$$\mu = 1 - \cos \chi_\mu \approx a^2 \Delta^2 / 8. \quad (12)$$

Для крупномасштабных больших неровностей $I^n = 0$, и уравнение (11) однородно. Для m вида (7) собственные значения являются корнями уравнения, определитель которого бесконечен, а его элементы достаточно медленно убывают по диагонали. Однако, учитывая результаты ранее выполненных расчетов, приведенные на фиг. 3, можно попытаться оценить μ , приближенно положив $I(\chi) = \text{const}$. При этом целесообразно находить μ по формуле

$$\mu = \frac{\int_0^{\chi_\mu} \int_0^{\chi_\mu} I(\chi) D \frac{\sin \chi}{\sin \psi} d\psi d\chi}{\int_0^{\pi} \int_0^{\chi_\mu} I(\chi) D \frac{\sin \chi}{\sin \psi} d\psi d\chi}. \quad (13)$$

Для индикатрисы, задаваемой формулой (7), μ не выражается через элементарные функции. Заменяя экспоненту в (7) на ступенчатую функцию, равную 1 при $|\chi - \psi| \leq 2\sqrt{2}s$ и 0 в противном случае, получаем

$$\mu = \begin{cases} \frac{2\chi_\mu^2}{4\sqrt{2}s(\chi_\mu + 2\sqrt{2}s) + \chi_\mu^2}, & \text{если } \chi_\mu < 2\sqrt{2}s, \\ \frac{\chi_\mu - \sqrt{2}s}{\chi_\mu + \frac{\sqrt{2}}{2}s}, & \text{если } \chi_\mu \geq 2\sqrt{2}s. \end{cases} \quad (14)$$

Величину μ можно рассматривать как средние по всем углам скольжения потери за счет просачивания энергии из волновода на протяжении длины цикла Δ . Воспользуемся для оценки интенсивности близ поверхности известной формулой некогерентного суммирования зеркально отраженных лучей:

$$I(r) = \frac{I_0 c^{-\beta r}}{4\pi r^2} \left\{ B + e^{-\kappa r} \sum_{i=A}^{e(r/r_{\text{мин}})} \left[1 - \frac{a^2}{8} \left(\frac{r}{i} \right)^2 \right] \right\}, \quad (15)$$

где

$$A = \begin{cases} 2; & r \leq 3\Delta \\ e(r/\Delta); & r > 3\Delta \end{cases}; \quad B = \begin{cases} 1; & r \leq \Delta \\ 0; & r > \Delta \end{cases}; \quad r_{\text{мин}} = \frac{2}{a} \left(\frac{a}{k} \right)^{1/3}.$$

Здесь под знаком суммы стоит выражение для фактора фокусировки i -го луча (обычно его отличием от единицы можно пренебречь). Максимальное число лучей определяется условием применимости лучевой теории. Дополнительный коэффициент затухания за счет рассеяния κ определяется соотношением $e^{-\kappa\Delta} = \mu$. Прямой луч этого дополнительного затухания не испытывает.

Поскольку при выводе формул (14) и (15) было сделано много допущений, результаты которых нельзя оценить теоретически, необходимо сопоставить расчеты интенсивности по формуле (15) и по более точным формулам (4)–(8), погрешность которых можно оценить. Результаты расчета по формуле (15) представлены в виде сплошных кривых на фиг. 2. Эти кривые сглажены; показаны только скачки на дальностях, при которых к поверхности перестает доходить прямой луч от источника. Из сравнения с ранее сделанными расчетами следует, что формула (14) дает завышенные значения затухания за счет рассеяния. Наилучшее совпадение результатов достигается при $s=0,03$. Это легко объяснить, поскольку при $s \rightarrow 0$ μ обращается в 1 и формула (15) становится точной (по крайней мере в среднем, без учета интерференции). По-видимому, в случаях, когда можно учитывать лишь рассеяние минимальной кратности, лучше пользоваться формулами (4) и (8), а при малых s , когда необходимо учитывать многократное рассеяние, предпочтительна формула (15).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М., Петров Н. А. Распространение звука низких частот в волноводе с неровными границами.— Акуст. журн., 1976, т. 22, № 3, с. 377–384.
2. Лысанов Ю. П. Рассеяние звука неровными поверхностями.— В кн.: Акустика океана/Под ред. Бреховских Л. М. М.: Наука, 1974.
3. Гулин Э. П. Корреляционные свойства звуковой волны при многократных отражениях от неровной поверхности.— Акуст. журн., 1976, т. 22, № 6, с. 845–857.
4. Meecham W. Propagation of radiation in an inhomogeneous medium near an irregular surface. JASA, 1953, v. 25, № 5, p. 1012–1013.
5. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15.III.1984