

УДК 534.22:551.46

**ВЛИЯНИЕ ВИДА ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ
НА СТРУКТУРУ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОМ МОРЕ**

Буслаев В. С., Перель М. В.

Показано, что положения и уровни всплесков поля в зонах конвергенции зависят от поведения скорости звука у поверхности. «Четверочные» формулы обобщены на случай, когда у поверхности неприменим метод ВКБ, и показано, что наличие слоя перемешивания приводит к расширению зон конвергенции с ростом частоты.

Настоящая работа примыкает к статьям [1–4], в которых обсуждался характер поля точечного монохроматического источника в глубоком горизонтально-однородном море. Было выяснено, в частности, что величина всплесков интенсивности и их положение определяются видом зависимости длины цикла луча D от горизонтальной составляющей волнового вектора μ ($\mu = n(z) \cos \theta(z)$, где n — показатель преломления на глубине z , θ — угол между горизонталью и лучом на глубине z). В настоящей работе исследуется вопрос об изменении положения и величины всплесков внутри дальней зоны конвергенции при изменении глубины погружения источника. Установлено, что эти изменения существенным образом зависят от поведения профиля скорости $c(z)$ вблизи поверхности. Получены формулы, которые описывают сглаженную интенсивность поля при достаточно общем виде $c(z)$ вблизи поверхности, и даны их следствия.

Согласно [1], если глубины погружения источника z и приемника z' не слишком малы, а горизонтальное расстояние r между ними значительно, то сглаженная по мелкомасштабным осцилляциям интенсивность представляется суммой интенсивностей четверок лучей с близкими значениями μ . Вклад каждой четверки дается простым выражением

$$I(r, z, z', \mu) = \frac{\mu}{\pi^2 r l |D\mu|} M^2(z, z', \mu), \quad D = dD/d\mu. \quad (1)$$

Значения параметра μ в формуле (1) находятся из уравнения

$$r = lD(\mu), \quad l = 1, 2, \dots \quad (2)$$

Множитель M определяется формулой

$$M(z, z', \mu) = \frac{D(\mu)}{4\mu} g(z, \mu) g(z', \mu), \quad (3)$$

где $g(z, \mu)$ — подходящим образом нормированное решение «глубинного» уравнения $g'' + p^2(n^2(z) - \mu^2)g = 0$ с граничным условием $g(z, \mu)|_{z=0} = 0$; $p = 2\pi f/c_*$ — волновое число на оси волновода, f — частота, c_* — скорость звука на оси волновода, $n(z) = c_*/c(z)$.

Уточним предположения о функции $c(z)$, ориентируясь на район тропической Атлантики фиг. 1 (см. [5]). Будем предполагать, что непосредственно под поверхностью находится слой перемешивания, в котором $c(z)$ слабо зависит от z , глубже — участок сезонного термоклина с быстрым изменением скорости звука, а под ним — устойчивый термоклин — область плавного изменения $c(z)$ [6]. Выделим два случая, когда скорость звука в приповерхностной области (в слое толщиной 200 м при общей глубине $h = 6$ км) меняется в соответствии со вставками фиг. 1. Графики $D(\mu)$ для случаев (а, б), рассчитанные с помощью модовой программы М. И. Явора [4], приведены на фиг. 2. Если условия применимости обыч-

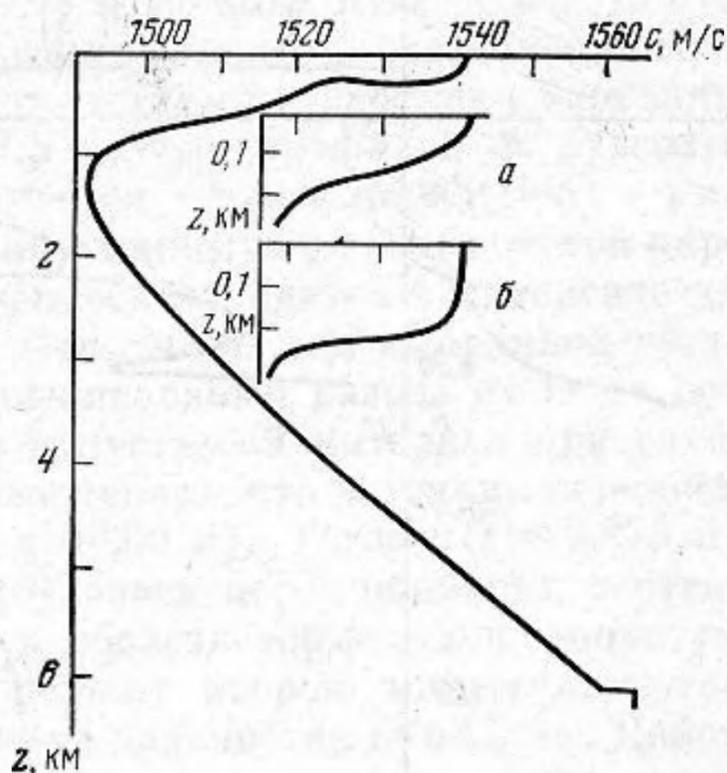
ного лучевого метода не выполнены, например при $\mu \approx n_s \equiv n(0)$, $\mu \approx n_a \equiv n(h)$, то под лучами в предыдущем обсуждении следует понимать дифракционные лучи (см. [7]). В этом случае $D(\mu) = -2\theta(\mu)$, где $\theta(\mu)$ — дисперсионная функция такая, что уравнение на собственные значения для «глубинного» уравнения имеет вид $r\theta(\mu) = (m+1)\pi$, $m=0, 1, 2, \dots$. Это общее определение $D(\mu)$, и в области параметра μ , где уверенно выполняются условия применимости лучевого метода, оно дает длину цикла луча. Перечислим характерные свойства графиков $D(\mu)$.

На обоих графиках $D(\mu)$ имеются два пологих минимума. Первый из них $n_s = 0,965$ соответствует лучам, отражающимся от поверхности, второй — лучам со значением $n_t = 0,977$, которые заворачивают в области сезонного термоклина с резким изменением показателя преломления. Между этими минимумами расположен острый максимум $n_s = 0,9685$, отвечающий лучу, касающемуся поверхности. Имеется также максимум при $n_a = 0,956$, соответствующий лучам, касающимся дна. Относительно пологий максимум при $n_t = 0,981$ связан с лучами, имеющими точки заворота на нижней границе термоклина.

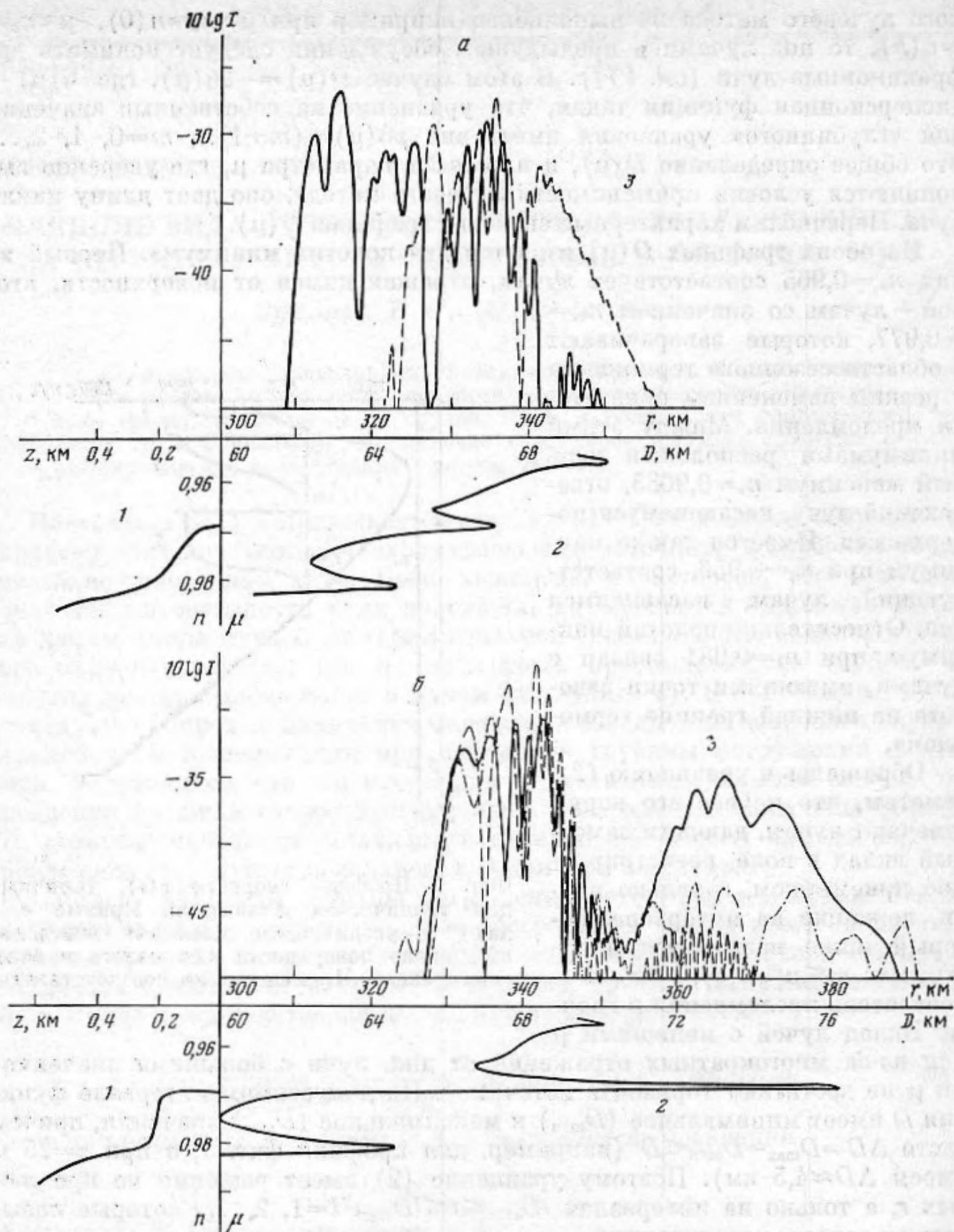
Обращаясь к уравнению (2), отметим, что не все его корни отвечают лучам, дающим заметный вклад в поле, регистрируемое приемником, а только корни, лежащие на интервале, который ниже называется допустимым: $n_b \leq \mu \leq n(z)$, $z < z'$, n_b — показатель преломления в грунте. Вклад лучей с меньшими μ мал из-за многократных отражений от дна, лучи с большими значениями μ не достигают горизонта источника. На допустимом интервале функция D имеет минимальное (D_{\min}) и максимальное (D_{\max}) значения, причем часто $\Delta D = D_{\max} - D_{\min} \ll D$ (например, для профиля фиг. 1, а при $z = 25$ м имеем $\Delta D \approx 4,5$ км). Поэтому уравнение (2) имеет решения не при любых r , а только на интервалах $lD_{\min} \leq r \leq lD_{\max}$, $l=1, 2, \dots$, которые называются зонами конвергенции.

В отдельной зоне конвергенции поле создается небольшим количеством четверок, поэтому всплески интенсивности одной четверки определяют всплески полной интенсивности поля. Обсудим особенности I , обусловленные первым и вторым сомножителями формулы (1) по отдельности. Особенности, порожденные множителем $1/\dot{D}$, часто оказывают решающее влияние на вид поля в дальней зоне конвергенции. Наличие производной \dot{D} в знаменателе ведет к усилению поля на дальностях, отвечающих пологим участкам графика функции $D(\mu)$ и, в частности экстремумам этой функции, если, конечно, соответствующие значения μ находятся на допустимом интервале. В окрестности экстремумов $\mu_{ex} (\dot{D}(\mu_{ex}) = 0)$ формула (1) неприменима. При этом имеются два близких корня уравнения (2). Этим корням соответствуют две четверки с близкими фазами, и при вычислении сглаженной интенсивности следует учитывать вклад восьмерки с учетом интерференции между всеми составляющими ее лучами [3].

Проследим за изменением горизонтальной структуры поля при изменении глубины источника. При этом существенно, что верхняя граница допустимого интервала зависит от z . С увеличением глубины расширится допустимый интервал μ . На более широком интервале могут измениться



Фиг. 1. Профиль скорости $c(z)$, типичный для тропической Атлантики. Кривые а, б дают в увеличенном масштабе поведение $c(z)$ около поверхности для малого и большого слоев перемешивания соответственно



Фиг. 2. Диаграмма (I, r, μ, z) : 1 — зависимость показателя преломления n от глубины z вблизи поверхности; 2 — соответствующий график зависимости $D(\mu)$; 3 — горизонтальные разрезы интенсивности поля I при глубине приемника 200 м, источника — 25 — 1', 140 м — 2'; а — узкий слой перемешивания; б — широкий слой перемешивания. Штрихпунктиром обозначены расчеты, выполненные с исключением мод в интервале $0,9667 \leq \mu \leq 0,9685$ при $z=140, z'=200$ м

наибольшее и наименьшее значения D , что приведет к расширению зон конвергенции. Кроме того, в расширенный интервал могут попасть дополнительные экстремумы и пологие участки графика D , что приведет к появлению новых всплесков в поле. Положение всплесков, существовавших при меньшей глубине, не изменится, так как значения μ_{ex} не зависят от глубины, но их величины могут измениться из-за множителя M .

Второй сомножитель в формуле (1) $M(z, z', \mu)$ описывает всплески другого типа, обусловленные интерференцией лучей внутри одной четверки. Они связаны с лучом, вышедшим из источника горизонтально ($\mu = h(z)$), и возникают, когда приемник оказывается в окрестности этого луча. При $\mu = n(z)$ горизонт приемника совпадает с точкой поворота «глубинного» уравнения и функция $g(z, \mu)$ имеет максимум, пропорциональный

$(p/(n^2)')^{1/2}|_z$. Всплески этого типа должны возникать на дальностях $r = lD(n(z))$. Особенно сильные всплески будут иметься при $z = z'$.

Обсудим теперь конкретные эффекты, связанные с влиянием слоя перемешивания. Оказывается небольшое изменение глубины источника, сопровождающееся в случае фиг. 1, а переходом из слоя перемешивания в область сезонного термоклина, приводит к появлению новых выраженных всплесков. Если же при том же заглублении источника он остается в слое перемешивания (фиг. 1, б) то, хотя с ростом z и появляются новые детали в горизонтальном разрезе, положения и величины основных всплесков не меняются. На фиг. 2, а, б приведены результаты расчетов горизонтального разреза, выполненных по программе М. И. Явора [4] для описанных выше профилей скорости. Пусть источник расположен на глубине 25 м. Для двух рассматриваемых профилей на горизонте источника $n(z) = 0,969$. Допустимый интервал включает в этом случае лишь минимум, отвечающий лучам, отражающимся от поверхности. Этот минимум должен проявляться всплесками на дальностях $l \times 66, l \times 67,5$ км для профилей (а, б) соответственно. Действительно, на фиг. 2, а имеется всплеск поля ($l=5$) в интервале 325—350 км, соответствующий этому минимуму и его пологой окрестности. На фиг. 2, б соответствующий всплеск находится в интервале дальностей 330—350 км. Максимумы при $\mu \approx n_s, \mu \approx n_a$ для выбранной частоты не вносят существенного вклада в горизонтальный разрез из-за их остроты. Максимум при $\mu \approx n_i$ не входит в допустимый интервал при глубине источника, меньшей 200 м. Предположим теперь, что источник переместился на глубину $z = 140$ м (по-прежнему $z' = 200$ м). Тогда $n(z) \approx 0,978, 0,969$ для случаев малого (а) и большого (б) слоев перемешивания соответственно. В случае (а) источник попал в область термоклина, допустимый интервал μ заметно изменился. Он содержит второй минимум, который должен проявляться всплесками в поле на дальностях $l \times 62,5$ км. Действительно, на фиг. 2, а (штриховая линия) наряду с прежним всплеском появился новый всплеск с максимумом при 313 км. На фиг. 2, б (штриховая линия), напротив, дополнительного всплеска, сравнимого с прежним, не появилось. Это связано с тем, что в случае (б) после заглубления источник по-прежнему остался в слое перемешивания и новый допустимый интервал, как и старый, не содержит второго минимума $D(\mu)$. На фиг. 2, а, б виден озвученный участок, расположенный на дальностях 340—350 км (конец 5-й зоны конвергенции). Он соответствует сравнительно пологому левому склону максимума при $n_a \approx 0,956$ (лучи с нижними точками заворота, близкими ко дну). На фиг. 2, б виден довольно сильно озвученный участок, отвечающий правому склону максимума при $n_s \approx 0,9685$ (лучи, отражающиеся от поверхности под малыми углами скольжения).

Для проверки изложенной выше интерпретации озвученных участков расчет был повторен с исключением групп мод в соответствующих интервалах значений μ . Например, при исключении всех мод в интервале $0,9665 \leq \mu \leq 0,9685$ в случае широкого слоя перемешивания при глубине источника 140 м получена расчетная кривая, изображенная на фиг. 2, б штрихпунктиром. Видно, что озвученный участок на 350—385 км действительно отвечает исключенным модам.

Таким образом, заглубление источника от 25 до 140 м в случае узкого слоя перемешивания привело к появлению нового пика интенсивности и расширению зоны конвергенции в сторону малых расстояний. При таком же заглублении в случае широкого слоя перемешивания новых пиков не появилось, а зона конвергенции расширилась в сторону больших расстояний. Этот эффект объясняется ростом M с глубиной. Из сказанного выше следует, что аппроксимации профиля, передающие только его общий ход (как, например, билинейный профиль, параболический профиль и т. д.), могут оказаться недостаточными для описания существенных характеристик поля вблизи поверхности. В известном эксперименте по дальнему распространению звука [5] было зарегистрировано изменение горизонтальной структуры поля при переходе источника с глубины 25 на глубину 104 м при одновременном изменении частоты от 111,1 до 13,89 Гц. Результаты были интерпретированы как изменение расстояния между зонами

конвергенции, обусловленное различием частот. Однако, как следует из изложенного выше, такие изменения могут быть обусловлены переходом источника из слоя перемешивания в область сезонного термоклина.

Функция $D(\mu)$, изображенная на фиг. 2, имеет несколько экстремумов. Выше было описано, как эти экстремумы проявляются в горизонтальном разрезе поля. Покажем теперь, что они обусловлены быстрыми изменениями градиента $n^2(z)$. Чтобы получить качественную картину, будем основываться на простых ВКБ формулах, хотя, конечно, вблизи горизонта быстрого изменения профиля ВКБ-приближение неприменимо.

Пусть на горизонте z_h (для определенности $z_h < z_*$) функция $n^2(z)$ имеет разрыв производной $(n^2)'|_{z=z_h+0} = k_+$, $(n^2)'|_{z=z_h-0} = k_-$. Предположим, что выше z_h имеется слой постоянного градиента n^2 . Тогда $D(\mu)$ при $\mu < n(z_h)$ можно представить в виде $D(\mu) = \hat{D}(\mu) + \delta D(\mu)$, где

$$\hat{D}(\mu) = 2 \int_{z_1}^{z_2} \frac{\mu dy'}{\sqrt{\hat{n}^2(y) - \mu^2}}, \quad \delta D(\mu) = 4\mu \sqrt{n^2(z_h) - \mu^2} (1/k_- - 1/k_+).$$

Здесь $\hat{n}^2(z)$ — вспомогательный профиль, совпадающий при $z > z_h$ с $n^2(z)$ и продолженный через горизонт z_h линейно, так что $(n^2)'|_{z \leq z_h} = k_+$; z_1 — верхняя точка поворота в профиле $n(z)$. Величина \hat{D} и ее производные непрерывны в точке z_h , а δD имеет в этой точке бесконечную производную, знак которой зависит от соотношения между k_+ и k_- . Пусть \hat{D} — убывающая функция μ (это типичный случай). Если $0 < k_+ < |k_-|$, то $\delta D < 0$ и функция D имеет острый максимум при $\mu = n(z_h)$. Максимум $D(\mu)$ сохранится, конечно, если $(n^2)'$ не будет иметь разрыва, но достаточно быстро изменится в малой окрестности точки z_h . Именно такое происхождение имеет максимум μ_c^{-1} (фиг. 2), отвечающий нижнему краю сезонного термоклина. Два других максимума, связанных с отражением от дна и поверхности, также можно считать обусловленными быстрым изменением свойств среды у поверхности и дна. На границе с воздухом $k_- = -\infty$. На границе с грунтом скачок градиента $n(z)$ происходит не при увеличении, а при уменьшении z и предыдущие рассуждения надо незначительно изменить. То обстоятельство, что разрывы первой производной функции $n(z)$ приводят к особенности $D(\mu)$, было обнаружено в работе [8] в связи с проблемой «ложных» каустик при кусочно-линейной аппроксимации профиля скорости звука.

Другое положение имеется на горизонте перехода от сезонного термоклина к слою перемешивания. Пусть z_h — нижняя граница слоя перемешивания. В этом случае $k_- < k_+$ и $\delta D > 0$. При переходе через горизонт z_h функция $D(\mu)$ изменяется монотонно (если $\hat{D} < 0$). Пусть $(n^2)' = k_-$ на протяжении всего слоя перемешивания. Тогда $D(\mu)$ достигает максимума при $\mu \approx n_s$, причем $\delta D(n_s) = 4\sqrt{z_h/k_-}$. Реален случай, когда $k_- \rightarrow 0$. Тогда $\delta D(n_s)$ и, следовательно, ширина зоны конвергенции возрастает безгранично. Этот результат, конечно, является следствием использования ВКБ-приближения, которое непригодно при малых k_- .

Обобщим «четверочные» формулы (1)–(3) на такие профили скорости, при которых условия применимости ВКБ-приближения не выполняются в некоторой области около поверхности, при $0 < z < z_h$. Для g в [1, 3] использовались равномерные ВКБ-формулы. Ниже предложено альтернативное описание g , которое дает выражение ВКБ в условиях его применимости, но может быть использовано независимо от этих условий. Будем считать, что при $0 < z < z_h$ некоторое решение «глубинного» уравнения может быть найдено без ссылок на ВКБ, например численно, а ниже уровня z_h показатель преломления меняется плавно, так что ВКБ-приближение применимо.

Введем в рассмотрение вспомогательный профиль $\hat{n}^2(z)$, совпадающий с исходным при $z > z_h$, а при $z < z_h$ продолженный линейно с сохранением производной $k_+ = (n^2)'|_{z=z_h+0}$. Для такого профиля везде применимо приближение ВКБ. Рассмотрим в таком профиле два линейно независимых

решения «глубинного» уравнения, для которых равномерные ВКБ-формулы выше оси волновода имеют вид

$$U(z) = |p\psi_1|^{1/6} (\hat{n}^2(z) - \mu^2)^{-1/6} u(-\hat{t}), \quad V(z) = |p\psi_1|^{1/6} (\hat{n}^2(z) - \mu^2)^{-1/6} v(-\hat{t}),$$

где

$$\hat{t} = |p\psi_1|^{2/3} \text{sign}(z - \hat{z}_1), \quad \psi_1 = \frac{3}{2} \int_{\hat{z}_1}^z dy \sqrt{n^2(y) - \mu^2},$$

u и v — функции Эйри в обозначениях Фока, \hat{z}_1 — верхняя точка поворота в профиле n . При $z \geq z_k$ имеем $\hat{n}^2(z) = n^2(z)$, и эти формулы дают асимптотики точных решений «глубинного» уравнения. Введем при $z \leq z_k$ функцию $\Phi(z, \mu)$ — некоторое решение «глубинного» уравнения, удовлетворяющее условию $\Phi(0, \mu) = 0$. Справедливы следующие утверждения: дисперсионная функция может быть представлена в виде $p\theta(\mu) = \hat{p}\theta(\mu) - \text{arctg}\{\Phi, V\} / \{\Phi, U\}$, где $\theta(\mu)$ — дисперсионная функция в профиле $\hat{n}(z)$, $\{f_1, f_2\} = f_1 f_2' - f_1' f_2$; функция g может быть описана формулой $g(z, \mu) = p\Phi(z, \mu) \times \times (D/4\mu)^{-1/2} \times (\{\Phi, U\}^2 + \{\Phi, V\}^2)^{-1/2} |_{z \leq z_k}$.

Вронскианы в этих формулах следует вычислять ниже горизонта z_k или на самом горизонте. Теперь можно определить $D(\mu)$, используя формулу $D(\mu) = -2\theta'(\mu) : D(\mu) = \bar{D}(\mu) + \delta D(\mu)$,

$$\begin{aligned} \hat{D}(\mu) &= 2 \int_{\hat{z}_1}^{z_k} \mu (\hat{n}^2(y) - \mu^2)^{-1/2} dy, \quad \delta D = 2\chi^{-2}(\mu) [(\Phi\dot{\Phi}' - \dot{\Phi}\Phi') p^{-2} - \\ &- 2\mu k_+^{-1} (\Phi'^2 p^{-2} + (n^2(z) - \mu^2) \Phi^2)] |_{z=z_k}, \quad \chi^2(\mu) = (\{\Phi, V\}^2 + \{\Phi, U\}^2) / p^2. \end{aligned}$$

В случае применимости ВКБ-приближения это выражение сводится к обычному фазовому интегралу. Формула для D позволяет найти ширину зоны конвергенции для однородного слоя перемешивания ($k_- \rightarrow 0$). Решение Φ глубинного уравнения в области постоянного градиента n^2 выражается через функции Эйри. Из соотношения для D следует, что в достаточно широком слое $z_k \gg p^{-2/3} k_+^{-1/3}$ при $k_- \ll (k_+/p)^{2/3} z_k^{-1}$ высота максимума оказывается порядка $\delta D(n_s) \sim (p/k_+)^{1/3} z_k$. Эта величина и определяет верхнюю границу зоны конвергенции при больших p ($D_{\text{max}} \approx \bar{D}(n_s) + \delta D(n_s)$). Зависимость высоты максимума функции δD при $\mu \approx n_s$ от p может приводить к расширению зоны конвергенции с ростом частоты, что подтверждается численными расчетами [9].

Формулы для g и D позволяют доказать, что если источник находится в слое перемешивания, то всплески на дальностях $lD(n(z))$ практически отсутствуют. Можно показать, что $g(z, \mu)$ пропорционально $(p/k_+)^{1/6}$, но \bar{D} растет с частотой быстрее, как p/k_+ . В результате I пропорционально $(k_+/p)^{1/3}$ (даже если $z = z'$) и уменьшается с ростом частоты. Таким образом, отсутствие всплесков, связанных с лучом, горизонтально вышедшим из источника, обусловлено большой расходимостью этого луча в случае, когда источник находится в слое перемешивания. При переходе источника в область термоклина всплески этого типа должны появиться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буслаев В. С. Структура акустического поля вблизи поверхности глубокого моря. I. — Зап. научн. сем. ЛОМИ, 1981, т. 177, с. 98–111.
2. Перель М. В. Численная оценка эффективности приближенных формул для акустического поля вблизи поверхности глубокого моря. — Акуст. журн., 1984, т. 30, № 6, с. 813–816.
3. Буслаев В. С., Перель М. В. Структура акустического поля в глубоком море на малых глубинах и больших дальностях. — Вестн. ЛГУ, 1984, № 22, с. 9–17.

4. Явор М. И. Асимптотическое вычисление звуковых полей в океане при наличии глубинного и приповерхностного волноводов.— Акуст. журн., 1984, т. 30, № 4, с. 553–560.
5. Long-range low frequency CW propagation in the deep ocean: Antiqua-Newfoundland/Guthrie A. N., Fitzgerald R. N., Nutile D. A., Shaffer J. D.— J. Acoust. Soc. Amer., 1974, v. 56, № 1, p. 58–69.
6. Дьюган Дж. П. Океанология в подводной акустике.— В кн.: Акустика океана/Под ред. Де Санто Дж.; Пер. с англ. М.: Мир, 1982, с. 210–250.
7. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. Изд. 2-е. М.: Наука, 1973. 343 с.
8. Pedersen M. A. Acoustic intensity anomalies introduced by constant velocity gradients.— J. Acoust. Soc. Amer., 1961, v. 33, № 4, p. 465–474.
9. Буслаев В. С., Перель М. В. Поле точечного источника в широком рефракционном волноводе при нарушении условий лучевого приближения вблизи границы.— Тр. IX Всесоюзн. симп. по дифракции и распространению волн. Т. 2. Тбилиси, 1985, с. 526–529.

Ленинградский государственный
университет им. А. А. Жданова
Физический факультет

Поступила в редакцию
26.VIII.1985