АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXII 1986 Вып. 4

УДК 551.463

К РАСЧЕТУ ЗАТУХАНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В ОКЕАНЕ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ВНУТРЕННИХ ВОЛНАХ

Сазонтов А. Г., Фарфель В. А.

В рамках уравнения переноса излучения рассмотрена эволюция интенсивностей нормальных мод и вычислены потери, обусловленные необратимым уходом акустической энергии из океанического волновода. Конкретные оценки величины затухания проведены для спектра Гаррета — Манка, описывающего случайное поле внутренних волн в канале с каноническим профилем скорости звука.

Изучению механизмов затухания звука в океане уделяется постоянное внимание исследователей [1]. Теоретические и экспериментальные работы последних лет показали, что для объяснения наблюдаемого в океане затухания низкочастотного звука помимо релаксационных процессов, связанных с солями магния и бора, необходимо принимать во внимание эффекты рассеяния акустической энергии за пределы углов, удерживаемых подводным звуковым каналом (ПЗК). Дополнительная величина потерь может быть оценена путем интегрирования коэффициента объемного рассеяния по всем углам, превышающим критический угол ПЗК. Впервые на такую возможность интерпретации экспериментальных данных по поглощению звука в килогерцевом диапазоне частот указал Урик [2], использовавший при расчетах формулу Чернова [3] для коэффициента рассеяния, содержащую экспоненциальную корреляционную функцию. Однако гауссова модель приводит к резкой зависимости декремента затухания от частоты, что не согласуется с опытом. Дальнейшее развитие такого подхода нашло отражение в работе [4], где при вычислениях в качестве спектра флуктуаций показателя преломления был выбран закон «2/3» Колмогорова — Обухова, при этом поглощение как функция частоты ведет себя $\propto f^{1/3}$. Позднее Меллен и др. [5] предложили частотно-независимое выражение для величины затухания, исходя из диффузионного лучевого уравнения, выведенного Черновым [3], с соответствующими граничными условиями. (Модифицированный вариант этой теории изложен в книге [6].)

В данной статье продолжено изучение обсуждаемой проблемы с использованием модового представления волнового поля в океаническом волноводе. В работе в рамках уравнения переноса излучения (записанного в диффузионном приближении) рассмотрена эволюция интенсивностей нормальных мод и определены потери, обусловленные уходом звуковой энергии из канала. Конкретные аналитические и численные расчеты выполнены для спектра Гаррета — Манка, описывающего случайное поле внутренних волн [7]. Отметим, что коэффициент диффузии по модам при рассеянии на внутренних волнах в волноводе с параболическим профилем скорости звука находился в [8], при этом полагалось, что дисперсия смещений и радиусы корреляции в спектре внутренних волн неизменны с глубиной. К сожалению, такое допущение не отвечает реальной ситуации и, как показывают вычисления, дает завышенную на порядок оценку величины затухания.

Исходным для анализа служит уравнение Гельмгольца для акустического давления

$$\Delta p(\mathbf{r}, z)+k^2 n_0^2(z)\, p(\mathbf{r}, z)=-2k^2 n_0(z)\, \mu(\mathbf{r}, z)\, p(\mathbf{r}, z). \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{r}=(x, y)$ — горизонтальный радиус-вектор, z — вертикальная коорди-

ната, $n_0(z)$ и $\mu(\mathbf{r}, z)$ — соответственно регулярная и флуктуационная составляющие показателя преломления, k — волновое число в однородной среде. Уравнение (1) необходимо дополнить стандартными граничными условиями на невозмущенной поверхности $z=0$ и дне $z=H$, детальный вид которых для дальнейших выкладок несуществен.

Будем полагать, что среда является статистически однородной и изотропной по горизонтали, так что корреляционная функция флуктуаций показателя преломления может быть записана следующим образом: $\langle\mu(\mathbf{r}_1, z_1)\mu(\mathbf{r}_2, z_2)\rangle = B_\mu(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|, z_1-z_2, (z_1+z_2)/2)$.

Представим $p(\mathbf{r}, z)$ в виде разложения $p(\mathbf{r}, z)=\sum\limits_n \varphi_n(z) S_n(\mathbf{r})$ по собственным ортонормированным функциям невозмущенного волновода $\varphi_n(z)$, порождаемым краевой задачей $d^2\varphi_n(z)/dz^2+[k^2n_0^2(z)-\beta_n^2]\varphi_n(z)=0$, (с соответствующими граничными условиями), где β_n — спектр продольных волновых чисел. Тогда из (1) для коэффициентов разложения $S_n(\mathbf{r})$ следует

$$\Delta_\perp S_n(\mathbf{r})+\beta_n^2 S_n(\mathbf{r})=-2k^2\sum_m S_m(\mathbf{r})\int_0^H \mu(\mathbf{r}, z)\, n_0(z)\,\varphi_n(z)\,\varphi_m(z)\,dz \qquad (2)$$

($\Delta_\perp$ — лапласиан в горизонтальной плоскости).

Рассмотрим плоскую акустическую волну, распространяющуюся вдоль координаты x (оси звукового канала). Для нахождения величины поглощения необходимо воспользоваться уравнением переноса излучения для средних интенсивностей мод. Будем считать, что неоднородности океанической среды являются крупномасштабными по горизонтали (т. е. $kl_\perp \gg 1$, где $l_\perp$ горизонтальный радиус флуктуаций), так что эффектами обратного рассеяния можно пренебречь.

В приближении рассеяния вперед, представляя $S_n(\mathbf{r})$ в виде: $S_n(\mathbf{r})=\frac{1}{\sqrt{\beta_n}} S_n^+(\mathbf{r}) e^{i\beta_n x}$, для величины $I_n(x)=\langle|S_n^+(x, 0)|^2\rangle$, исходя из (2), стандартным образом (см., например, [9—11]) нетрудно получить

$$\frac{\partial I_n}{\partial x}=\sum_{n\neq m}^{M} \sigma_{nm} I_m-\sigma_{mn} I_n \qquad (3)$$

где σ_{nm} — сечение трансформации n-моды в m-ю, M — максимальное число распространяющихся мод [1]. Параметр σ_{nm} легко оценивается в борновском приближении и при $kl_\perp \gg 1$ равен: $l_\perp$

$$\sigma_{nm}=\sigma_{mn}=\frac{2\pi k^4}{\beta_n\beta_m}\int_{-\infty}^{\infty} F_\mu^{nm}\left(\sqrt{(\beta_n-\beta_m)^2+\varkappa_y^2}\right) d\varkappa_y \qquad (4)$$

где $F_\mu^{nm}(\boldsymbol{\varkappa})$ дается формулой

$$F_\mu^{nm}(\boldsymbol{\varkappa})=\int_0^H dz_1\int_0^H dz_2\, n_0(z_1)\, n_0(z_2)\,\varphi_n(z_1)\,\varphi_m(z_1)\,\varphi_n(z_2)\,\varphi_m(z_2)\, F_\mu(\boldsymbol{\varkappa}, z_1, z_2),$$

в которой

$$F_\mu(\boldsymbol{\varkappa}; z_1, z_2)=\int_{-\infty}^{\infty} B_\mu(\boldsymbol{\rho}; z_1, z_2)\, e^{-i\boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\rho}}\frac{d^2\boldsymbol{\rho}}{(2\pi)^2}$$

двумерный спектр флуктуаций, $\boldsymbol{\varkappa}=(\varkappa_x, \varkappa_y)$ — волновой вектор в горизонтальной плоскости. Далее рассмотрим случай, когда регулярный профиль скорости звука плавно изменяется в масштабе длины волны, так что для

[1] Все последующие выводы справедливы и для волн, возбуждаемых точечным источником. В этом случае величина $I_n(x)$, фигурирующая в уравнении (3), связана с $\langle|S_n^+(x, 0)|^2\rangle$ посредством $I_n(x)=x\langle|S_n^+(x, 0)|^2\rangle$.

$\varphi_n(z)$ справедливо ВКБ-решение

$$\varphi_n(z) = c_n [\gamma_n(z)]^{-1/2} \cos\left(k \int\limits_z^{z_n^{\max}} \gamma_n(z')\,dz' - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$c_n = (4\cos\theta_n/\Lambda_n)^{1/2}, \qquad \gamma_n(z) = \sqrt{n_0^2(z) - \cos^2\theta_n}$$

где $\theta_n = \arccos\dfrac{\beta_n}{k}$ — угол скольжения, составляемый бриллюэновской волной (отвечающей моде номера n) с осью канала, Λ_n — длина цикла. Константы распространения волноводных мод β_n принимают дискретные значения в интервале $kn_\infty < \beta_n < k$, где $n_\infty = \max\{n_0(0),\ n_0(H)\}$, и определяются из условия квантования Бора — Зоммерфельда:

$$k \int\limits_{z_n^{\min}}^{z_n^{\max}} \gamma_n(z)\,dz = \pi\left(n + \frac{1}{2}\right),\ n = 0, 1, 2\ldots$$

($z_n^{\min}$ и $z_n^{\max}$ — соответственно минимальный и максимальный горизонты поворота). Используя ВКБ-представление для $\varphi_n(z)$, можно показать, что если вертикальный масштаб локализации волнового поля превышает вертикальный радиус корреляции флуктуаций $l_\parallel$ (т. е. $|z_n^{\max} - z_n^{\min}| > l_\parallel$) и

$\dfrac{1}{8}\gamma_n^{-1} n_0(z) \dfrac{dn_0}{dz} k l_\parallel^2 \ll \pi$, $\left|\dfrac{n-m}{n}\right| \ll 1$, то $F_\mu^{nm}(\varkappa)$ представима в виде

$$F_\mu^{nm}(\varkappa) = \frac{4\pi}{\Lambda_n \Lambda_m} \int\limits_{z_<}^{z_>} dz n_0^2(z) \operatorname{ctg}\theta_n(z) \operatorname{ctg}\theta_m(z) [\Phi_\mu(\varkappa, q_n(z) - q_m(z)) +$$

$$+ \Phi_\mu(\varkappa, q_n(z) + q_m(z))]. \tag{5}$$

Здесь $\theta_n(z)$ и $q_n(z) = \sqrt{k^2 n_0^2(z) - \beta_n^2}$ — соответственно угол скольжения и локальное вертикальное волновое число бриллюэновской волны, отвечающей моде номера n, на произвольном горизонте z; Φ_μ — трехмерный спектр неоднородностей,

$$z_< = \max\{z_n^{\min}, z_m^{\min}\},\ z_> = \min\{z_n^{\max}, z_m^{\max}\}.$$

Строго говоря, в уравнение (3) необходимо явным образом включить член, описывающий радиационное затухание. Однако соответствующее слагаемое становится существенным лишь для мод, у которых угол скольжения близок к критическому, поэтому, как показано в [10], эффекты, связанные с непрерывным спектром, можно учесть введением диссипативного граничного условия. В случае крупномасштабных по вертикали неоднородностей от системы разностных уравнений (3) можно перейти к диффузионному приближению

$$\frac{\partial I_n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial n} D_n \frac{\partial I_n}{\partial n}, \tag{6}$$

где $D_n = 2^{-1} \sum\limits_{m=0}^{M} (m-n)^2 \sigma_{nm}$ — коэффициент диффузии, и дополнить (6) двумя граничными условиями [10]

$$D_n \frac{\partial I_n}{\partial n} = 0 \text{ при } n = 0, \qquad I_n = 0 \text{ при } n = M.$$

Подстановка (4), (5) в определение D_n при $M \gg 1$, $kl_\perp \gg 1$, $kl_\parallel \sin\theta_{cr} \gg 1$

($\theta_{cr}=\arccos n_\infty$ — критический угол волновода) приводит к результату

$$D_n=\frac{k^2\Lambda_n}{2\pi}\int\limits_{z_<}^{z_>}\frac{dz}{\cos^2\theta_n(z)}\operatorname{tg}\theta_n(z)\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\varkappa_y\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\varkappa_z\varkappa_z^2\Phi_\mu(\varkappa_z\operatorname{tg}\theta_n,\varkappa_y,\varkappa_z,z). \qquad (7)$$

При получении (7) суммирование по модам заменено интегрированием и использовано соотношение, вытекающее из условия квантования Бора — Зоммерфельда, т. е.

$$\sum_{m=0}^{M}(\cdots)\to\int\limits_0^M dm(\cdots)=-\int\limits_{kn_\infty}^{k}\frac{\Lambda_m}{2\pi}d\beta_m(\cdots)=\int\limits_0^{k\sqrt{n_0^2(z)-n_\infty^2}}dq_m^{(z)}\frac{\Lambda_m}{2\pi}\operatorname{tg}\theta_n(z)(\cdots)$$

(переход от $d\beta_m$ к ∂q_m осуществляется с помощью формулы $q_m(z)=[k^2n_0^2(z)-\beta_m^2]^{1/2}$). Учтено также, что имеет место приближенное равенство: $n-m\approx(q_n(z)-q_m(z))\Lambda_n\operatorname{tg}\theta_n(z)/2\pi$, поскольку по характеру вывода (5) n и m не могут сильно отличаться между собой ($|(n-m)/n|\ll 1$), кроме этого в силу предполагаемого неравенства $kl_\parallel\sin\theta_{cr}\gg 1$ пределы интегрирования по $\varkappa_z$ в (7) распространены до бесконечности.

Вычислим D_n при рассеянии акустического сигнала на случайном поле внутренних волн в канале с каноническим профилем скорости звука [12]: $c(z)=c_0[1+\varepsilon(e^{-\eta}+\eta-1)]$, $\eta=2(z-z_0)/B$ (c_0 — скорость звука на оси канала $z=z_0$, B — ширина канала, в км, $\varepsilon=1{,}14\cdot10^{-2}$ В/2 км$^{-1}$). Предполагается [13], что частота Вяйсяля $N(z)$ ведет себя по закону $N(z)=N_0\exp(-z/B)$. Для трехмерного спектра флуктуаций воспользуемся распределением Гаррета — Манка

$$\Phi_\mu(\varkappa,j;z)=\frac{2}{\pi}\frac{f_i}{N_0B}\langle\mu^2(z)\rangle jH(j)\,|\varkappa|\,[\varkappa^2+(j\pi f_i/N_0B)^2]^{-2},$$

$$H(j)=H_\infty^{-1}(j^2+j_*^2)^{-1},\qquad H_\infty=\frac{\pi}{2j_*}[\operatorname{cth}(\pi j_*)-(\pi j_*)^{-1}].$$

в котором использовано модифицированное представление для весовой функции $H(j)$, адекватно описывающей результаты более поздних экспериментальных измерений (см. [13]). Здесь $\langle\mu^2(z)\rangle$ — дисперсия флуктуаций, f_i — инерционная частота, j — номер моды внутренней волны, j_* — фиксированная константа. Далее согласно [13] примем: $\langle\mu^2(z)\rangle=\langle\mu_0^2\rangle(N(z)/N_0)^3$. В рассматриваемом случае из (7) для D_n нетрудно найти

$$D_n=\frac{\langle j\rangle}{\pi^2}\frac{k^2\Lambda_n}{f_iN_0B}\int\limits_{z_<}^{z_>}\frac{dz\,\langle\mu^2(z)\rangle}{\cos^2\theta_n(z)}N^2(z)\operatorname{tg}\theta_n(z)f_1\left(\frac{N}{f_i}\operatorname{tg}\theta_n(z)\right), \qquad (8)$$

где

$$f_1(x)=(1+x^2)^{-1}+\frac{x^2}{2(x^2+1)^{3/2}}\ln\frac{\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt{x^2+1}-1},$$

$$x\equiv\frac{N(z)}{f_i}\operatorname{tg}\theta_n(z),\qquad\langle j\rangle=\sum_j jH(j).$$

Обсудим поведение D_n при малых и больших углах скольжения. Обозначим через θ_n угол скольжения, составляемый бриллюэновской модой номера n с осью ПЗК. При $\theta_n\leqslant f_i/N(z_0)$ с достаточной степенью точности можно канонический профиль аппроксимировать параболическим $n_0^2(z)=1-\alpha^2(z-z_0)^2$, $\alpha=2\sqrt{\varepsilon}/B$, при этом длина цикла всех мод приблизительно одинакова и равна $\pi B/\sqrt{\varepsilon}=\Lambda_0$. Из (8) с учетом сказанного имеем

$$D_n=\frac{\langle j\rangle}{4\pi}\frac{k^2\Lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}\frac{f_i}{N_0}\langle\mu^2(z_0)\rangle\tau_n^2\left[1+\frac{3}{4}\tau_n^2\ln\frac{2}{\tau_n}\right], \qquad (9)$$

$$\tau_n=(N(z_0)/f_i)\sin\theta_n.$$

Для мод, пересекающих ось звукового канала под достаточно большим углом, основной вклад в D_n дает окрестность точки заворота $z_< = z_0 + B/2 \ln \sin^2 \theta_n / 2\varepsilon$, поскольку здесь функции $\langle \mu^2(z) \rangle$ и $f_1(z)$ принимают максимальные значения. В результате для D_n получаем

$$D_n = \frac{\langle j \rangle}{\pi^2} \frac{k^2 \Lambda_n}{B} \frac{f_i}{N_0} \langle \mu^2(z_<) \rangle \left[\frac{2\pi B R_n}{5} \right]^{1/2}, \tag{10}$$

где $R_n^{-1} = n_0^{-1} dn_0/dz|_{z_<}$ — кривизна бриллюэновской волны в точке заворота. Используя явные выражения для $c(z)$ и $n_0(z)$, можно преобразовать (10) к виду

$$D_n = \frac{\langle j \rangle}{\pi^2} \frac{k^2 \Lambda_n}{(2\varepsilon)^{3/2}} \frac{f_i}{N_0} \langle \mu^2(z_0) \rangle \left(\frac{2\pi}{5} \right)^{1/2} \sin^2 \theta_n [1 - 2\varepsilon / \sin^2 \theta_n]^{-1/2}. \tag{11}$$

Далее в уравнении (6) удобно перейти от переменной n к углу скольжения на оси канала

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{2\pi}{k \Lambda_n} \frac{1}{\sin \theta_n} \frac{\partial}{\partial \theta_n}.$$

Тогда (6) перепишется следующим образом:

$$\frac{\partial I_n}{\partial x} = \frac{1}{\Lambda_n} \frac{1}{\sin \theta_n} \frac{\partial}{\partial \theta_n} \left(d_n \sin \theta_n \frac{\partial I_n}{\partial \theta_n} \right),$$
$$d_n \sin \theta_n \frac{\partial I_n}{\partial \theta_n} \Big|_{\theta_n = 0} = 0, \qquad I_n(\theta_{cr}) = 0, \tag{12}$$

где d_n определяется посредством

$$d_n = \frac{(2\pi)^2}{k^2 \Lambda_n} \frac{D_n}{\sin^2 \theta_n}.$$

Используя (9) и (11), для асимптотик d_n непосредственно вытекает

$$d_n = \frac{\pi \langle j \rangle}{\sqrt{\varepsilon}} \langle \mu^2(z_0) \rangle \frac{N_0}{f_i} \left(\frac{N(z_0)}{N_0} \right)^2 \left[1 + \frac{3}{4} \tau_n^2 \ln \frac{2}{\tau_n} \right], \qquad \tau_n \lesssim 1,$$

$$d_n = 2 \sqrt{\frac{\pi}{5}} \varepsilon^{-3/2} \langle \mu^2(z_0) \rangle \frac{f_i}{N_0} [1 - 2\varepsilon / \sin^2 \theta_n]^{-1/2}, \qquad \tau_n \gg 1.$$

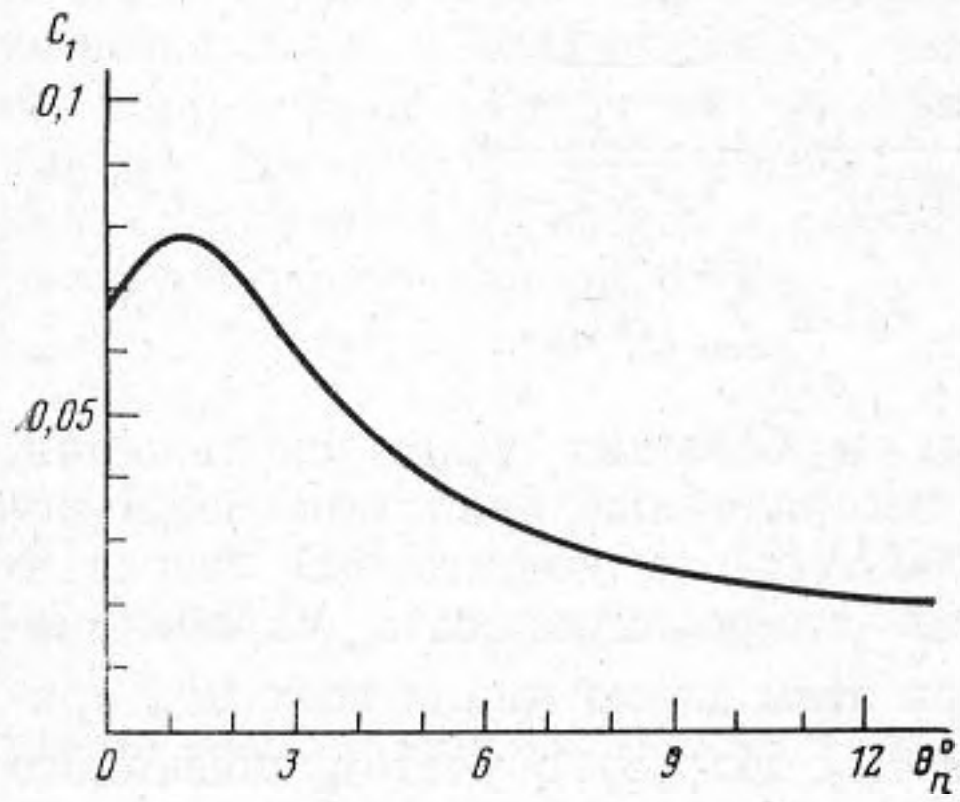
При произвольных углах скольжения выражение для d_n представимо формулой

$$d_n = 4 \langle j \rangle \langle \mu_0^2 \rangle \frac{N_0}{f_i} c_1(\theta_n, N_0/f_i),$$

где функция

$$c_1(\theta_n, N_0/f_i) = \sin^{-2} \theta_n \times \frac{1}{B} \int_{z_<}^{z_>} \frac{dz}{\cos^2 \theta_n(z)} \operatorname{tg} \theta_n(z) e^{-5z/B} \times f_1 \left(\frac{N_0}{f_i} e^{-z/B} \operatorname{tg} \theta_n(z) \right)$$

находилась численным интегрированием. При $N_0/f_i = 72$, $z_0 = B = 1$ км график $c_1(\theta_n, N_0/f_i)$ изображен на фигуре.



Результат численного расчета величины c_1 в зависимости от угла скольжения θ_n, составляемого бриллюэновской волной с осью канала

Уравнение (12) может быть решено методом разделения переменных

$$I_n(x)=\sum_{\nu=1}^{\infty} F_\nu(\theta_n)\exp(-\Gamma_\nu x), \tag{13}$$

при этом величины Γ_ν и $F_\nu(\theta_n)$ подчиняются краевой задаче

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Lambda_n}\frac{1}{\sin\theta_n}\frac{d}{d\theta_n}\left(d_n\sin\theta_n\frac{dF_\nu(\theta_n)}{d\theta_n}\right)+\Gamma_\nu F_\nu(\theta_n)=0\\ d_n\sin\theta_n\frac{dF_\nu}{d\theta_n}\bigg|_{\theta_n=0}=0,\qquad F_\nu(\theta_{\text{cr}})=0.\end{gathered} \tag{14}$$

Прежде всего воспользуемся тем обстоятельством, что $c_1(\theta_n)$ довольно слабо зависит от угла, поэтому для грубой оценки величины потерь аппроксимируем коэффициент d_n его асимптотикой при $\theta_n=0$. При $d_n=\text{const}$ (с учетом, что $\sin\theta_n\approx\theta_n$) система (14) имеет точные решения вида (см., например, [14])

$$F_\nu(\theta_n)=A_\nu J_0\left(u_\nu\frac{\theta_n}{\theta_{\text{cr}}}\right)\qquad \Gamma_\nu=\frac{d_0}{\Lambda_0}\frac{u_\nu^2}{\theta_{\text{cr}}^2},\qquad 0<\Gamma_1<\Gamma_2<\Gamma_3<\ldots$$

где J_0 — символ функции Бесселя нулевого порядка, u_ν — нули $J_0(u)$ (в частности, $u_1\simeq 2{,}405$), A_ν — константы, определяемые начальными условиями. Из (13) следует, что при $x\to\infty$, $I_n(x)\propto F_1(\theta_n)e^{-\Gamma_1 x}$, при этом наименьшее собственное значение Γ_1, описывающее затухание поля на больших дистанциях, дается соотношением:

$$\Gamma_1=(2{,}405)^2\langle j\rangle\frac{N_0}{f_i}\frac{\langle\mu_0^2\rangle}{\theta_{\text{cr}}^2}\left(\frac{N(z_0)}{N_0}\right)^5 B^{-1}. \tag{15}$$

Практически установившееся распределение имеет место при $x>L$, где L качественно оценивается формулой $L\propto 1/\Gamma_2-\Gamma_1$.

Для рассматриваемой весовой функции $H(j)$ величина $\langle j\rangle$ аппроксимируется следующим выражением:

$$\langle j\rangle=\sum_{j=1}^{j_{\max}} jH(j)\approx\frac{1}{2}H_\infty^{-1}\ln\frac{j_{\max}^2+j_*^2}{1+j_*^2},$$

где $j_{\max}$ — максимальный номер моды в спектре внутренних волн.

Более точное значение Γ_1 может быть найдено вариационным способом с помощью ЭВМ

$$\Gamma_1=\min\frac{\int_0^{\theta_{\text{cr}}} d_n\sin\theta_n(F'(\theta_n))^2\,d\theta_n}{\int_0^{\theta_{\text{cr}}}\sin\theta_n F^2(\theta_n)\Lambda_n\,d\theta_n}. \tag{16}$$

Беря в качестве пробной функции $F(\theta_n)=J_0(2{,}405\theta_n/\theta_{\text{cr}})$ и проводя необходимые вычисления при $\theta_{\text{cr}}=0{,}22$ и типичных числовых значениях параметров, входящих в спектр внутренних волн: $N_0=5{,}2\cdot10^{-3}$ рад/с, $f_i=7{,}3\cdot10^{-5}$ рад/с (для широты 30°), $z_0=B=1$ км, $\langle\mu_0^2\rangle=2{,}5\cdot10^{-7}$, $j_*=3$, $j_{\max}=870j_*$ (при этом $\langle j\rangle\simeq 14$; 3, имеем

$$\Gamma_1=3{,}3\cdot10^{-4}\ \text{дБ/км}. \tag{17}$$

Обратим внимание, что в оригинальной работе [7] Гарретом и Манком для весовой функции $H(j)$ предложено выражение вида $H(j)=(^3/_2)j_*^{-1}(1+j/j_*)^{-5/2}$, где $j_*=6$. В этом случае для $\langle j\rangle$ нетрудно получить оценку $\langle j\rangle\approx 2j_*=12$, которая близка к значению для $\langle j\rangle$, полученному выше.

Отметим, что декремент затухания, следующий из (15), для тех же

параметров задачи по порядку величины совпадает с (17) и отличается от (17) числовым множителем порядка 3.

Авторы выражают признательность Л. С. Долину и В. И. Таланову за обсуждение результатов работы и М. А. Раевскому за стимулирующие дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вадов Р. А.* Затухание низкочастотного звука в океане.– В кн.: Проблемы акустики океана/Под ред. Бреховских Л. М., Андреевой И. Б. М.: Наука, 1984, с. 31–42.
2. *Urick R. J.* Low-frequency sound attenuation in the deep ocean.– J. Acoust. Soc. Amer., 1963, v. 35, № 9, p. 1413–1422.
3. *Чернов Л. А.* Волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1975. 172 с.
4. *Kibblewhite A. C., Denham R. R.* Low-frequency sound absorption in the South Pacific Ocean.– J. Acoust. Soc. Amer., 1971, v. 49, № 3, p. 810–815.
5. *Mellen R. H., Browning D. C., Ross J. M.* Attenuation in randomly inhomogeneous sound channels.– J. Acoust. Soc. Amer., 1974, v. 56, № 1, p. 80–82.
6. Распространение звука во флуктуирующем океане/Под ред. Флатте С. М.: Мир, 1982. 336 с.
7. *Garrett C. J. R., Munk W. H.* Space-time scales of internal waves: a progress report.– J. Geophys. Res., 1975, v. 80, № 3, p. 291–297.
8. *Горская Н. С., Раевский М. А.* О влиянии случайного поля внутренних волн на распространение звука в океане.– Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 183–191.
9. *Апресян Л. А., Кравцов Ю. А.* Теория переноса излучения. М.: Наука, 1983. 215 с.
10. *Колер В., Папаниколау Дж. К.* Распространение волн в случайно-неоднородном океане.– В кн.: Распространение волн и подводная акустика/Под ред. Келлера Дж. Б. и Пападакиса Дж. С. М.: Мир, 1980, с. 126–179.
11. *Dozier L. B., Tappert F. D.* Statistics of normal mode amplitudes in a random media.– J. Acoust. Soc. Amer., 1978, v. 63, № 2, p. 353–365.
12. *Munk W. H.* Sound channel in an exponentially stratified ocean with application to SOFAR.– J. Acoust. Soc. Amer., 1974, v. 55, № 2, p. 220–226.
13. *Munk W. H., Zachariasen F.* Sound propagation through fluctuating stratifies ocean: theory and observation.– J. Acoust. Soc. Amer., 1976, v. 59, № 4, p. 818–838.
14. *Х.-Г. Унгер.* Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980. 656 с.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6.VI.1985