

щая однородная волна превращается на первом стыке вставки в неоднородную волну, «падающую» на второй стык и «отражающуюся» от него так же в виде неоднородной волны. Таким образом, в такой вставке будут существовать только неоднородные волны, сильно затухающие по ее длине, так что за вставкой будет существовать сильно ослабленная однородная волна. Расчеты, выполненные аналогично изложенным выше, дают следующие значения для полей изгибных волн (без падающей волны) в вибропроводе со вставкой длины  $l$ :  $W_1 = i \operatorname{th} kl \exp(-ikx)$ ;  $W_2 = \operatorname{ch}^{-1} kl [\operatorname{ch} k(l-x) + i \operatorname{sh} k(l-x)]$ ;  $W_3 = \operatorname{ch}^{-1} kl \exp[ik(l-x)]$ , где  $W_1$  и  $W_3$  — смещения в полубесконечных стержнях,  $W_2$  — в стержневой вставке. Таким образом, коэффициент отражения от вставки  $R = i \operatorname{th} kl$ , а величина виброизоляции  $P = \operatorname{ch} kl$ , при этом как и должно быть  $|R|^2 + |P|^2 = 1$ . Если величину  $P$  выразить в децибеллах, то при  $l/\lambda \approx 0,25$ , где  $\lambda$  — длина изгибной волны, ее с хорошей точностью можно представить в виде  $P_{\text{дБ}} = 54,54 l/\lambda - 6$ , откуда видно, что даже при небольших значениях  $l/\lambda$   $P_{\text{дБ}}$  может принимать большие значения, при этом величина  $|R|$  близка к единице. График зависимости величин  $|R|$  и  $P_{\text{дБ}}$  от  $l/\lambda$  приведен на фиг. 2; пунктиром проведена асимптотическая прямая для  $P_{\text{дБ}}$ . Здесь же приведены экспериментальные значения этих величин, полученные на установке, аналогичной приведенной в работе [2]. В качестве вибропровода использовался стальной стержень прямоугольного сечения толщиной 0,3 см и шириной 3 см; длина вставки при тех же поперечных размерах составляла 14 см. Измерения  $|R|$  и  $P_{\text{дБ}}$  проводились на гармонических сигналах путем анализа параметров стоячих волн с помощью бесконтактного виброприемника (микрофона), в диапазоне частот 100–500 Гц. Значения частоты приведены на нижней шкале фиг. 2. Точками отмечены экспериментальные значения измеренных величин. Из фигуры видно, что экспериментальные значения неплохо совпадают с теоретическими, что подтверждает возможность использования описанных стержневых вставок для создания виброизоляции в вибропроводах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Маслов В. П. Отражение изгибной волны от углового соединения пластин. — Акуст. журн., 1968, т. 14, № 4, с. 577–581.
2. Кашина В. И., Тюткин В. В. Установка для измерения модуля Юнга и коэффициента потерь резиноподобных и твердых материалов. — В кн.: Приборы и машины для испытания металлов и пластмасс. М.: Машгиз, 1965, с. 31–36.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
27.III.1985

УДК 534.26

### О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ВДОЛЬ ПЛАСТИНЫ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКИМ НАБОРОМ РЕБЕР ЖЕСТКОСТИ

Белинский Б. П., Вешев В. А.

Различные вопросы возбуждения колебаний периодически подкрепленных пластин, контактирующих с внешней акустической средой [1], приводят к необходимости анализа дисперсионных свойств модели, т. е. к исследованию поверхностных волн, распространяющихся без затухания вдоль конструкции [2]. В частности, при возбуждении изгибно-колеблющейся пластины, подкрепленной периодическим (с периодом  $d$ ) набором ребер жесткости, нормальной гармонической силой акустическое поле в среде представляется интегралом [1–3], подынтегральное выражение которого имеет полюса в нулях функции

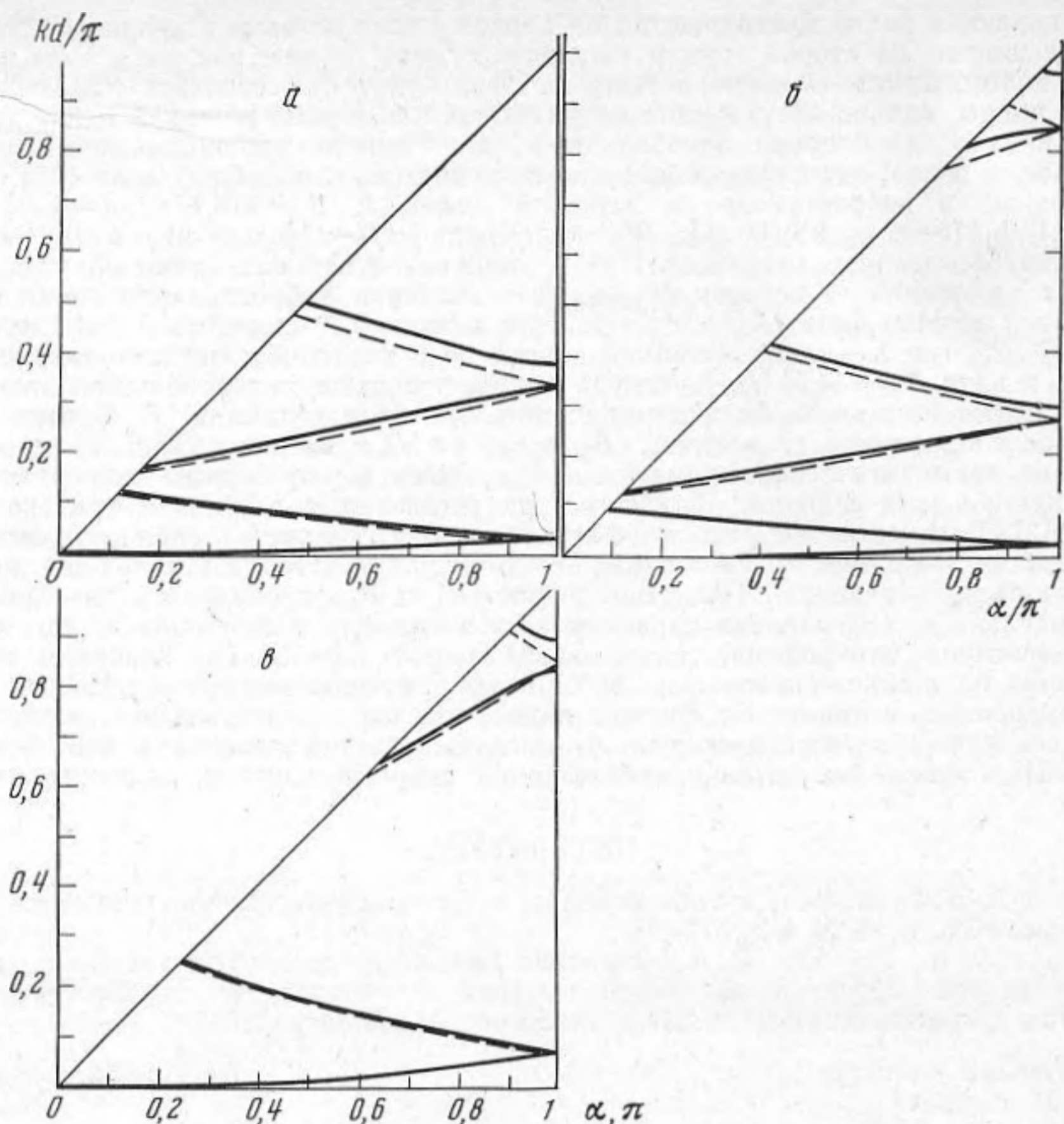
$$\Delta(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \gamma_n / L_n - d/Z, \quad (1)$$

$$\gamma_n = (\lambda_n^2 - k^2)^{1/2}, \quad L_n = (\lambda_n^4 - k_n^4) \gamma_n - 2\nu,$$

$$\lambda_n = (2\pi n + \alpha) / d.$$

Здесь  $\nu = \rho_0 \omega^2 D$ ,  $\rho_0$  — плотность среды, окружающей пластину с двух сторон,  $k = \omega/c$  — волновое число,  $c$  — скорость звука в среде,  $D = EH^3/12(1-\sigma^2)$  — цилиндрическая жесткость пластины,  $k_n = (\rho H \omega^2 / D)^{1/4}$  — волновое число изгибных колебаний пластины в вакууме,  $H$  — толщина пластины,  $\rho$ ,  $E$ ,  $\sigma$  — плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины,  $Z = \rho_1 H_1 b \omega^2 / D$  — силовой импеданс ребра жесткости,  $\rho_1$  — плотность материала ребра,  $H_1$ ,  $b$  — толщина и высота ребра. В отличие от работы [3] не учитывается телесность ребер и их моментные импедансы.

Вещественные нули функции  $\Delta\alpha$  определяют волновые числа распространяющихся поверхностных волн (однородных нормальных волн Флоке) в рассматриваемой конструкции. Анализ этих нулей необходим и при исследовании звукового дав-



ления, создаваемого пластиной с ребрами жесткости под воздействием случайных сил [4]. Отметим, что в работе [4] делается ряд упрощающих предположений относительно параметров конструкции и исследование ведется на качественно-асимптотическом уровне.

Представляется полезным непосредственный численный анализ вещественных нулей функции  $\Delta(\alpha)$  на основе точного выражения (1), т. е. изучение дисперсионных зависимостей показателя Флоке  $\alpha$  от волнового размера пролета  $kd$  и механических параметров пластины и ребер жесткости, а также получение его низкочастотной асимптотики.

Установим, в каких областях на плоскости  $(\alpha, kd)$  могут лежать вещественные ветви дисперсионных кривых. При отсутствии механических потерь ( $k, E$  — вещественны)  $\text{Im } \Delta(\alpha) = \nu \sum (k^2 - \lambda_n^2)^{1/2} / |L_n|^2$ , где суммирование распространено только на те слагаемые, для которых  $\lambda_n^2 < k^2$ . Поскольку каждое слагаемое в этой сумме неотрицательно,  $\text{Im } \Delta(\alpha)$  при вещественном  $\alpha$  может обратиться в нуль, только если  $|\lambda_n| \geq k$  для всех целых  $n$ . При  $n=0$  имеем  $|\alpha| \geq kd$ , при  $n=\pm 1 - |2\pi \pm \alpha| \geq kd$  и т. д. Вследствие легко проверяемых соотношений

$$\Delta(-\alpha) = \Delta(\alpha), \quad \Delta(\alpha \pm 2\pi) = \Delta(\alpha) \quad (2)$$

достаточно ограничиться рассмотрением интервала  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , что позволяет получить  $kd \leq \alpha \leq 2\pi - kd$  и, в частности  $kd \leq \pi$ . Таким образом, вещественные нули функции  $\Delta(\alpha)$  на плоскости  $(\alpha, kd)$  могут располагаться лишь внутри треугольников  $kd \leq \alpha \leq 2\pi - kd$ , периодически продолженных влево и вправо вдоль оси  $\alpha$  с периодом  $2\pi$ . Ниже рассматривается лишь основной треугольник  $kd \leq \alpha \leq \pi$ .

Отметим, что часто встречающееся в литературе предположение  $kd \gg 1$  заранее означает отказ от учета влияния поверхностных процессов на формирование акустического поля в среде.

Низкочастотная ( $kd \rightarrow 0$ ) асимптотика дисперсионной кривой получается на основе метода [5] и имеет вид

$$\alpha = (kd)^{2/5} W^{1/5} [1 + (kd)^{2/5} (U+V) / 5W^{4/5} + O((kd)^{4/5})], \quad (3)$$

$$U = Zd/k^2, \quad V = k_n^4 d^2/k^2, \quad W = 2\nu d^3/k^2.$$

Введенные здесь безразмерные параметры  $U, V, W$  не зависят от частоты, а определяются только механическими и геометрическими характеристиками модели. Наличие ребер проявляется во втором члене асимптотики (3), в котором величина  $U+V$  пропорциональна суммарной массе пластины и ребер, отнесенной к единице длины пластины. Таким образом, на низких частотах дисперсионная кривая для

пластины с ребрами ведет себя как подобная кривая для находящейся в среде однородной пластины с массой, увеличенной на массу ребер («закон массы»).

Результаты численного счета приведены на фигуре. Рассмотрена стальная пластина в воде: а)  $U_a=960$ ,  $V_a=2400$ ,  $W_a=30700$ , а также две другие структуры с большими и меньшими значениями указанных параметров; б)  $U_b=1100$ ,  $V_b=2800$ ,  $W_b=61400$ ; в)  $U_c=77$ ,  $V_c=380$ ,  $W_c=5650$ .

Сплошными линиями на фигуре изображены дисперсионные кривые, полученные в результате прямого численного счета на ЭВМ, а пунктирными — кривые, отвечающие асимптотической формуле (3) с учетом отмеченных выше свойств симметрии и периодичности (2). Сравнение графиков позволяет проследить зависимость дисперсионных кривых от параметров. Так, например, с увеличением параметра  $W=2\rho_0 c^2 d^3/D$  уменьшается наклон дисперсионной кривой и основной треугольник вмещает большее число ее вещественных ветвей. Следует указать на наличие зон загибания модели, т. е. таких значений параметра  $kd/\pi$ , при которых отсутствуют вещественные корни у функции  $\Delta(\alpha)$ . В таблице для каждого из трех расчетных вариантов приведены значения границ этих зон.

№ зоны	а		б		в	
1	0,02646	0,02847	0,02006	0,02103	0,06497	0,06721
2	0,11896	0,16828	0,09525	0,12482	0,24877	0,64441
3	0,32831	0,37516	0,26484	0,29299	0,83072	0,88919
4	0,49614	1,00000	0,41799	0,80891	0,91985	1,00000
5			0,84700	0,95609		
6			0,95853	1,00000		

Все зоны загибания можно разбить на две группы. Происхождение нечетных зон, границами которых являются точки пересечения дисперсионной кривой с линией  $\alpha=\pi$ , связано с периодичностью расположения ребер жесткости. Аналогичные зоны наблюдаются у широкого класса конструкций, обладающих трансляционной симметрией [6], в частности у пластин с периодическим набором ребер жесткости в вакууме [2]. В четных зонах, границами которых являются точки пересечения дисперсионной кривой с линией  $\alpha=kd$ , поверхностный характер процесса теряется. Нормальная волна становится неоднородной, затухающей из-за наличия потока энергии от пластины в жидкость. В отсутствие жидкости границами четных зон загибания служат точки пересечения дисперсионной кривой с линией  $\alpha=0$  [6].

На низких частотах закон массы (3) верно передает ход дисперсионной кривой  $\alpha=\alpha(kd)$  до второй зоны загибания. Исключение составляет малая окрестность первой зоны, где закон дает только ее примерное местоположение с погрешностью, возрастающей по мере уменьшения параметра  $W$ . В пределах второй зоны загибания кривая  $\alpha=\alpha(kd)$  располагается в комплексной области. Закон массы дает удовлетворительное описание поведения  $\text{Re } \alpha$ . Этот закон позволяет также определить число нечетных зон загибания как число точек пересечения кривой (3) при  $0 \leq kd \leq \pi$  с прямыми  $\alpha=(2n+1)\pi$ .

В целом можно сделать вывод, что для широкого диапазона изменения параметров  $U$ ,  $V$ ,  $W$  закон массы верно передает качественный характер дисперсионных кривых. Однако он не может их удовлетворительно описать во всем частотном диапазоне, в частности в окрестностях зон загибания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
2. Ляпунов В. Г., Никифоров А. С. Виброизоляция в судовых конструкциях. Л.: Судостроение, 1975. 232 с.
3. Белинский Б. П. Излучение звука пластиной, подкрепленной набором выступающих ребер жесткости, под действием силы. — Акуст. журн., 1983, т. 29, № 4, с. 420–427.
4. Евсеев В. Н., Иванов В. С., Романов В. Н. Об определении звукового давления, создаваемого пластиной с ребрами жесткости под воздействием случайной нагрузки. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 2, с. 220–227.
5. Коузов Д. П. Дифракция плоской гидроакустической волны на трещине в упругой пластине. — ПММ, 1963, т. 27, № 6, с. 1037–1043.
6. Артоболевский И. И., Бобровицкий Ю. И., Генкин М. Д. Введение в акустическую динамику машин. М.: Наука, 1979. 296 с.

Ленинградский государственный университет им. А. А. Жданова,

Научно-исследовательский институт физики

Поступило в редакцию  
15.X.1985