

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ НА ТОНКИХ УПРУГИХ ТЕЛАХ
ВРАЩЕНИЯ

Бойко А. И.

Пусть на тонкое упругое тело вращения S , граница которого в цилиндрических координатах r, ψ, z задается уравнением $r = \varepsilon F(z)$ (функция $F(z)$ — неотрицательная, достаточно гладкая при $|z| \leq l$ и такая, что $F(-l) = F(l) = 0$; $2l$ — длина тела; $\varepsilon > 0$ — малый параметр), падает плоская волна $v(r, \psi, z) = A_0 \exp \{i(k_z z + k_x r \cos \psi + k_y r \sin \psi)\}$. Параметры упругой среды внутри тела λ, μ, ρ , где λ, μ — коэффициенты Ламе, ρ — плотность. Параметры среды, окружающей тело, k, ρ , где $k = \omega/c$.

Обозначим через $p = u + v$ полное поле вне тела. Здесь u — рассеянное поле. Функция p удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца. Для вектора смещений $\mathbf{w} = \{w_r, w_\psi, w_z\}$ внутри тела выполняется уравнение $(\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{w} - \mu \text{rot rot } \mathbf{w} = -\omega^2 \rho \mathbf{w}$. На границе S тела имеют место условия:

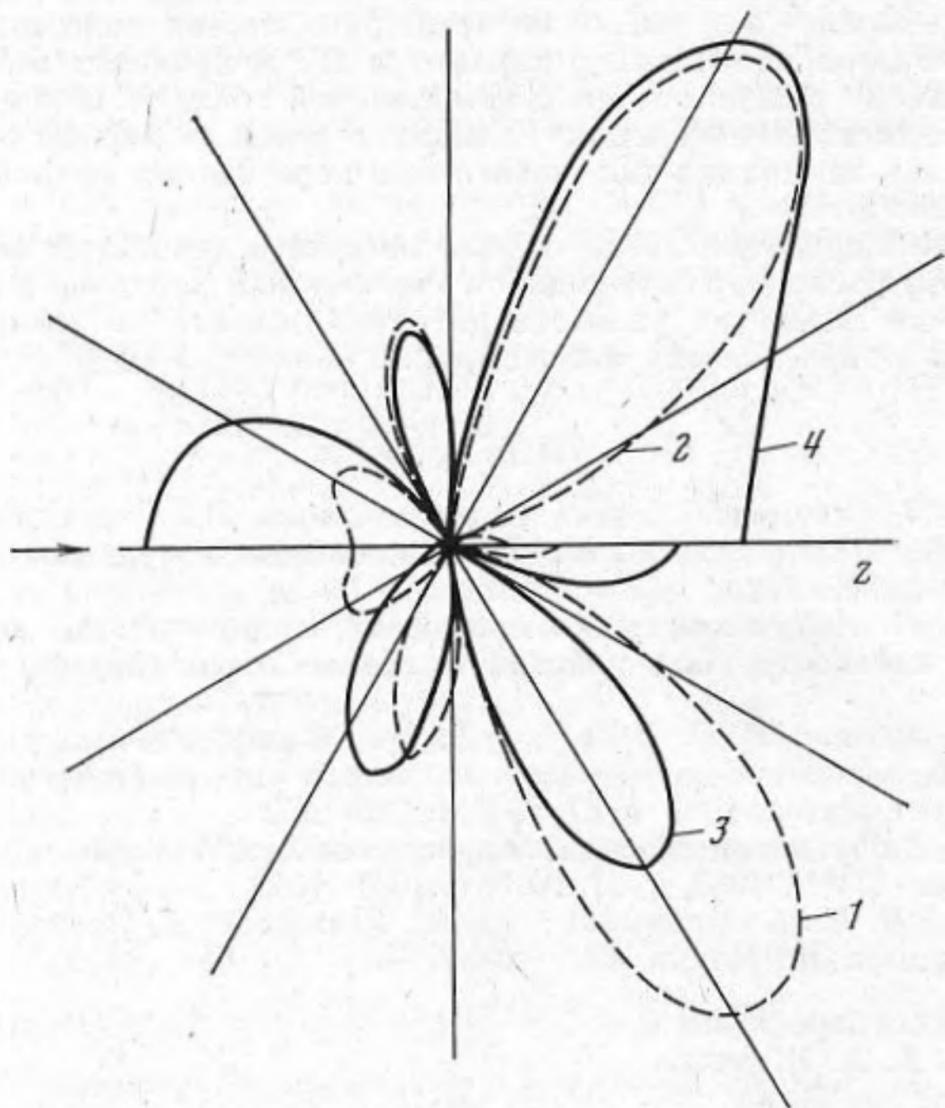
$$w_n|_S = \frac{1}{\omega^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_S, \quad \sigma_{nn}|_S = -p|_S, \quad \sigma_{n\tau}|_S = 0.$$

Здесь w_n — нормальная составляющая вектора смещения \mathbf{w} , σ_{nn} — нормальное напряжение, $\sigma_{n\tau}$ — сдвиговое напряжение.

Рассеянное поле $u(r, \psi, z)$ удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда: $u = R^{-1} \exp \{ikR\} f(\theta, \varphi; \varepsilon) + O(R^{-2})$ при $R \rightarrow \infty$, где R, θ, φ — сферические координаты.

Цель работы — нахождение главного члена $f_0(\theta, \varphi)$ амплитуды рассеяния $f(\theta, \varphi; \varepsilon)$.

Будем решать задачу дифракции на основе метода теории возмущений [1, 2], который в задачах теории колебаний получил название метода сращивания [3–5]. Этот метод заключается в представлении полей в окрестности тела в виде асимптотических разложений по малому параметру ε , носящих название внутренних разложений. В некоторой промежуточной зоне внутреннее разложение сращивается с внешним разложением, справедливым везде вне некоторой окрестности тела. Главные члены внешнего разложения представляют в виде суммы потенциалов простого и двойного слоев относительно неизвестных плотностей объемной скорости, сосредоточенных на отрезке, совпадающем с осью вращения тела. В результате примене-



Амплитуды рассеяния плоской волны для упругих сфероидов из различных материалов: 1 — алюминий, 2 — сталь, 3 — медь, 4 — свинец

ния метода сращивания находим главный член амплитуды рассеяния:

$$4f_0(\theta, \varphi) = \varepsilon^2 A_0 \left\{ 2k^2 \frac{\tilde{\rho} - \rho}{\tilde{\rho} + \rho} \sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) - \right. \\ \left. - k^2 (1 - \cos \theta \cos \theta_0) + \frac{\rho}{\tilde{\rho}} \frac{k_l^2 k_t^2}{k_t^2 - k_l^2} \right\} \int_{-l}^l S(x) \exp\{ikx(\cos \theta_0 - \cos \theta)\} dx + \\ + \varepsilon^2 \omega^2 \rho \int_{-l}^l \left[2\nu_{ст} S(x) \frac{d}{dx} w(x) + w(x) \frac{d}{dx} S(x) \right] \exp\{-ikx \cos \theta\} dx,$$

где $w(x)$ — решение уравнения о вынужденных продольных колебаниях упругого стержня:

$$\frac{d}{dx} \left[S(x) \frac{d}{dx} w(x) \right] + k_{ст}^2 S(x) w(x) = \\ = A_0 E_{ст}^{-1} \exp\{ikx \cos \theta_0\} \left[2i\nu_{ст} k S(x) \cos \theta_0 + (2\nu_{ст} - 1) \frac{d}{dx} S(x) \right].$$

Здесь $\varepsilon^2 \pi S(x)$ — площадь поперечного сечения тела; $\nu_{ст}$ и $E_{ст}$ — коэффициент Пуассона и модуль Юнга для стержня; $k_{ст}$ — волновое число продольных волн в стержне; k_l — волновое число продольных волн в свободном пространстве; k_t — волновое число поперечных волн; $k_x = k \sin \theta_0 \cos \varphi_0$, $k_y = k \sin \theta_0 \sin \varphi_0$, $k_z = k \cos \theta_0$.

На фигуре приведены графики функций $|(\varepsilon^2 A_0 l)^{-1} f_0(\theta, \varphi = \varphi_0)|$ для вытянутых сфероидов: $S(x) = l^2 - x^2$ при $kl = 5$ и $\theta_0 = 0$. Направление падения плоской волны показано стрелкой. Ось z является осью вращения диаграмм направленности. Кривая 2 для стали наиболее близка к диаграмме направленности при рассеянии плоской волны на акустически идеально жестком сфероиде [6]. Кривая 3 для меди сильно отличается от этой диаграммы. Это отличие вызвано тем, что для меди величина $k_{ст}l = 2,03$ лежит вблизи первого собственного значения $k_l = 2,13$ однородного дифференциального уравнения, описывающего продольные колебания тела.

Автор приносит благодарность М. В. Федорюку и В. В. Тютюкину за постановку задачи и Н. О. Максимовой за расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1957.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
3. Федорюк М. В. Рассеяние звуковых волн тонким акустически жестким телом вращения. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 4, с. 605–609.
4. Федорюк М. В. Применение метода сращивания асимптотических разложений к рэлеевскому приближению в скалярной теории дифракции. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 3, с. 441–448.
5. Бойко А. И. Рассеяние плоских волн тонким телом вращения. — Акуст. журн., 1983, т. 29, № 3, с. 321–325.
6. Колюхова Н. Б., Пак Т. В. Дифракция плоской звуковой волны на жестком вытянутом сфероиде. М.: ВЦ АН СССР, 1985.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.XI.1985

УДК 534.21

К ВОПРОСУ ОБ АМПЛИТУДЕ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ОГРАНИЧЕННЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

Бугаев В. В., Музыченко В. В., Паникленко А. П.

Эксперименты по рассеянию звука на вытянутых ($L \gg R$) ограниченных оболочках вращения дают диаграммы направленности, обладающие устойчивыми характерными признаками. В работе [1] были приведены результаты эксперимента, показывающие, что при выполнении условий пространственного совпадения наблюдается значительное увеличение амплитуды рассеяния в незеркальном направлении. Блок-схема установки показана на фиг. 1. Тракт возбуждения, состоящий из задающего генератора 1, усилителя 2 и антенны 3, формировал и излучал возбуждающие импульсы длительностью $\tau \approx 10-1500$ мкс с частотой заполнения $f_0 \approx 25-500$ кГц.