

ния метода сращивания находим главный член амплитуды рассеяния:

$$4f_0(\theta, \varphi) = \varepsilon^2 A_0 \left\{ 2k^2 \frac{\tilde{\rho} - \rho}{\tilde{\rho} + \rho} \sin \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) - \right. \\ \left. - k^2 (1 - \cos \theta \cos \theta_0) + \frac{\rho}{\tilde{\rho}} \frac{k_l^2 k_t^2}{k_l^2 - k_t^2} \right\} \int_{-l}^l S(x) \exp\{ikx(\cos \theta_0 - \cos \theta)\} dx + \\ + \varepsilon^2 \omega^2 \rho \int_{-l}^l \left[ 2\nu_{ст} S(x) \frac{d}{dx} w(x) + w(x) \frac{d}{dx} S(x) \right] \exp\{-ikx \cos \theta\} dx,$$

где  $w(x)$  — решение уравнения о вынужденных продольных колебаниях упругого стержня:

$$\frac{d}{dx} \left[ S(x) \frac{d}{dx} w(x) \right] + k_{ст}^2 S(x) w(x) = \\ = A_0 E_{ст}^{-1} \exp\{ikx \cos \theta_0\} \left[ 2i\nu_{ст} k S(x) \cos \theta_0 + (2\nu_{ст} - 1) \frac{d}{dx} S(x) \right].$$

Здесь  $\varepsilon^2 \pi S(x)$  — площадь поперечного сечения тела;  $\nu_{ст}$  и  $E_{ст}$  — коэффициент Пуассона и модуль Юнга для стержня;  $k_{ст}$  — волновое число продольных волн в стержне;  $k_l$  — волновое число продольных волн в свободном пространстве;  $k_t$  — волновое число поперечных волн;  $k_x = k \sin \theta_0 \cos \varphi_0$ ,  $k_y = k \sin \theta_0 \sin \varphi_0$ ,  $k_z = k \cos \theta_0$ .

На фигуре приведены графики функций  $|(\varepsilon^2 A_0 l)^{-1} f_0(\theta, \varphi = \varphi_0)|$  для вытянутых сфероидов:  $S(x) = l^2 - x^2$  при  $kl = 5$  и  $\theta_0 = 0$ . Направление падения плоской волны показано стрелкой. Ось  $z$  является осью вращения диаграмм направленности. Кривая 2 для стали наиболее близка к диаграмме направленности при рассеянии плоской волны на акустически идеально жестком сфероиде [6]. Кривая 3 для меди сильно отличается от этой диаграммы. Это отличие вызвано тем, что для меди величина  $k_{ст}l = 2,03$  лежит вблизи первого собственного значения  $k_l = 2,13$  однородного дифференциального уравнения, описывающего продольные колебания тела.

Автор приносит благодарность М. В. Федорюку и В. В. Тютекину за постановку задачи и Н. О. Максимовой за расчеты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ван Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1957.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972.
3. Федорюк М. В. Рассеяние звуковых волн тонким акустически жестким телом вращения. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 4, с. 605–609.
4. Федорюк М. В. Применение метода сращивания асимптотических разложений к рэлеевскому приближению в скалярной теории дифракции. — Акуст. журн., 1981, т. 27, № 3, с. 441–448.
5. Бойко А. И. Рассеяние плоских волн тонким телом вращения. — Акуст. журн., 1983, т. 29, № 3, с. 321–325.
6. Колюхова Н. Б., Пак Т. В. Дифракция плоской звуковой волны на жестком вытянутом сфероиде. М.: ВЦ АН СССР, 1985.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

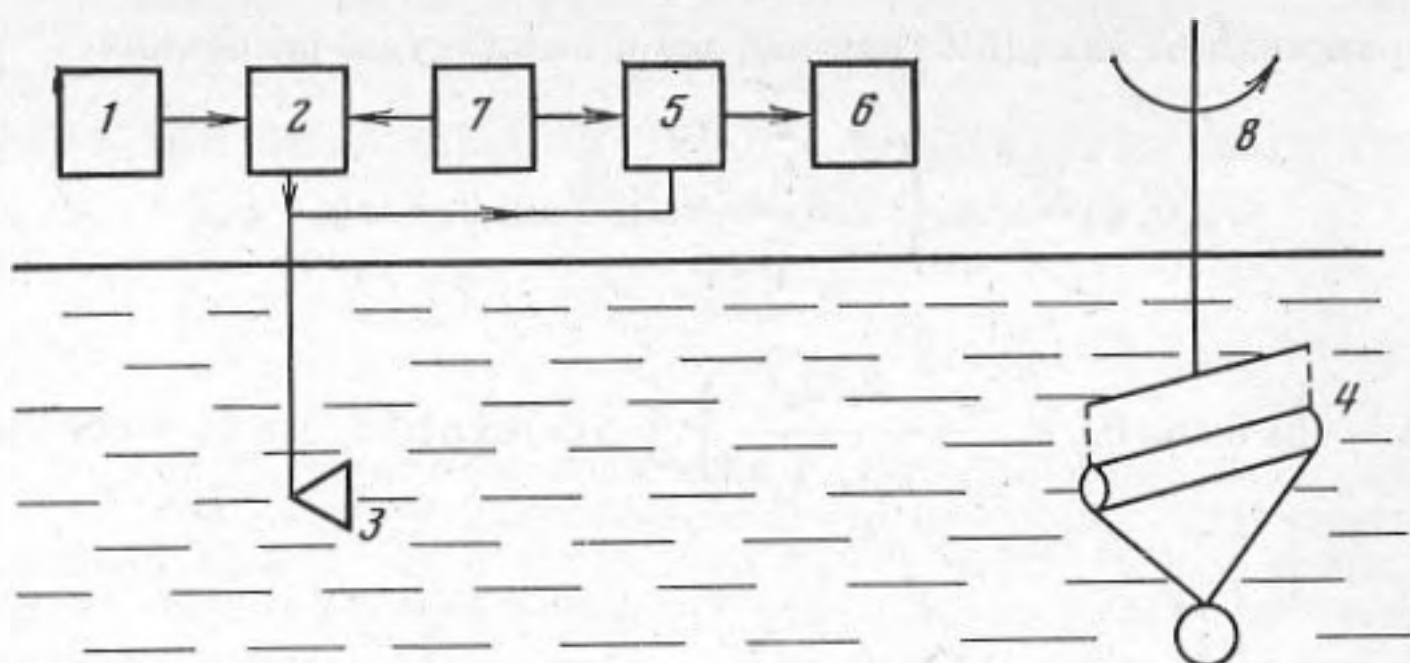
Поступило в редакцию  
19.XI.1985

УДК 534.21

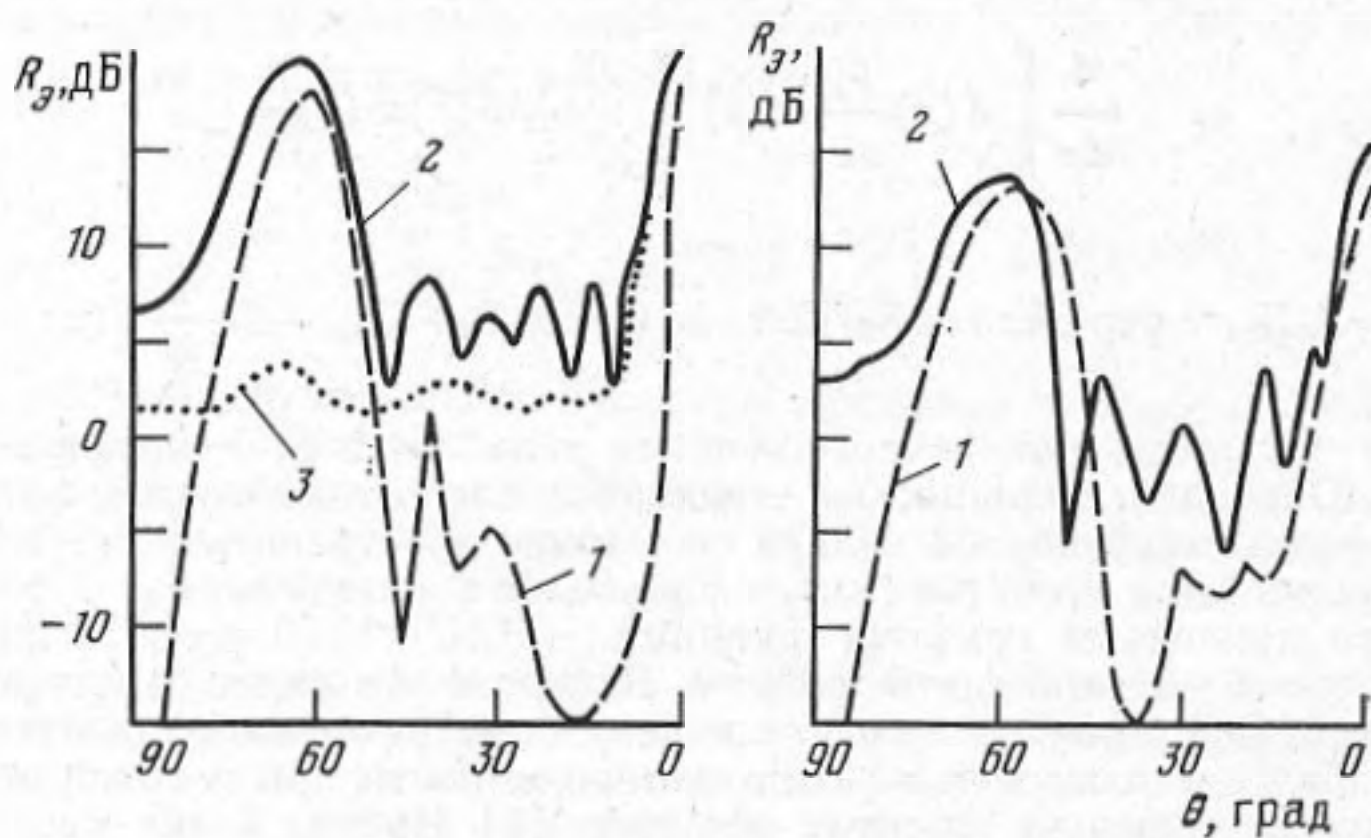
#### К ВОПРОСУ ОБ АМПЛИТУДЕ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ОГРАНИЧЕННЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

Бугаев В. В., Музыченко В. В., Паникленко А. П.

Эксперименты по рассеянию звука на вытянутых ( $L \gg R$ ) ограниченных оболочках вращения дают диаграммы направленности, обладающие устойчивыми характерными признаками. В работе [1] были приведены результаты эксперимента, показывающие, что при выполнении условий пространственного совпадения наблюдается значительное увеличение амплитуды рассеяния в незеркальном направлении. Блок-схема установки показана на фиг. 1. Тракт возбуждения, состоящий из задающего генератора 1, усилителя 2 и антенны 3, формировал и излучал возбуждающие импульсы длительностью  $\tau \approx 10-1500$  мкс с частотой заполнения  $f_0 \approx 25-500$  кГц.



Фиг. 1. Блок-схема экспериментальной установки



Фиг. 2

Фиг. 3

Фиг. 2. Диаграммы направленности незеркального отражения на частоте  $\Omega_c=1,009$ : 1 — теоретическая кривая, 2 и 3 — экспериментальные кривые для стальной цилиндрической оболочки и свинцового сплошного цилиндра соответственно ( $L=15,5$  см)

Фиг. 3. Подпись аналогична подписи к фиг. 2 ( $L=10$  см)

Сигнал, рассеянный исследуемой оболочкой 4, принимался той же антенной, усиливался измерительным усилителем 5 и регистрировался самописцем 6. Антенна 3 имела ширину главного лепестка диаграммы направленности  $10-25^\circ$ . Работа электронной схемы обеспечивалась блоком синхронизации 7. Поворот и перемещение исследуемой оболочки относительно приемопередающей антенны осуществляла координатная система 8. Измерения проводились при условиях возбуждения, близких к стационарному ( $\tau \geq 10 \cdot 1/f_0$ ).

На фиг. 2 приведены диаграммы направленности рассеянного поля на частоте  $\Omega_c=1,009$  ( $f_0=69$  кГц) от стальной цилиндрической оболочки, имеющей длину  $L=15,5$  см, диаметр  $d=0,8$  см и толщину  $h=0,1$  см, и от сплошного свинцового цилиндра тех же размеров. По оси ординат отложен радиус эквивалентной сферы, обеспечивающей тот же уровень рассеянной волны в направлении на источник (сфера радиуса 1 см соответствует  $R_3=0$  дБ). Сопоставление полученных кривых показывает, что для оболочки, совершающей упругие колебания, имеет место значительное увеличение амплитуды рассеяния в незеркальном направлении.

В работе [2] было показано, что амплитуда рассеяния в незеркальном направлении максимальна при выполнении условий пространственно-частотного резонанса, т. е. условий пространственного совпадения  $k_\phi = k_{cp} \sin \theta$ , и возбуждении оболочки на резонансной частоте. Можно было предположить, что при этих условиях амплитуда рассеяния будет определяться лишь длиной падающей волны, как это имеет место в случае бесконечной оболочки [3]. Однако эксперимент показал, что при возбуждении оболочки на той же частоте амплитуда резонансного рассеяния зависит от длины оболочки. На фиг. 3 приведены диаграммы направленности рассеяния от цилиндрической оболочки длины  $L=10$  см. Видно, что амплитуда незеркального отражения уменьшилась на 7 дБ.

Амплитуду резонансного рассеяния  $P_{рез}$  можно оценить, воспользовавшись решением, приведенным в работе [2], где рассмотрена дифракция звука на тонкой ограниченной упругой цилиндрической оболочке в абсолютно жестком и неподвижном экране. Согласно этой работы, решение можно записать в следующей форме:

$$P_{рез} = P_{тв} + A[F(\theta)/(Z_n + Z_{sn})][e^{ik_{cp}r}/r],$$

где  $P_{\text{тв}}$  описывает рассеяние на абсолютно жестком цилиндре,  $A$  — коэффициент, зависящий от параметров оболочки,  $Z_n$  и  $Z_{sn}$  — импедансы оболочки и излучения соответственно,  $F(\theta)$  — множитель, описывающий угловую зависимость взаимодействия звукового поля и оболочки. Результаты эксперимента показывают, что максимум рассеяния, наблюдаемый в направлении углов пространственного совпадения, определяется колебаниями оболочки, и вклад рассеяния на абсолютно жестком теле  $P_{\text{тв}}$  в полную амплитуду рассеяния незначителен (сравни кривые 2 и 3 на фиг. 2). Характер выражения  $1/(Z_n+Z_{sn})$  позволяет при оценке учитывать только резонансный член [3]. При выполнении условий пространственно-частотного резонанса  $F(\theta)=1$  и  $(Z_n+Z_{sn})=\text{Re } Z_{sn}$ . Численная оценка действительной части импеданса излучения весьма трудоемка. Однако в случае длинных оболочек можно воспользоваться выражением для импеданса излучения бесконечного цилиндра, приведенным, например, в работе [3], а именно

$$\text{Re } Z_{sn} = \frac{\rho c}{\cos \theta} \frac{4\pi}{[n!]^2} \left( \frac{\Omega \cos \theta}{2} \right)^{2n+1}.$$

Тогда на моде  $n=1$ , которая обуславливает максимумы рассеяния, показанные на графиках 2 и 3, получаем оценку  $P_{\text{рез}} = (L/\pi) (e^{ik_{\text{ср}}r}/r)$  или  $R_3 \approx 2L/\pi$ .

Использование для оценки амплитуды рассеяния импеданса бесконечной цилиндрической оболочки эквивалентно предположению о том, что для сильно вытянутого тела связь между потенциалом поля  $\Phi$  и его нормальной производной  $(\partial\Phi/\partial n)$  на поверхности тела такая же, как и для бесконечной цилиндрической области. Исходя из этого предположения, в работе [4] на основе формулы Кирхгофа получено замкнутое выражение для амплитуды рассеяния от цилиндрической оболочки, ограниченной двумя абсолютно жесткими и неподвижными полусферами. Асимптотическая оценка амплитуды рассеяния показала, что при выполнении условий пространственно-частотного резонанса амплитуда рассеяния равна  $L/2\pi$  для  $n=0$  и  $L/\pi$  для  $n=1$ , что совпадает с оценкой, полученной выше. Полученная формула позволила провести численный расчет диаграмм направленности незеркального отражения для оболочек, использованных в эксперименте. В расчете было принято, что материал оболочки обладает внутренними потерями. Выбранное значение коэффициента потерь  $\eta \approx 0,01$  близко к потерям в стали.

Сравнение полученных результатов показывает, что расчет дает значения эквивалентного радиуса оболочки, близкие к полученным экспериментально, если амплитуда рассеяния определяется резонансными колебаниями оболочки, т. е. для углов, близких к углам пространственного совпадения ( $\theta=60-70^\circ$ ) и для угла  $\theta \approx 0^\circ$ , когда оболочка в основном рассеивает как абсолютно твердое тело. Для углов вне резонансных пиков теоретические кривые отличаются от экспериментальных кривых, что объясняется, по-видимому, двумя причинами: во-первых, различием в граничных условиях на концах оболочки (в эксперименте концы свободны, а в расчете неподвижны) и, во-вторых, тем, что в расчете ряды, описывающие амплитуду рассеяния, были ограничены ( $n=2$  по азимуту и  $m=15$  по длине оболочки) и выбранного количества членов разложения могло оказаться недостаточно, так как для указанных углов нет доминирующего резонансного члена.

Приведенные результаты позволяют сформулировать следующие выводы: во-первых, амплитуда резонансного рассеяния оболочки в незеркальном направлении, значительно возрастающая при угле падения волны и частоте возбуждения, близких к условиям пространственно-частотного резонанса, пропорциональна длине оболочки и может достигать максимума, равного  $L/\pi$ , при точном выполнении этих условий; во-вторых, метод расчета рассеяния звука цилиндрической оболочкой, ограниченной двумя абсолютно жесткими неподвижными полусферами [4], достаточно верно описывает резонансные явления при рассеянии.

Авторы выражают благодарность С. А. Рыбаку за обсуждение результатов данной работы и конструктивные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бугаев В. В., Музыченко В. В., Паникленко А. П. К вопросу об условиях пространственного совпадения при рассеянии плоской волны на цилиндрической оболочке. — Акуст. журн., 1985, т. 31, № 5, с. 660–662.
2. Лямшев Л. М. Дифракция звука на тонкой ограниченной упругой цилиндрической оболочке. — Докл. АН СССР, 1957, т. 115, № 2, с. 271–273.
3. Паникленко А. П., Рыбак С. А. Рассеяние плоской волны на цилиндрической оболочке в области низких частот. — Акуст. журн., 1984, т. 30, № 2, с. 253–258.
4. Музыченко В. В., Рыбак С. А. Амплитуда резонансного рассеяния звука ограниченной цилиндрической оболочки в жидкости. — Акуст. журн., 1986, т. 32, № 1, с. 129–131.

Акустический институт  
им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
20.XI.1985