

3. *Miers M. K., Callegari A. J.* On the singular behavior of linear acoustic theory in near-sonic duct flows.— *J. Sound Vibr.*, 1977, v. 51, p. 517–531.
4. *Celmins A.* Modified governing equations for unsteady compressible flow in ducts. *Trans. ASME.— J. Appl. Mech.*, 1978, v. 45, № 4, p. 723–726.
5. *Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E.* Computation of Nonlinear One-dimensional Waves in Near-Sonic Flow.— *AIAA Journ.*, 1978, v. 16, № 11, p. 1154–1159.
6. *Nayfeh A. H., Shaker B. S., Kaise J. E.* Transmission of Sound through Nonuniform Circular Ducts with Compressible Mean Flows.— *AIAA Journ.*, 1980, v. 18, № 5, p. 515–525.
7. *Walkington N. J., Eversman W.* Finite Difference Solutions to Shocked Acoustic Waves.— *AIAA Pap.*, 1983, № 671, p. 1–10.
8. *Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А.* Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точек перехода через скорость звука.— *ПММ*, 1967, т. 31, № 4, с. 593–602.
9. *Карабугов А. А.* Исследование нестационарных трансзвуковых течений методом фазовой плоскости.— *Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия*, 1982, т. 23, № 1, с. 26–30.
10. *Горьков Л. П., Путаевский Л. П.* Возникновение ударной волны при отражении слабого разрыва от звуковой линии.— *Докл. АН СССР*, 1962, т. 144, № 2, с. 293–296.

Московский государственный  
университет им. М. В. Ломоносова  
физический факультет

Поступило в редакцию  
28.VI.1984  
после исправления  
25.XII.1985

УДК 532.593:532.529.5

### О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЗВУКОМ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

*Ковалев В. Г., Наугольных Е. А., Рыбак С. А.,  
Фридлиндер В. Б.*

Звуковые волны, падающие из жидкости на ее свободную поверхность, в результате нелинейного взаимодействия с поверхностными волнами могут возбуждать капиллярные волны или изменять распределение энергии в спектре существующих поверхностных волн.

В рамках трехволнового взаимодействия возбуждение поверхностных волн звуком рассмотрено в [1, 2], при этом главную роль играет нелинейность свободной границы.

Газожидкостная среда характеризуется большой нелинейностью [3–5], обусловленной пузырьками газа, поэтому следует ожидать эффекта возбуждения поверхностной волны за счет нелинейности пузырьков.

Известно, что наибольший эффект при взаимодействии волн в жидкости с пузырьками газа достигается на частотах, близких к резонансной частоте пузырьков. Поэтому имеет смысл рассматривать возбуждение поверхностной волны высокочастотным звуком.

Для описания процесса в уравнениях движения жидкости с пузырьками необходимо удерживать квадратичные нелинейные члены [4]. При этом не учитывается гидродинамическая нелинейность, так как она существенно слабее пузырьковой [6].

В уравнениях движения границы [1] пренебрегаем нелинейными членами, что позволяет выделить члены, ответственные за возбуждение поверхностной волны лишь за счет пузырьковой нелинейности.

Первым рассматривалось возбуждение поверхностной волны при комбинационном рассеянии звука на свободной поверхности. В этом случае взаимодействие звуковых волн нулевого и минус-первого дифракционных спектров приводит к нарастанию, а взаимодействие звуковых волн нулевого и плюс-первого дифракционных спектров — к затуханию поверхностной волны. Суммарный вклад этих взаимодействий приводит к нарастанию поверхностной волны с инкрементом

$$\delta = \pi^2 (3\gamma + 2) \frac{n}{R_0} Q_0 \frac{\Omega_2}{\omega_0^2} \frac{k}{q\omega_0} \varphi_0^2. \quad (1)$$

Здесь  $k = \frac{\omega_0}{c_0}$ ;  $n$  — количество резонансных пузырьков в единице объема;  $R_0$ ,  $\omega_0$ ,

$Q_0$  — равновесное значение радиуса пузырька, собственная частота и добротность соответственно;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\Omega$  и  $q$  — частота и волновое число поверхностной волны;  $c_0$  — скорость звука в жидкости;  $\varphi_0$  — амплитуда исходной звуковой волны.

Численные оценки (1) показывают, что для газосодержаний  $z_0 = nV_0 \approx 10^{-3}$  на частотах поверхностной волны  $\Omega \approx 10^3 \text{ с}^{-1}$  вклад пузырьковой нелинейности в инкремент нарастания поверхностной волны становится сравнимым и больше вклада, приносимого нелинейностью границы [2].

Другая возможность генерации поверхностной волны достигается при вынужденном рассеянии двух высокочастотных звуковых волн на поверхности жидкости. В этом случае отношение вкладов в инкремент нарастания поверхностной волны за счет пузырьковой ( $\delta$ ) и граничной ( $\delta_{гр}$ ) нелинейностей в приближении постоянной накачки имеет вид

$$\frac{\delta}{\delta_{гр}} = 2\pi^2(3\gamma+2) \frac{n}{R_0} Q_0 \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} \frac{1}{k^3 q}, \quad (2)$$

где  $k_1 \approx k_2 = k$ ;  $k_1, k_2$  — волновые числа звуковых волн. Из (2) следует, что вклад пузырьковой нелинейности увеличивается с ростом значений величин  $z_0, R_0$  и  $\Omega$ . Например, при  $R_0 = 200$  мкм,  $\Omega = 100$  с<sup>-1</sup>  $\delta/\delta_{гр} \approx 1$  для  $z \approx 7 \cdot 10^{-4}$ ; при  $\Omega = 10^3$  с<sup>-1</sup>  $\delta/\delta_{гр} \approx 1$  для  $z_0 \approx 4 \cdot 10^{-5}$ .

Следует заметить, что в реальных условиях присутствие газовых пузырьков в приповерхностном слое океана не окажет заметного влияния на возбуждение поверхностных волн звуком, так как для типичных значений газосодержания  $z_0 \sim 10^{-6} \div 10^{-10}$  и размеров пузырьков  $R_0 \sim 20 \div 200$  мкм [3, 7] нелинейность границы значительно сильнее нелинейности, обусловленной наличием газовых пузырьков.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. В., Наугольных К. А., Рыбак С. А. О возбуждении поверхностных волн звуком. — Изв. АН СССР. ФАО, 1979, т. 15, № 5, с. 431–434.
2. Варавин В. Ю., Наугольных К. А., Рыбак С. А. О генерации поверхностных волн при комбинационном рассеянии звука. — Изв. АН СССР. ФАО, 1980, т. 16, № 5, с. 510–516.
3. Кобелев Ю. А., Островский Л. А. Модели газожидкостной смеси как нелинейной диспергирующей среды. — В кн.: Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 143–160.
4. Кобелев Ю. А., Сутин А. М. Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров. — Акуст. журн., 1980, т. 26, № 6, с. 860–865.
5. Заболотская Е. А. Нелинейные акустические и комбинированные методы спектроскопии газовых пузырьков в жидкости. — В кн.: Исследования по гидрофизике. — Тр. ФИАН, т. 156. М.: Наука, 1984, с. 31–41.
6. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 286 с.
7. Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю. Измерение концентрации пузырьков в приповерхностном слое моря. — Докл. АН СССР, 1981, т. 260, № 6, с. 1474–1476.

Проектно-конструкторское бюро  
электрогидравлики  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
14.XI.1985.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева  
Академии наук СССР

УДК 534.26

#### УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коротин П. И., Салин Б. М.

В настоящее время работу акустических излучателей принято описывать дифференциальным уравнением гармонического осциллятора [1, 2]:

$$(m + m_{пр})\ddot{x} + (\alpha + r_n)\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $\ddot{x}, \dot{x}, x$  — соответственно ускорение, скорость и смещение поршня или мембраны на частоте  $\omega$ .

При этом учет среды заключается во введении в уравнение присоединенной массы  $m_{пр}$  и потерь на излучение  $r_n$ . Однако вследствие частотной зависимости этих параметров использование такой модели неправомерно в случае нелинейных систем и при произвольной зависимости от времени возбуждающей силы. В частности, жесткость мембраны или пружины  $k$  может зависеть от  $x$ ; в электромагнитных излучателях, например, переменная сила  $F$  зависит от смещения мембраны относительно магнита. Наиболее явно эти явления сказываются при больших мощностях излучения, и тогда возникает задача получения строгого уравнения, учитывающего такие эффекты.

Используем уравнения движения и точные выражения для механических импедансов, которые обычно представляются в виде

$$z(\omega) = F_{ср}(\omega) / \dot{x}(\omega) = r_n + i\omega m_{пр}, \quad (2)$$

где  $F_{ср}(\omega)$  и  $\dot{x}(\omega)$  — комплексные амплитуды силы реакции среды и скорости на частоте  $\omega$ . Реакция среды для произвольной зависимости от времени с учетом (2)