Другая возможность генерации поверхностной волны достигается при вынужденном рассеянии двух высокочастотных звуковых волн на поверхности жидкости. В этом случае отношение вкладов в инкремент нарастания поверхностной волны за счет пузырьковой (δ) и граничной ($\delta_{гр}$) нелинейностей в приближении постоянной накачки имеет вид

$$\frac{\delta}{\delta_{гр}}=2\pi^2(3\gamma+2)\frac{n}{R_0}Q_0\frac{\Omega^2}{\omega_0{}^2}\frac{1}{k^3q}, \tag{2}$$

где $k_1\approx k_2=k$; k_1, k_2 – волновые числа звуковых волн. Из (2) следует, что вклад пузырьковой нелинейности увеличивается с ростом значений величин z_0, R_0 и Ω. Например, при $R_0=200$ мкм, $\Omega=100$ с$^{-1}$ $\delta/\delta_{гр}\gtrsim 1$ для $z\gtrsim 7\cdot 10^{-4}$; при $\Omega=10^3$ с$^{-1}$ $\delta/\delta_{гр}\gtrsim 1$ для $z_0\gtrsim 4\cdot 10^{-5}$.

Следует заметить, что в реальных условиях присутствие газовых пузырьков в приповерхностном слое океана не окажет заметного влияния на возбуждение поверхностных волн звуком, так как для типичных значений газосодержания $z_0\sim$ $\sim 10^{-6}\div 10^{-10}$ и размеров пузырьков $R_0\sim 20\div 200$ мкм [3, 7] нелинейность границы значительно сильнее нелинейности, обусловленной наличием газовых пузырьков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гончаров В. В., Наугольных К. А., Рыбак С. А.* О возбуждении поверхностных волн звуком.– Изв. АН СССР. ФАО, 1979, т. 15, № 5, с. 431–434.
2. *Варавин В. Ю., Наугольных К. А., Рыбак С. А.* О генерации поверхностных волн при комбинационном рассеянии звука.– Изв. АН СССР. ФАО, 1980, т. 16, № 5, с. 510–516.
3. *Кобелев Ю. А., Островский Л. А.* Модели газожидкостной смеси как нелинейной диспергирующей среды.– В кн.: Нелинейная акустика. Горький: ИПФ АН СССР, 1980, с. 143–160.
4. *Кобелев Ю. А., Сутин А. М.* Генерация звука разностной частоты в жидкости с пузырьками различных размеров.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 6, с. 860–865.
5. *Заболотская Е. А.* Нелинейные акустические и комбинированные методы спектроскопии газовых пузырьков в жидкости.– В кн.: Исследования по гидрофизике.– Тр. ФИАН, т. 156. М.: Наука, 1984, с. 31–41.
6. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 286 с.
7. *Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю.* Измерение концентрации пузырьков в приповерхностном слое моря.– Докл. АН СССР, 1981, т. 260, № 6, с. 1474–1476.

Проектно-конструкторское бюро
электрогидравлики
Академии наук УССР

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
14.XI.1985

УДК 534.26

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Коротин П. И., Салин Б. М.

В настоящее время работу акустических излучателей принято описывать дифференциальным уравнением гармонического осциллятора [1, 2]:

$$(m+m_{пр})\ddot{x}+(\alpha+r_{и})\dot{x}+kx=F_0e^{i\omega t}, \tag{1}$$

где $\ddot{x}$, $\dot{x}$, x – соответственно ускорение, скорость и смещение поршня или мембраны на частоте ω.

При этом учет среды заключается во введении в уравнение присоединенной массы $m_{пр}$ и потерь на излучение $r_{и}$. Однако вследствие частотной зависимости этих параметров использование такой модели неправомерно в случае нелинейных систем и при произвольной зависимости от времени возбуждающей силы. В частности, жесткость мембраны или пружины k может зависеть от x; в электромагнитных излучателях, например, переменная сила F зависит от смещения мембраны относительно магнита. Наиболее явно эти явления сказываются при больших мощностях излучения, и тогда возникает задача получения строгого уравнения, учитывающего такие эффекты.

Используем уравнения движения и точные выражения для механических импедансов, которые обычно представляются в виде

$$z(\omega)=F_{ср}(\omega)/\dot{x}(\omega)=r_{и}+i\omega m_{пр}, \tag{2}$$

где $F_{ср}(\omega)$ и $\dot{x}(\omega)$ – комплексные амплитуды силы реакции среды и скорости на частоте ω. Реакция среды для произвольной зависимости от времени с учетом (2) будет описываться выражением

$$F_{\text{ср}}(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{t}\dot{x}(\tau)\,\Phi(t-\tau)\,d\tau, \tag{3}$$

где $\Phi(t)$ – преобразование Фурье от $z(\omega)$:

$$\Phi(t)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}z(\omega)\,e^{i\omega t}\,d\omega. \tag{4}$$

В целом уравнение, описывающее излучатель, в отличие от (1) оказывается интегродифференциальным:

$$m\ddot{x}+\alpha\dot{x}+kx=F(t)-\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{t}\dot{x}(\tau)\,\Phi(t-\tau)\,d\tau. \tag{5}$$

Для излучателя с поршневой диафрагмой произвольной формы, заключенной в бесконечный экран, импеданс может быть выражен через функцию Грина свободного пространства [3]:

$$z(\omega)=\frac{i\omega\rho}{2\pi}\iint\limits_{\sigma\,\sigma}\frac{1}{r}\,e^{-i\omega\frac{r}{c}}\,d\sigma\,d\sigma';$$

здесь $d\sigma$ и $d\sigma'$ – элементы площади поршня, r – расстояние между точками поршня. С учетом (4) выражение (5) преобразуется к виду

$$m\ddot{x}+\alpha\dot{x}+kx=F(t)+\rho\int\limits_{-\infty}^{t}\dot{x}(\tau)\int\limits_{\sigma'}\int\limits_{\sigma}\frac{1}{r}\,\delta'\left(t-\tau-\frac{r}{c}\right)d\sigma\,d\sigma'\,d\tau;$$

здесь δ' – производная дельта-функции. Используя свойство δ функций

$$m\ddot{x}+\alpha\dot{x}+kx=F(t)+\rho\int\limits_{\sigma'}\int\limits_{\sigma}\frac{1}{r}\,\ddot{x}\left(t-\frac{r}{c}\right)\theta\left(t-\frac{r}{c}\right)d\sigma\,d\sigma', \tag{6}$$

где $\theta(t-r/c)$ – ступенчатая функция (равна 0 при $t<r/c$, 1 при $t>r/c$).

Таким образом, в общем случае недостаточно задания начальных условий в точке приложения силы, а необходимо либо знать предысторию колебаний в данной точке (5) на некотором интервале времени, в общем случае бесконечном, либо задать начальные условия на всей излучающей поверхности (6).

В некоторых частных случаях возможно приведение (5) или (6) к более простому виду или к чисто дифференциальному уравнению. Так, для монополя в виде пульсирующей сферы [3]

$$z(\omega)=4\pi R^2\rho c\left[i\omega\frac{R}{c}\Big/(1+i\omega R/c)\right],$$

где R – радиус сферы, после некоторых преобразований получим дифференциальное уравнение, описывающее работу сферического излучателя:

$$\frac{R}{c}\,m\dddot{x}+\ddot{x}\left(m+\rho4\pi R^3+\alpha\frac{R}{c}\right)+\dot{x}\left(\alpha+\frac{R}{c}\,k\right)+$$

$$+\,k_x'\frac{R}{c}\,\dot{x}x+kx=F+\frac{R}{c}(F_t'+F_x'\dot{x}). \tag{7}$$

F_t' означает частную производную по времени. Излучатель с круглым поршнем в экране, импеданс которого [3] $z(\omega)=\pi a^2\rho c[1-cJ_1(2\omega a/c)/\omega a+icS_1(2\omega a(c)/\omega a]$, a – радиус поршня, будет описываться интегродифференциальным уравнением

$$m\ddot{x}+\alpha\dot{x}+kx=F+\pi a^2\rho c\dot{x}+4\rho c\int\limits_{0}^{a}u\int\limits_{0}^{\pi/2}\dot{x}\left(t-\frac{2u}{c}\cos\varphi\right)d\varphi\,du, \tag{8}$$

которое не приводится к чисто дифференциальному виду. Излучатель дипольного типа описывается, как и следовало ожидать, уравнением более высокого порядка. Для осциллирующей сферы с импедансом [3]: $z(\omega)=({}^4/_3)\pi R^2\rho c(\omega^4+i\omega^3c/R+i2\omega c^3/ /R^3)/(\omega^4+4c^4/R^4)$ (k и F не зависят от x) получим уравнение шестого порядка:

$$m(x^{\text{VI}}+4c^4/R^4\ddot{x})+\alpha(x^{\text{V}}+4c^4/R^4\dot{x})+$$

$$+k(x^{\text{IV}}+4c^4/R^4x)=F^{\text{IV}}+4c^4/R^4F-$$

$$-{}^4/_3\pi R^2\rho c(x^{\text{V}}+2c^3/R^3x+c/Rx^{\text{IV}}). \tag{9}$$

В простейшем случае монопольного излучателя порядок уравнения по сравнению с уравнением гармонического осциллятора повысился на единицу, что аналогично ситуации в электродинамике для излучения осциллирующих заряженных частиц. Выражением (7) можно пользоваться для анализа поведения излучателей монопольного типа с различными видами нелинейностей, изучения переходных процессов, при этом за R принимается характерный размер излучателя.

Естественно, что при рассмотрении гармонического воздействия и постоянных коэффициентов уравнения (7)–(9) сводятся к линейным дифференциальным, описывающим гармонический осциллятор с эквивалентными сосредоточенными параметрами активного сопротивления и присоединенной массы среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во МГУ, 1960.
2. *Римский-Корсаков А. В., Ямщиков В. С., Жулин В. И., Рехтман В. И.* Акустические подводные низкочастотные излучатели. Л.: Судостроение, 1984.
3. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
9.IX.1985

УДК 534.44

О ВОЗДЕЙСТВИИ ДЛИННОПЕРИОДНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ФЛУКТУАЦИИ АКУСТИЧЕСКОГО ШУМОВОГО ПОЛЯ В ОКЕАНЕ

Кравцов Ю. А., Любченко А. Ю., Петников В. Г.

Как известно, разномасштабные гидродинамические возмущения в океане, внутренние волны, вихри, приливные течения, существенно влияют на распространение тональных низкочастотных акустических сигналов [1–6]. Можно думать, что влияние этих факторов проявляется и на длиннопериодных флуктуациях интенсивности подводных звуковых шумов. В данной работе приведены результаты сравнительных измерений спектра флуктуаций амплитуды тонального сигнала и спектра огибающей, близкой к нему по частоте составляющей шумового поля.

Цель сопоставления заключается в том, чтобы выяснить, в какой мере крупномасштабные гидродинамические возмущения отражаются на флуктуациях огибающей подводных звуковых шумов.

Измерения спектров флуктуаций проводились на стационарной акустической трассе в мелком море. Методика организации трассы в основном совпадала с методикой, описанной в работе [6].

Отличие заключалось в длине используемой цепочки гидрофонов ($l \sim 29\lambda$ вместо 20λ) и в использованной частоте, которая была примерно втрое меньше, чем в [6]. Профиль скорости звука характеризовался сильным отрицательным градиентом, что приводило к придонному распространению звука. Сигналы, поступающие с отдельных гидрофонов, были сфазированы с помощью специального многоканального устройства коррекции фазовых искажений (МУКФИ) [6]. Это позволило сформировать диаграмму направленности стационарной приемной цепочки с осью, ориентированной на источник сигналов, т. е. на излучатель звука, неподвижно стоящий на морском дне. Ширина диаграммы направленности составляла величину $\simeq 2°$. Коэффициент усиления такой линейной приемной антенны составлял величину $\simeq 17$ дБ.

Шумовое волновое поле, принимаемое сфазированной цепочкой из 48 гидрофонов одновременно с полем зондирующего сигнала, отвечало источникам шума, расположенным вдоль стационарной трассы, поскольку она была ограничена с двух сторон береговой линией. Протяженность стационарной трассы была равна $\simeq 70$ км. В работе использовался сигнал с частотой в несколько десятков герц, стабильностью частоты $\Delta f/f = 2 \cdot 10^{-8}$ за сутки.

Регистрация тональных и шумовых сигналов проводилась непрерывно в течение 14 ч при относительно неизменной скорости ветра 5–7 м/с и высоте волнения 1–1,5 м. Шумы отдельных кораблей, пересекающих стационарную трассу на расстоянии не менее $35 \div 55$ км от приемной цепочки гидрофонов, не приводили к заметному увеличению уровня шума, из-за сильного поглощения [6], так что анализу подвергались в основном динамические шумы океана.

Принимаемые акустические сигналы регистрировались на ленту аналогового магнитофона одновременно с сигналом опорного генератора и при той же самой относительной нестабильности частоты $\Delta f/f \simeq 2 \cdot 10^{-8}$ за сутки. Частота опорного сигнала отличалась на 0,1 Гц от частоты зондирующего тонального сигнала. Для обработки использовалась многоканальная измерительная система, описанная в работе [7], сопряженная с анализатором спектра фирмы Брюль и Кьер 2033.

Обработка зарегистрированного сигнала заключалась в гетеродинировании вниз на частоту $\simeq 3$ Гц и последующем спектральном анализе. Для увеличения частотного разрешения скорость воспроизведения магнитных записей увеличивалась в 24 раза, что позволило довести частотное разрешение до $1 \cdot 10^{-4}$ Гц. Обработка показала, что ширина спектра сигнала не превышала $1 \cdot 10^{-4}$ Гц.