АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXII | АКАДЕМИЯ | Сентябрь
1986 | НАУК |
Вып. 5 | СССР | Октябрь

Основан в 1955 г. | МОСКВА | *Выходит 6 раз в год*

УДК 534.231.1

О ПОВЕДЕНИИ МОД В ВОЛНОВОДЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА ПО ГЛУБИНЕ В ВОДЕ (ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ)

Агеева Н. С., Крупин В. Д.

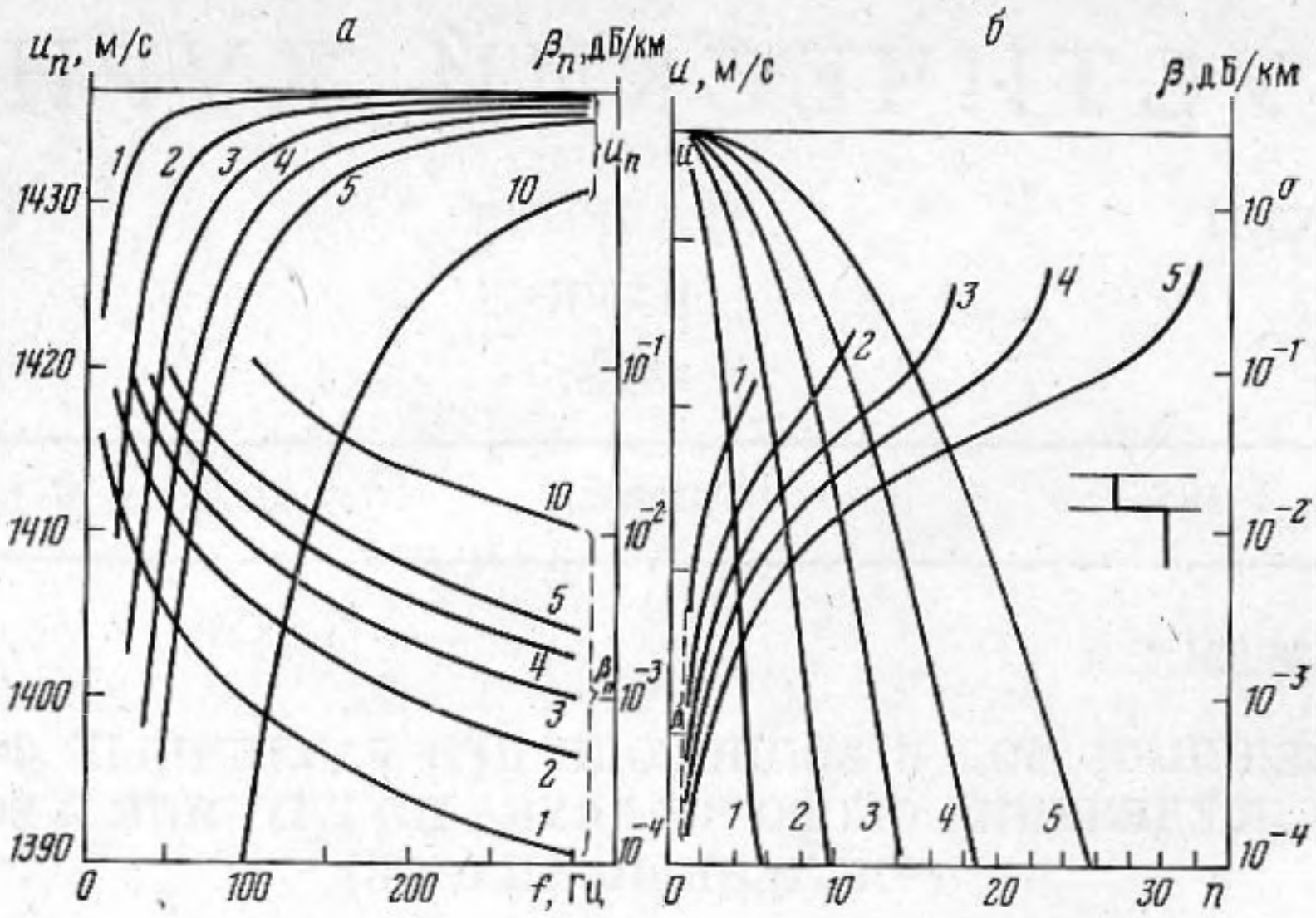
Рассмотрены зависимости групповых скоростей, коэффициентов затухания и амплитуд отдельных мод от частоты при варьировании профиля скорости звука $c(z)$ в слое воды. Выявлены особенности этих характеристик при условии канального распространения звука для профиля $c(z)$ с одним минимумом скорости на некоторой глубине.

Настоящая работа является продолжением ряда работ [1—4] по систематическому исследованию модовой структуры звукового поля в мелком море численным методом и посвящена анализу поведения характеристик мод при различных формах распределения скорости звука по глубине $c(z)$ в водном слое. Такой анализ представляет интерес в связи с тем, что в мелком море при сравнительно больших глубинах $H_0 \geqslant 200$ м, когда влиянием дна еще пренебречь нельзя, сезонная изменчивость гидрологических условий может приводить к соответственным вариациям $c(z)$-профилей.

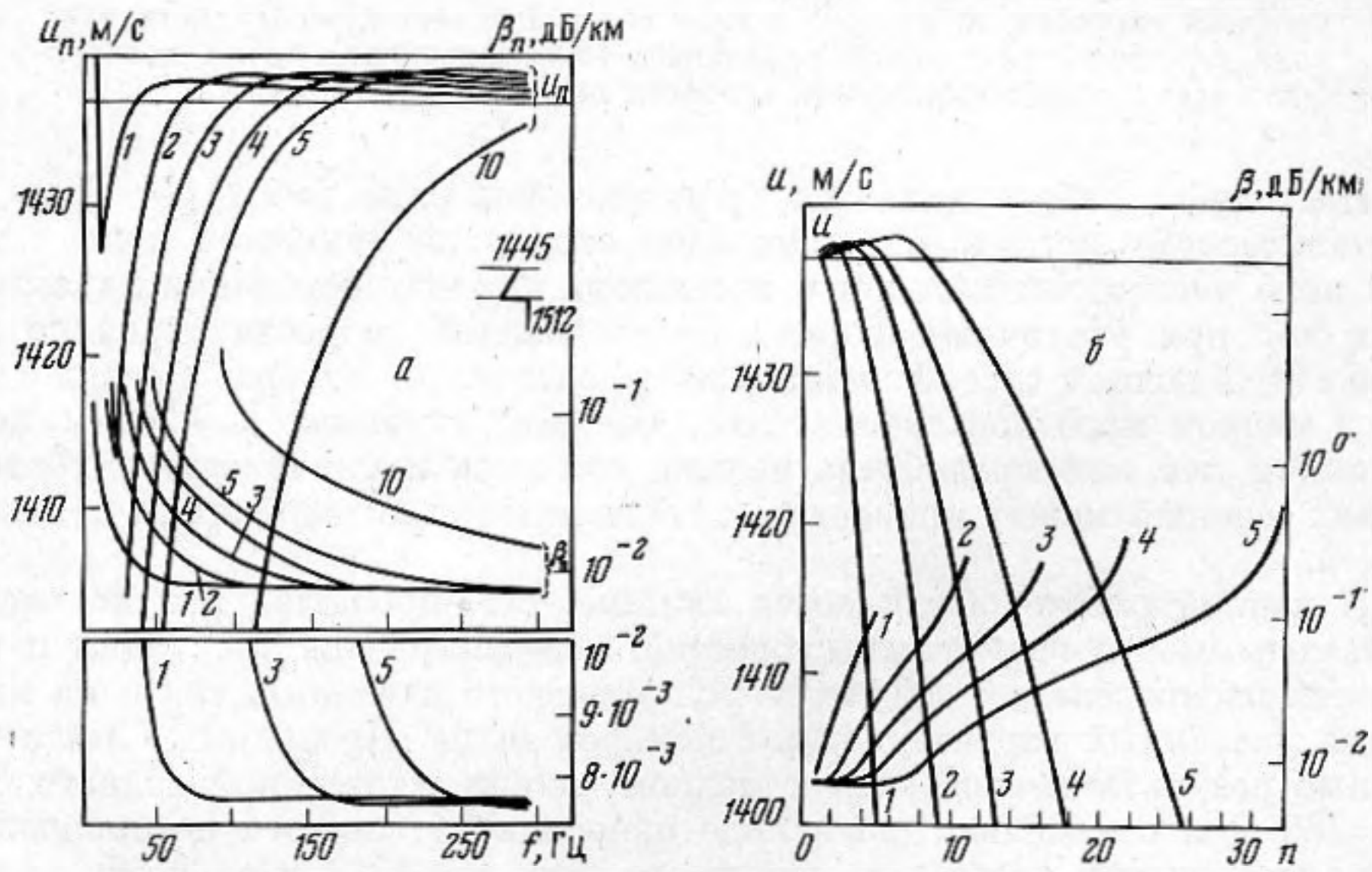
В данной работе обсуждается влияние $c(z)$-профилей как на частотные зависимости групповых скоростей, коэффициентов затухания и глубинных распределений амплитуд мод звукового давления, так и на изменения указанных характеристик с номером моды. Приводимые ниже численные результаты относятся к мелкому морю с толщиной водного слоя $H_0=260$ м и с моделью дна в виде однородного жидкого поглощающего полупространства (скорость звука в дне $c_L=1512$ м/с, коэффициент потерь $\eta_L=10^{-3}$, плотность $\rho_L=1{,}4$ г/см^3).

С целью более полного выявления роли $c(z)$-профиля в формировании модовой структуры звукового поля в работе выполнено сравнение характеристик мод классического волновода Пекериса с изоскоростным профилем $c(z)-1$ ($c(z)=\text{const}$) и волноводов со следующими четырьмя $c(z)$-профилями: $c(z)-2$ с постоянным отрицательным градиентом скорости звука $G=\partial c/\partial z=-0{,}123$ 1/с в верхнем слое воды до глубины $z\leqslant 65$ м и изоскоростью до дна $z>65$ м; $c(z)-3$ с постоянным отрицательным градиентом скорости звука от поверхности до дна $G=-0{,}031$ 1/с; $c(z)-4$ с отрицательным градиентом $G=-0{,}123$ 1/с до глубины $z\leqslant 130$ м и положительным градиентом $G=0{,}092$ 1/с при $z>130$ м; $c(z)-5$ с отрицательным градиентом скорости звука $G=-0{,}123$ 1/с при $z\leqslant 65$ м и положительным $G=0{,}092$ 1/с при $z>65$ м. Все рассматриваемые профили $c(z)$ пред-

© Издательство «Наука», «Акустический журнал», 1986 г.



Фиг. 1. Групповые скорости и коэффициенты затухания для профиля $c(z)$ – 1 (модель Пекериса): *а* – частотные зависимости; цифры – номера мод; *б* – зависимости от номера моды; *1* – f=50 Гц, *2* – f=100, *3* – f=150, *4* – f=200, *5* – f=290 Гц

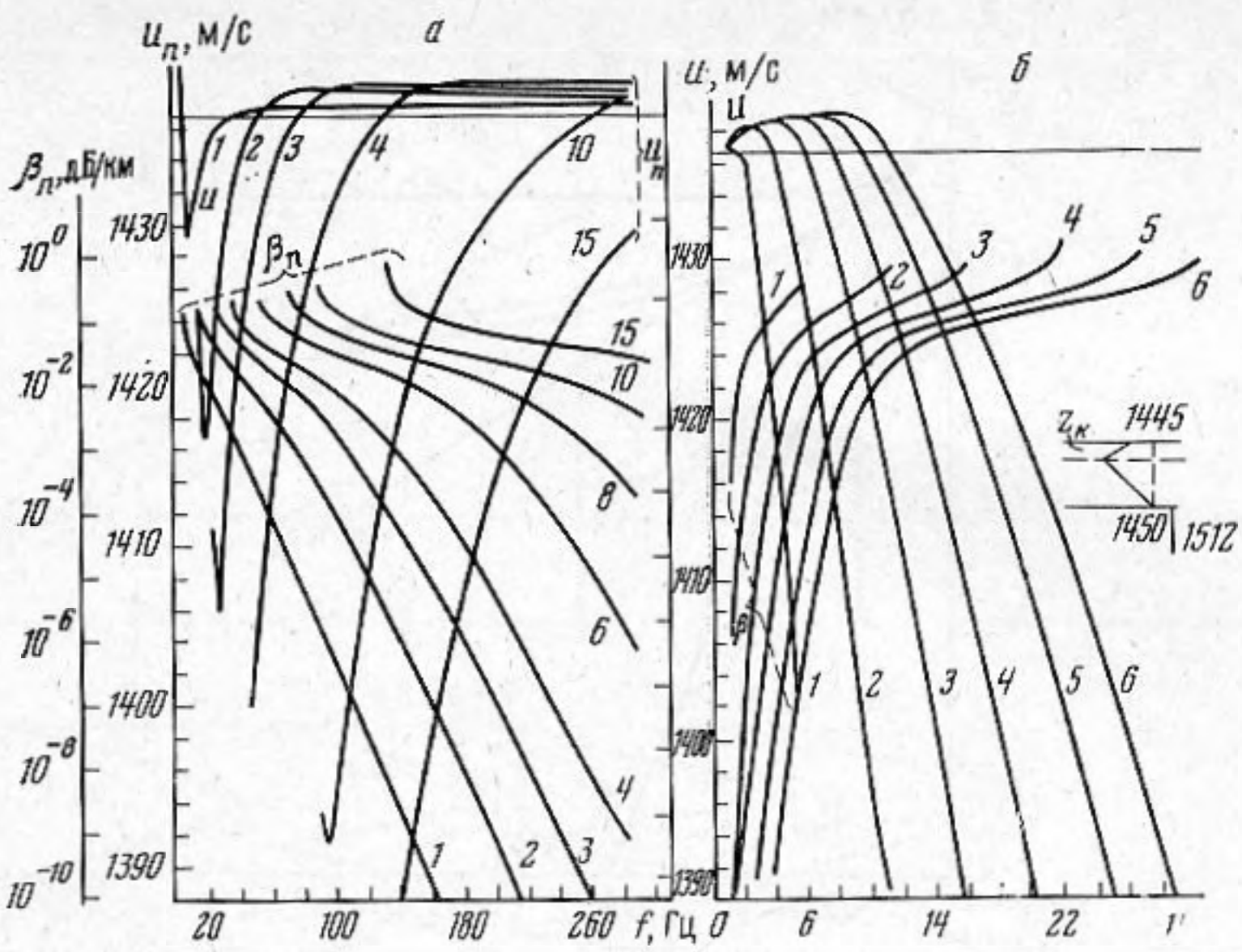


Фиг. 2. Групповые скорости и коэффициенты затухания для профиля $c(z)$ – 3 – с отрицательным градиентом скорости звука: *а* – частотные зависимости; цифры – номера мод; *б* – зависимости от номера моды; цифры – те же значения частот, что и на фиг. 1, *б*

ставлены ниже

$c(z)$	1	2			3		4			5		
z, м	0–260	0	65	260	0	260	0	130	260	0	65	260
c, м/с	1437	1445	1437	1437	1445	1437	1453	1437	1440	1445	1437	1455

На фиг. 1–3, *а*, *б* представлены зависимости от частоты и номера моды групповых скоростей $u_n(f)$ и $u_f(n)$ и коэффициентов затухания $\beta_n(f)$ и $\beta_f(n)$ для трех из рассматриваемых профилей $c(z)$. Следует заметить, что зависимости от номера моды групповых скоростей $u_f(n)$ и коэффициентов затухания $\beta_f(n)$ представляются условно в виде плавных линий для лучшего зрительного восприятия графиков. Имеется в виду, что эти зависимости должны представляться дискретными точками. На фигурах тонкой горизонтальной прямой отмечены групповые скорости, равные минимальным значениям скорости звука в волноводе: $u=c_{min}=1437$ м/с.

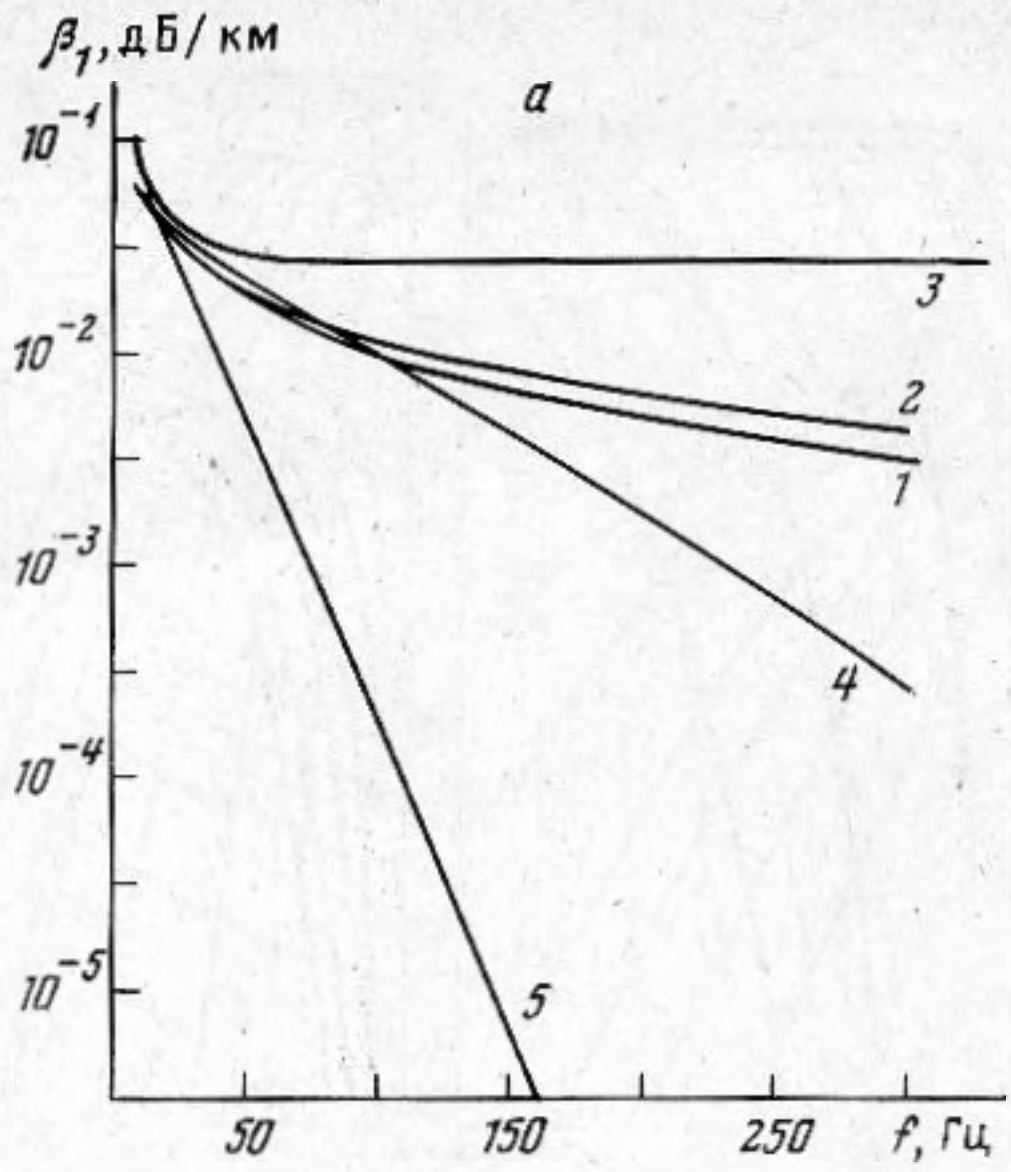


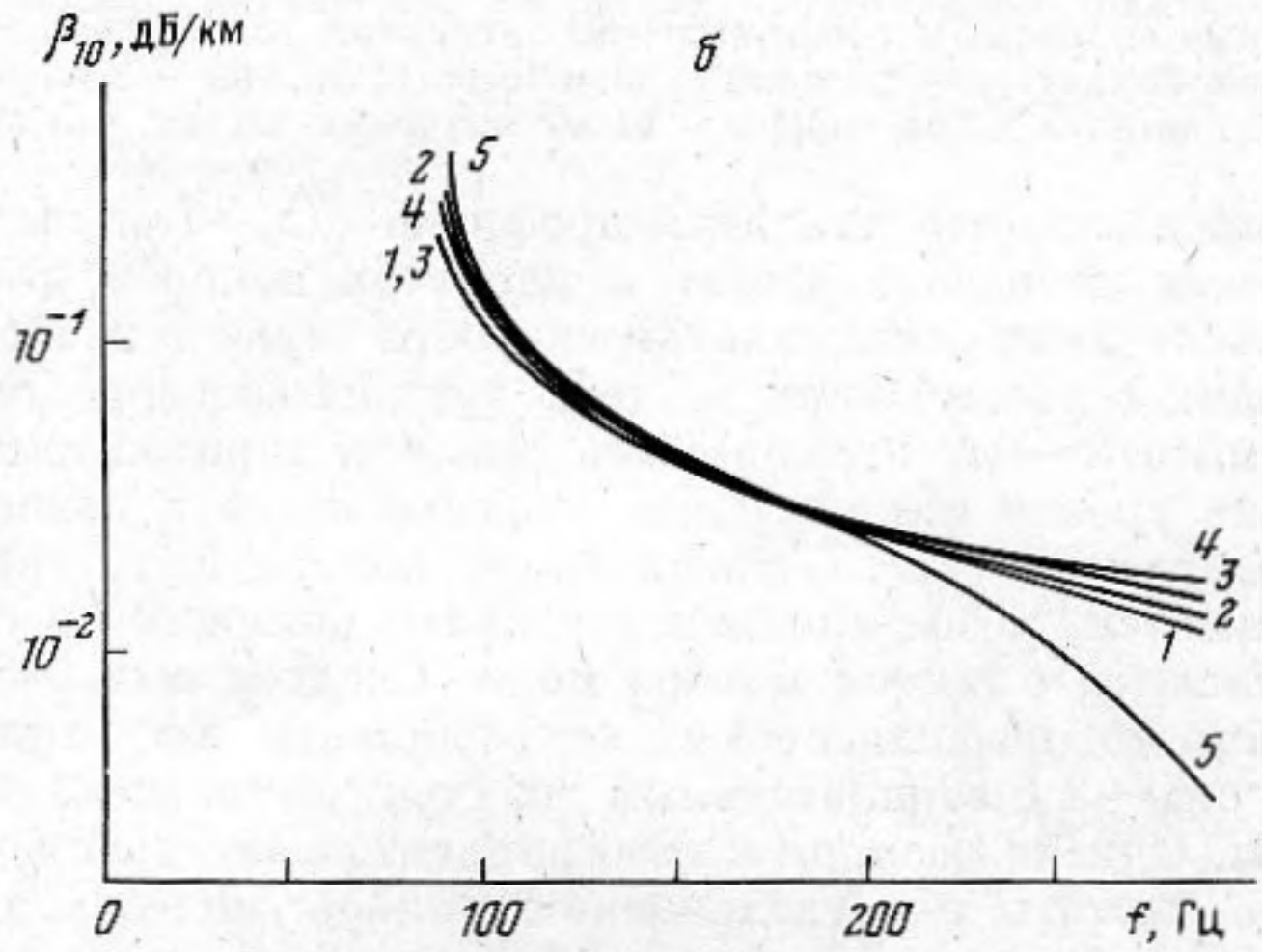
Фиг. 3. Групповые скорости и коэффициенты затухания для профиля $c(z)$ – 5 (подводный звуковой канал): *а* – частотные зависимости; цифры – номера мод; *б* – зависимости от номера моды, цифры – те же значения частот, что и на фиг. 1

Расчеты показали, что для двух профилей $c(z)$–1 и $c(z)$–2 во всем рассматриваемом диапазоне частот и для всех номеров мод групповые скорости u лежат ниже минимальной скорости звука в волноводе. В обоих этих случаях с увеличением частоты групповые скорости плавно нарастают, асимптотически приближаясь снизу к горизонтальной прямой, проходящей на уровне минимальной скорости звука в волноводе, скорости звука в минимуме $c(z)$. С увеличением номера моды групповые скорости уменьшаются. Коэффициенты затухания понижаются с ростом частоты и повышаются с ростом номера моды. Следует также заметить, что для изоскоростного профиля $c(z)$–1 коэффициенты затухания ниже, чем для профиля $c(z)$–2 с отрицательным градиентом скорости звука в верхнем слое воды. Однако разница в коэффициентах затухания уменьшается с понижением частоты и с увеличением номера моды. С повышением номера моды увеличивается угол падения фронтов волн, формирующих моду, а с увеличением угла и понижением частоты уменьшается рефракция, в связи с чем и понижается действие отрицательного градиента скорости звука в верхнем слое воды.

Профили $c(z)$–3, $c(z)$–4 и $c(z)$–5 соответствуют условиям канального распространения звука. На фиг. 2, *а*, *б* и 3, *а*, *б* представлены зависимости $u_n(f)$, $\beta_n(f)$ и $u_f(n)$ и $\beta_f(n)$ для двух профилей $c(z)$–3 и $c(z)$–5. В отличие от зависимостей $u_f(n)$ и $u_n(f)$ для двух из рассматриваемых профилей для $c(z)$–3 и $c(z)$–5 на кривых $u_f(n)$ и $u_n(f)$ можно заметить две области. При малых значениях номеров мод наблюдается рост групповых скоростей с номером моды, при больших номерах – понижение групповых скоростей с ростом номера моды. В заданном диапазоне частот для малых номеров мод групповые скорости лежат выше минимальной скорости звука в воде. Эти две области, особенно заметные в высокочастотном диапазоне, соответствуют двум типам мод. Для профиля $c(z)$–5 с осью канала, расположенной на глубине z=65, и со скоростью звука c_H у дна, большей значения скорости звука c_0 на поверхности, моды малых номеров этой группы, которым соответствует подъем групповых скоростей с ростом номера моды, по аналогии с подводным звуковым каналом в глубоком море назовем водными модами. Эти моды соответствуют рефрагированным в водном слое лучам, не касающимся дна. Они наиболее эффективны, и их больше по числу в области высоких частот.

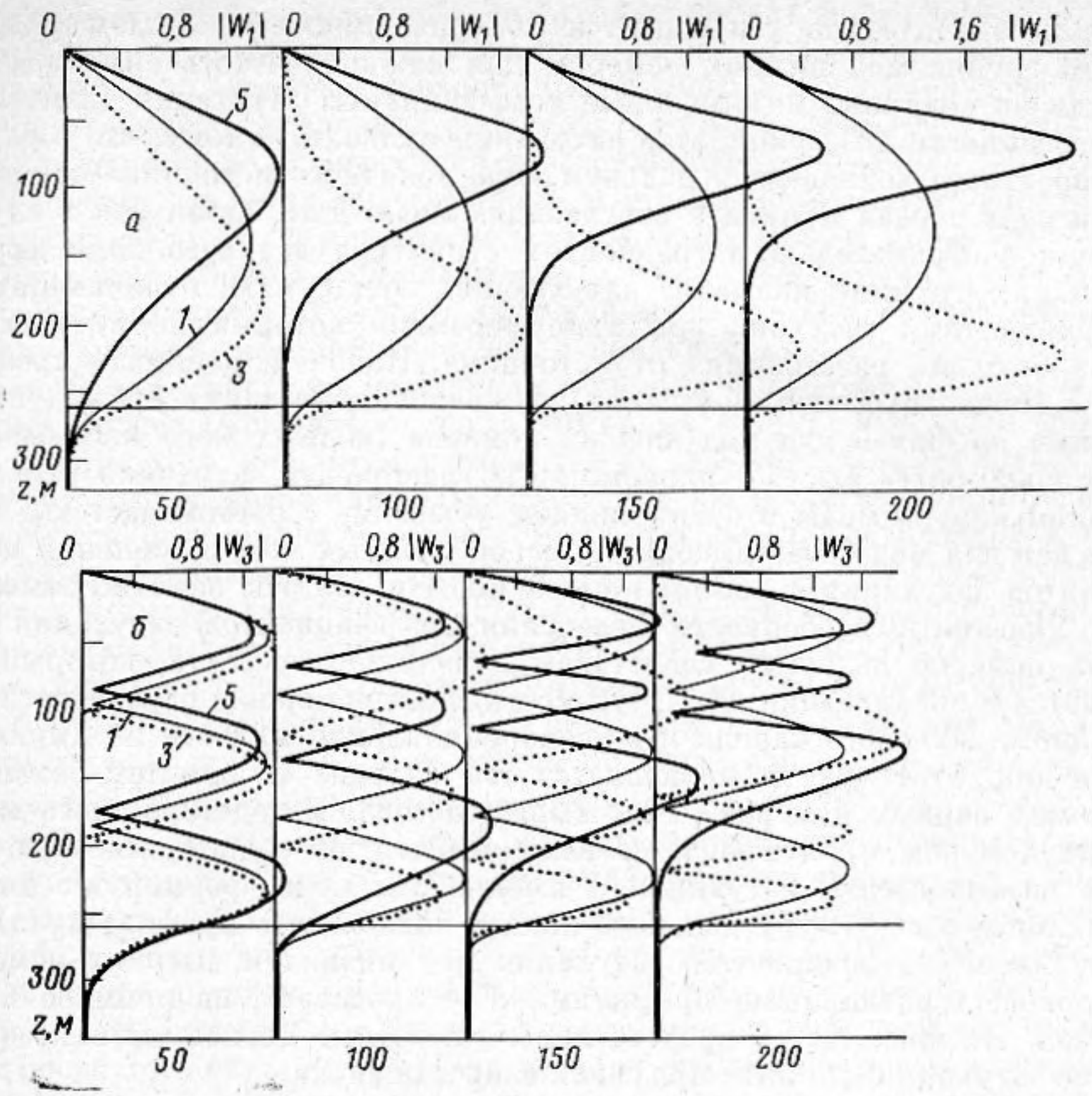
Для того чтобы проследить за поведением кривых зависимости от номера моды коэффициентов затухания $\beta(n)$, рассмотрим, как изменяется





Фиг. 4. Частотные зависимости коэффициентов затухания для различных профилей скорости звука $c(z)$; цифры — номера профилей: *а* — 1-я мода; *б* — 10-я мода

у дна с изменением номера моды угол χ_n падения фронтов волн, формирующих моду: $\cos\chi_n = c_H/c_{фn}$, где c_H — скорость звука у дна, $c_{фn}$ — фазовая скорость n-й моды. Для всех мод при условии $c_{фn} > c_H$ волны отражаются от дна и при каждом отражении теряется часть энергии. Чем больше χ, тем меньше коэффициент отражения от дна в виде жидкого полупространства, тем большая часть энергии проникает в дно и тем больше коэффициент затухания данной моды. Группу мод, для которой реализуется условие $c_{фn} > c_H$, назовем донными модами. При условии же $c_{фn} < c_H$ фронт волны будет рефрагировать, не достигая дна. Соответственные моды будут распространяться, не касаясь дна,— это водные моды. Для этой группы мод коэффициенты затухания β_n резко уменьшаются с ростом частоты и быстро увеличиваются с ростом номера моды (на несколько порядков при небольшом изменении номера моды и незначительном изменении частоты, см. фиг. 3, *а*, *б*). Для донных мод наблюдается более медленное изменение коэффициентов затухания. На фиг. 3, *а* моды высоких номеров $n > 10$ в рассматриваемом диапазоне частот являются донными модами, и их коэффициенты затухания сильно зависят от параметров дна. Затухание водных мод происходит также частично за счет утечки энергии в дно. Этот эффект можно наблюдать, анализируя распределение по глу-



Фиг. 5. Зависимость амплитуды звукового давления мод от глубины; цифры – номера профилей; числа внизу – частоты; *а* – 1-я мода; *б* – 3-я мода

бине амплитуды звукового давления моды, что будет приведено несколько позже.

Для профиля $c(z)-3$ с отрицательным градиентом скорости звука по всей глубине не выполняется условие $c_{фп}<c_H$, поскольку скорость звука в воде у дна минимальна. В этом случае все моды образуются посредством отражения волн от дна. Однако при этом существует группа мод, которые соответствуют рефрагированным лучам в верхних слоях воды с точками заворота ниже поверхности воды. Фазовые скорости этих мод заключены в пределах $c_H<c_{фп}<c_0$, где c_0 – скорость звука на поверхности, а групповые скорости u больше c_H (фиг. 2, *а*, *б*). Эта группа мод, с одной стороны, аналогична водным модам для профиля $c(z)-5$. Однако если для $c(z)-5$ коэффициенты затухания каждой моды с увеличением частоты круто спадают до весьма малой величины (минимальная величина коэффициента затухания для этого профиля, определяющаяся поглощением в воде, на фиг. 3 ограничена $\beta=10^{-11}$ дБ/км), то для профиля $c(z)-3$ минимальные значения β (фиг. 2, *а*, *б*) для всех мод лежат в узких пределах $\Delta\beta\sim10^{-4}$ дБ/км (см. нижнюю врезку фиг. 2, *а*). На фиг. 2, *а* можно заметить, что при достижении минимума на некоторой частоте коэффициент затухания начинает слабо нарастать с ростом частоты.

Как видно из взаимного сопоставления частотных зависимостей (фиг. 1, *а*–3, *а*) и распределений по номерам n (фиг. 1, *б*–3, *б*) коэффициентов затухания мод β_n, ход кривых коэффициентов затухания и скорость изменения его с частотой и номером моды существенно различаются для трех профилей $c(z)-1$, $c(z)-3$ и $c(z)-5$. В случае волновода Пекериса (профиль $c(z)-1$) величины β_n для мод низких номеров при фиксированном n монотонно убывают с ростом частоты как f^{-2} и возрастают пропорционально n^2 (при $\eta=\text{const}$) [5, 6]. В случае профиля $c(z)-3$ скорость роста с номером моды и убывания с частотой коэффициента зату-

хания β_n значительно уменьшается по сравнению с профилем $c(z)-1$, причем группа мод низших номеров для каждой частоты имеет очень близкие по величине минимальные коэффициенты затухания (фиг. 2, *б*). Эти особенности коэффициентов затухания приводят к тому, что в случае изоскоростного волновода в дальнем поле точечного источника основную роль играет первая наименее затухающая мода, в то время как в случае профиля с отрицательным градиентом структура дальнего поля формируется уже группой наименее затухающих мод с мало отличающимися коэффициентами затухания β_n, интерференция которых не исчезает на весьма больших расстояниях от источника. Наконец, в случае профиля $c(z)-5$ (подводный звуковой канал) по сравнению с двумя предыдущими случаями профилей для мод низших номеров (водных мод) наблюдается значительно более быстрое нарастание коэффициента затухания β_n с увеличением номера моды и очень сильное убывание с ростом частоты, в то время как для мод более высоких номеров (донных мод) изменения коэффициентов затухания с ростом номера моды и частоты заметно замедляются. Указанные особенности поведения коэффициентов затухания мод низких номеров являются следствием канального эффекта, который заключается в локализации амплитуд мод низких номеров в окрестности оси подводного звукового канала и в экспоненциальной малости их амплитуд вблизи дна. Этот эффект проявляется тем сильнее (и для тем большего числа мод первых номеров), чем выше частота. Вследствие этого моды низших номеров практически не взаимодействуют с дном, имеют очень малые коэффициенты затухания и именно эти моды формируют интерференционную структуру дальнего поля в волноводе с профилем $c(z)-5$.

Сравнение коэффициентов затухания мод низких и высоких номеров в волноводе с различными профилями $c(z)$ проведены на примере 1-й и 10-й мод. На фиг. 4, *а*, *б* представлены частотные зависимости коэффициентов затухания для пяти профилей скорости звука.

Для первой моды (фиг. 4, *а*) на самой низкой из рассматриваемых частот коэффициенты затухания слабо различаются для всех пяти профилей $c(z)$, поскольку для низких частот размеры неоднородностей скорости звука в водном слое оказываются соизмеримыми с длиной волны и поэтому эти неоднородности воспринимаются как однородная среда со средними по глубине параметрами (скоростью звука). На высоких частотах проявляется рефракция и затухание тем больше, чем больше амплитуда звукового давления распределения по глубине данной моды $|w_n(z)|$ у дна. Самое малое затухание 1-й моды на высоких частотах наблюдается для профиля $c(z)-5$ с подводным звуковым каналом при $c_0<c_H$. По величине коэффициента затухания профили представлены в следующей последовательности: 4, 1, 2, 3.

Для 10-й моды (фиг. 4, *б*) в низкочастотной области коэффициенты затухания для всех профилей имеют один порядок и различаются в соответствии со средней скоростью звука в водном слое. Чем больше средняя скорость звука в воде, тем меньше разница в скоростях звука в воде и дне, тем меньше коэффициент отражения от дна и тем больше коэффициент затухания β. На высоких частотах последовательность увеличения коэффициентов затухания для различных профилей определяется уже двумя факторами: величинами средних скоростей и рефракционными свойствами среды. Этот эффект виден на фиг. 4, *а* для 1-й моды в диапазоне частот $f>100$ Гц. Таким образом, чем выше номер моды, тем с более высокой частоты проявляется рефракция и соответственно влияние профиля скорости звука $c(z)$. Однако следует заметить, что моды высоких номеров могут участвовать в формировании звукового поля только на малых расстояниях, поскольку при сравнении коэффициентов затухания, например 1-й и 10-й мод, они минимально различаются для профиля $c(z)-3$ на порядок, а для профиля $c(z)-5$ — на несколько порядков. В связи с этим для профиля $c(z)-5$ рассмотрение мод высоких номеров имело смысл скорее с методической целью.

Различные характеристики мод соответствуют различным аспектам одного и того же явления. В связи с этим рассмотрим еще одну харак-

теристику мод — распределение по глубине модуля нормированной собственной функции $|w_n(z)|$, соответствующей модулю амплитуды звукового давления моды. Звуковое давление одной моды в любой точке на некотором расстоянии от источника определяется амплитудой возбуждения этой моды в данном волноводе и ее коэффициентом затухания. Амплитуда возбуждения давления моды зависит от формы распределения по глубине ее амплитуды и от глубин расположения источника и приемника. Коэффициент затухания n-й моды тесно связан с формой распределения $|w_n(z)|$. Амплитуда звукового давления моды на дне, определяющая величину энергии, просачивающейся в дно на данной частоте, устанавливается в зависимости от положения нижнего максимума $|w_n(z)|$. Как известно, по мере повышения частоты кривые $|w_n(z)|$ в области максимумов заостряются, максимумы сужаются по z, а амплитуды в области максимумов обычно возрастают. При этом по мере роста частоты максимумы смещаются по глубине в область минимальной скорости звука в волноводе. При отрицательном градиенте (профиль $c(z)-3$) максимумы смещаются к дну, а для профиля $c(z)-5$ — в сторону оси подводного звукового канала (в данном случае на глубину $z=65$ м). Для иллюстрации приведем кривые $|w_n(z)|$ для 1-й и 3-й мод и для трех профилей скорости звука: $c(z)-1$, $c(z)-3$, $c(z)-5$. На фиг. 5, *а*, *б* представлены эти зависимости $|w_1(z)|$ и $|w_3(z)|$. Как видно на этих фигурах и как следует из формулы для глубины проникновения волны в дно, $D_n=c_L/f\sqrt{(c_L/c_{фn})^2-1}$, величина D_n уменьшается с повышением частоты и увеличивается с увеличением номера моды вследствие увеличения с номером моды ее фазовой скорости $c_{фn}$. Однако если для $c(z)-1$ с увеличением частоты уменьшается и амплитуда давления моды на дне $|w_n(H)|$, что приводит к уменьшению энергии, проникающей в дно, то для профиля $c(z)-3$ величина $|w_n(H)|$ меняется с частотой немонотонно. При этом на кривой зависимости величины $|w_n(H)|$ от частоты наблюдается минимум; и хотя на фиг. 5, *а*, *б* и невозможно заметить увеличение с частотой $|w_n(H)|$, поскольку это увеличение слишком слабое для масштаба графиков, численный анализ показывает рост $|w_n(H)|$ с повышением частоты после минимума. Изменение с частотой $|w_n(H)|$ сопровождается соответственным изменением с частотой коэффициента затухания $\beta_n(f)$.

Для профиля $c(z)-5$ в области высоких частот амплитуда звукового давления на дне настолько сильно понижается, что на графиках фиг. 5, *а* для первой моды величина $w_1(H)$ практически равна нулю на частоте 100 Гц и выше (при данных параметрах волновода на частоте 100 Гц $|w_1(H)|=3{,}6\cdot10^{-3}$). Это соответствует сильному понижению β_1 с частотой. Для мод более высоких номеров такое понижение $|w_n(H)|$ начинается с более высоких частот. В конечном счете зависимость $|w_n(z)|$ определяет отток энергии в дно. При этом наблюдается соответствие частотных зависимостей коэффициентов затухания мод и амплитуд звукового давления на дне.

Таким образом, анализ показал, что в зависимости от профиля скорости звука $c(z)$ характеристики мод сильно различаются даже для простейшей модели дна в виде жидкого однородного полупространства. Так, в отличие от двухслойного однородного волновода при канальном профиле $c(z)$ существуют две группы мод: так называемые водные и донные моды. Первые имеют малые коэффициенты затухания, практически не зависящие от параметров дна, вторые обусловлены отражениями от дна. Групповые скорости водных мод растут с номером моды, донных мод — убывают. При этом дальнее поле формируется группой водных мод с малыми коэффициентами затухания. В волноводе с линейным профилем $c(z)$ при отрицательном градиенте скорости звука также существуют две группы мод: с групповыми скоростями, растущими с номером моды, и спадающими. Минимальные коэффициенты затухания всех мод первой группы в этом волноводе ограничены приблизительно одной и той же величиной, зависящей от параметров дна. Дальнее поле в таком волноводе формируется не одной модой, а так же, как для канального профиля $c(z)$, группой мод с минимальными коэффициентами затухания.

Приведенные здесь результаты могут оказаться полезными прежде всего в смысле более углубленного понимания физической картины формирования звукового поля в условиях сезонной изменчивости профиля $c(z)$, а также для анализа временной структуры звукового поля при интерпретации экспериментальных результатов и для целей прогнозирования при постановке эксперимента и обработке сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Агеева Н. С., Крупин В. Д.* Влияние дна на формирование звукового поля в мелком море.– Акуст. журн., 1980, т. 26, № 2, с. 161–166.
2. *Агеева Н. С., Крупин В. Д.* Частотные характеристики нормальных волн в мелком море со слоистым дном.– Акуст. журн., 1981, т. 27, № 5, с. 669–677.
3. *Агеева Н. С., Крупин В. Д.* Поведение частотных характеристик мод в мелком море при варьировании скорости продольных волн в осадочном слое дна и профиля скорости звука в водном слое.– Акуст. журн., 1984, т. 30, № 5, с. 577–584.
4. *Агеева Н. С., Крупин В. Д.* Некоторые особенности затухания мод в мелком море с трехслойным поглощающим дном.– Акуст. журн., 1985, т. 31 № 1, с. 1–6.
5. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957, с. 370–375.
6. *Завадский В. Ю., Крупин В. Д.* Поле нормальных волн точечного гармонического излучателя в волноводе с поглощающими границами.– Акуст. журн., 1967, т. 13, № 2, с. 199–207.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27.XI.1985