3. *Лысанов Ю. П.* О геоакустической модели верхнего слоя осадков в мелких морях.— Докл. АН СССР, 1980, т. 251, № 3, с. 714–716.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
27.I.1986

---

ДК 534.21

# НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ОГРАНИЧЕННЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ

***Музыченко В. В., Рыбак С. А.***

В данной работе рассматриваются некоторые особенности рассеяния плоской звуковой волны $\Phi=A_0\exp(ik_xx+ik_yy+ik_zz)$ на упругой вытянутой ($L\gg R$) цилиндрической оболочке, ограниченной двумя абсолютно твердыми полусферами. Следуя методу, изложенному в работе [1], и учитывая условия шарнирного опирания оболочки, когда собственные функции имеют вид

$$W=W_{pm}e^{im\varphi}\sin k_p(z+L/2);\quad k_p=\pi p/L, \tag{1}$$

где $W$ и $W_{pm}$ – нормальное смещение оболочки и его амплитуды соответственно, $m$ – номер моды по $\varphi$ ($m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \ldots$), p – номер моды по $z$ ($p=1,\ 2,\ \ldots$), $L$ – длина оболочки, для амплитуды рассеяния от каждой собственной формы получаем следующее выражение:

$$f_p=\frac{R}{2}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^{m+1}e^{im(\psi_1-\psi_0)}k_{\text{ср}}\sin\theta_0 J_m'(k_{\text{ср}}R\sin\theta_0)\times$$
$$\times\left[J_m(k_{\text{ср}}R\sin\theta_1)+\left(-\frac{Z_s{}^{pm}}{i\rho\omega}\right)k_{\text{ср}}\sin\theta_1 J_m'(k_{\text{ср}}R\sin\theta_1)\right]\times$$
$$\times\left[1+\frac{Z_0{}^m-Z_s{}^{pm}}{Z_{\text{у}}{}^{pm}+Z_s{}^{pm}}\right]\frac{(-1)^{p-1}}{2L}f_L^{(0)}f_L^{(1)}, \tag{2}$$

где

$$f_L^{(0,1)}=\left\{\frac{2\sin[(k_z^{(0,1)}+k_p)L/2]}{(k_z^{(0,1)}+k_p)}-(-1)^p\frac{2\sin[(k_z^{(0,1)}-k_p)L/2]}{(k_z^{(0,1)}-k_p)}\right\},$$

$R$ – радиус оболочки, $k_z^{(0,1)}=-k_{\text{ср}}\cos\theta_{(0,1)}$, $Z_s{}^{pm}$ – импеданс $pm$-й компоненты поля излучения бесконечной цилиндрической области

$$Z_s^{pm}=-\frac{i\rho\omega\Phi_{pm}^{\sigma}}{(\partial\Phi/\partial n)_{pm}^{\sigma}}=i\rho\omega R\frac{H_m^{(1)}(\varkappa_pR)}{(\varkappa_pR)H_m^{(1)'}(\varkappa_pR)},\quad \varkappa_p=\sqrt{k_{\text{ср}}^2-k_p{}^2}, \tag{3}$$

$Z_{\text{у}}{}^{pm}$ – импеданс упругих колебаний оболочки, $Z_0{}^m$ – импеданс для $m$-й компоненты падающей волны

$$Z_0{}^m=i\rho\omega R\frac{J_m(k_{\text{ср}}R\sin\theta_0)}{(k_{\text{ср}}R\sin\theta_0)J_m'(k_{\text{ср}}R\sin\theta_0)}. \tag{4}$$

Рассмотрим случай низких частот $k_{\text{ср}}R\ll1$. Тогда для абсолютно твердого тела, т. е. при $Z_{\text{у}}{}^{pm}\to\infty$, из полученного выражения (2) следует, что главная часть амплитуды рассеяния пропорциональна $(k_{\text{ср}}R)^2$ и определяется лишь вкладом членов с номерами $m=0$ и $m=\pm1$.

Перейдем теперь к исследованию «упругой» части амплитуды рассеяния на резонансе, т. е. когда $\operatorname{Im}(Z_{\text{у}}{}^{pm}+Z_s{}^{pm})=0$. Введем обозначение: $k_p=-k_{\text{ср}}\cos\theta_p$. (Отметим, что, вообще говоря, угол $\theta_p$ может быть мнимым при $k_p>k_{\text{ср}}$.) Тогда

$$f_{p0}^{\text{рез}}=i\frac{(-1)^p}{2\pi L}f_L^{(0)}f_L^{(1)}, \tag{5}$$

$$f_{pm}^{\text{рез}}=i\frac{(-1)^{p-m}}{\pi L}\cos[m(\psi_0-\psi_1)]\frac{\sin^m\theta_0\sin^m\theta_1}{\sin^{2m}\theta_p}f_L^{(0)}f_L^{(1)}. \tag{6}$$

Из выражения (6) видно, что «упругая» часть резонансных амплитуд рассеяния в отличие от амплитуды рассеяния на абсолютно твердом теле не содержит малого параметра $(k_{ср}R)^2$. Кроме этого, максимумы резонансных амплитуд рассеяния наблюдаются при выполнении условий пространственного совпадения ($\theta_0=\theta_p$ или $\theta_0=\pi-\theta_p$) как в зеркальном, так и в локационном направлениях ($\psi_0=\psi_1$ и $\theta_1=\pi-\theta_0$ или $\theta_1=\theta_0$) и равны:

$$(\overset{рез}{f_{p0}})_{\max}=i(-1)^p L/2\pi, \tag{7}$$

$$(\overset{рез}{f_{pm}})_{\max}=i(-1)^{p-m} L/\pi. \tag{8}$$

Таким образом, максимумы резонансных амплитуд рассеяния для любого номера моды $m$ порядка $L/\pi$ и не зависят от радиуса оболочки и длины волны звука.

Для определения условия применимости импеданса (3) необходимо учесть конечность оболочки. Для этого представим потенциал рассеянного поля $\Phi$ в виде потенциала простого слоя:

$$\Phi(\mathbf{r}_1)=\frac{1}{4\pi}\oint_\sigma \mu(\mathbf{r}_м)\,g(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_м|)\,d\sigma, \tag{9}$$

где $\mu(\mathbf{r}_м)$ — некоторая плотность источников, распределенных по поверхности оболочки $\sigma$, $g(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_м|)=\exp[ik_{ср}(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_м|)/(||\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_м|)]$.

Разложим $\mu(\mathbf{r}_м)$ в ряд Фурье:

$$\mu(\mathbf{r}_м)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{p=\infty}^{\infty}\mu_{pm}e^{im\varphi}e^{ik_pz};\qquad k_p=\pi p/L \tag{10}$$

и подставим в выражение (9). Тогда фурье-компонента потенциала рассеянного поля есть

$$\Phi_{pm}\left(\frac{R}{L}\right)=\mu_{pm}\frac{1}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}e^{im(\varphi-\varphi_1)}e^{ik_p(z-z_1)}g(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_м|)R\,d\varphi\,dz. \tag{11}$$

Используя формулу (11), получаем выражение для импеданса излучения конечного цилиндра при $z_1=0$:

$$Z_s^{pm}\left(\frac{R}{L}\right)=-i\rho\omega\left\{\frac{\Phi_{pm}(R/L)}{\dfrac{\partial}{\partial n}[\Phi_{pm}(R/L)]}\right\}\Bigg|_{r_1=R}, \tag{12}$$

причем при $L\to\infty$ $Z_s^{pm}(R/L)\to Z_s^{pm}$.

Отметим, что импеданс излучения конечного цилиндра для случая $(\partial\Phi/\partial n)=\text{const}$ на боковой поверхности цилиндра и $(\partial\Phi/\partial n)=0$ на плоских торцах путем численного интегрирования рассчитывался в работе [2].

Если область интегрирования в формуле (11) расширить до бесконечной цилиндрической поверхности, то при $L\to\infty$ $\Phi_{pm}(R/L)\to A_{pm}H_m^{(1)}(\varkappa_pR)$ и, следовательно, импеданс (12) имеет вид

$$Z_s^{pm}\left(\frac{R}{L}\right)=Z_s^{pm}\left\{\frac{1-\overset{ост}{I_{pm}}/\mathrm{A}_{pm}H_m^{(1)}(\varkappa_pR)}{1-\dfrac{\partial}{\partial n}(\overset{ост}{I_{pm}})/\mathrm{A}_{pm}\dfrac{\partial}{\partial n}H_m^{(1)}(\varkappa_pR)}\right\}\Bigg|_{r_1=R}, \tag{13}$$

где при $r_1=R$

$$\overset{ост}{I_{pm}}=\mu_{pm}R\frac{1}{2\pi}\int_{L/2}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}e^{im\varphi}\cos(k_pz)\frac{e^{ik_{ср}\sqrt{2R^2(1-\cos\varphi)+z^2}}}{\sqrt{2R^2(1-\cos\varphi)+z^2}}\,d\varphi\,dz. \tag{14}$$

(Можно показать, что $\mathrm{A}_{pm}=i\mu_{pm}R(\pi/2)J_m(\varkappa_pR)$.)

Рассмотрим случай $m\neq0$, $(k_{ср}R^2/L)\ll1$. Тогда при $\varkappa_pR\ll1$

$$|\Delta_1|=\left|\frac{\overset{ост}{I_{pm}}}{\mathrm{A}_{pm}H_m^{(1)}(\varkappa_pR)}\right|\sim\frac{1}{m!}\left(\frac{k_{ср}R^2}{L}\right)^m;$$

$$|\Delta_2|=\left|\frac{\dfrac{\partial}{\partial n}\overset{ост}{I_{pm}}}{\mathrm{A}_{pm}\dfrac{\partial}{\partial n}H_m^{(1)}(\varkappa_pR)}\right|\sim\frac{1}{m!}\left(\frac{k_{ср}R^2}{L}\right)^m. \tag{15}$$

Параметр $(k_{ср}R^2/L)$ есть в сущности дифракционный параметр. Другими словами, импеданс (3) можно использовать для ограниченной оболочки, если концы оболочки по отношению к источнику, расположенному в ее центре, находятся в зоне Фраунгофера.

При $\varkappa_p R \gg 1$

$$|\Delta_1| \sim \frac{(\varkappa_p R)\,(k_{\text{cp}} R^2/L)^m}{m m!\,|\cos(\varkappa_p R - m\pi/2 - \pi/4)|}; \qquad |\Delta_2| \sim \frac{(k_{\text{cp}} R^2/L)^m}{m!\,|\cos(\varkappa_p R - m\pi/2 - \pi/4)|}. \quad (16)$$

Отметим, что и в случае больших $\varkappa_p R$ можно использовать импеданс (3) для ограниченной оболочки, но лишь для таких $L/R \gg 1$, когда $|\Delta_1| \ll 1$ и $|\Delta_2| \ll 1$.

В случае $m=0$ и $k_{\text{cp}} = \pm k_p$ следует пользоваться точным выражением (12) для импеданса излучения конечного цилиндра.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Музыченко В. В., Рыбак С. А.* Амплитуда резонансного рассеяния звука ограниченной цилиндрической оболочкой в жидкости.— Акуст. журн., 1986, т. 32, № 1, с. 129–131.
2. *Козырев В. А., Шендеров Е. Л.* О сопротивлении излучения цилиндра конечной высоты.— Акуст. журн., 1980, т. 26, № 3, с. 422–432.



Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР



Поступило в редакцию
20.XI.1985


---


УДК 534.26


# УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ АМПЛИТУДЫ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СФЕРИЧЕСКОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА ОТ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ – ТВЕРДОЕ ТЕЛО


***Петухов Ю. В.***


Несколько необычное явление – обратное отражение ультразвукового пучка конечной ширины от плоской границы жидкость – твердое тело, имеющее место при совпадении угла падения пучка $\theta_0$ с релеевским углом $\theta_R = \arcsin(c/c_R)$, наблюдалось впервые в [1]; $c$ – скорость звука в жидкости, $c_R$ – скорость релеевской волны. Количественные характеристики этого явления и их зависимости от основных физических параметров были установлены в [2], где также было высказано предположение о связи этого явления с эффективной генерацией поверхностной волны при $\theta_0 = \theta_R$. Теоретическое объяснение замеченных в [2] закономерностей дано в [3, 4], где показано, что за существование обратно отраженного поля ответственна вытекающая волна релеевского типа. В [3, 4] использовались представления о цилиндрических пучках, поэтому вытекающие волны возбуждались лишь в двух взаимно противоположных азимутальных направлениях: $\varphi=0$ «прямая» волна, $\varphi=\pi$ «обратная» волна. Однако, ранее (см. [5]), отраженное поле наблюдалось под различными азимутальными углами $\varphi$, хотя никаких количественных зависимостей от $\varphi$ установлено не было.

Цель данного сообщения – получение теоретических зависимостей для амплитуды поля вытекающей волны от угла $\varphi$ при отражении сферического пучка.

Аналогично [4] примем, что пучок формируется при прохождении плоской волны единичной амплитуды через отверстие в киргофовском экране, которое, в отличие от [4], имеет форму круга диаметром $2d$. Тогда для поля отраженной волны $p$ из [4] получаем интегральное выражение следующего вида:

$$p = \frac{\bar{d}}{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{J_1[\bar{d}\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\psi}]}{\sqrt{\eta^2+\eta_0^2-2\eta\eta_0\cos\psi}} \frac{H_1(\eta)}{H_2(\eta)} \times$$
$$\times \exp\{-i\bar{r}\eta\cos(\psi-\varphi) - \gamma_1(\bar{z}+\bar{h}) + i\omega t\}\,\eta\,d\eta\,d\psi, \quad (1)$$

где:

$H_1(\eta) = \gamma_1[(2\eta^2-1)^2 - 4\eta^2\gamma_2\gamma_3] - R\gamma_2$, $H_2(\eta) = H_1(\eta) + 2R\gamma_2$, $\gamma_1 = \sqrt{\eta^2 - b^2}$, $\gamma_2 = \sqrt{\eta^2 - a^2}$, $\gamma_3 = \sqrt{\eta^2-1}$, $a = c_t/c_l$, $b = c_t/c$, $R = \rho_0/\rho$, $\eta = k/k_t$, $\bar{d} = k_t d$, $\bar{z} = k_t z$, $\bar{h} = k_t h$, $\bar{r} = k_t r$, $\eta_0 = b\sin\theta_0$, $k_t = \omega/c_t$. Здесь $c_t$ и $c_L$ – скорости сдвиговых и продольных волн в упругом полупространстве, $\rho_0$ – плотность жидкости, $\rho$ – плотность твердого тела, $\omega$ – циклическая частота, $k$ – модуль волнового вектора в цилиндрической системе «координат», $h$ – высота экрана, $z$ и $r$ пространственные переменные в цилиндрической системе