УДК 534

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ПРИ РАССЕЯНИИ НА ПУЗЫРЬКАХ

Наугольных К. А., Рыбак С. А.

Присутствие пузырьков в жидкости влияет на условия распространения звука. Это открывает возможность регистрации пузырьков, определения их размеров и распределения по радиусам на основе акустических измерений. Один из способов основан на измерении поглощения звука. Он позволяет определить концентрацию пузырьков по их вкладу в поглощение акустической волны [1]. Весьма чувствительны методы, основанные на регистрации нелинейного отклика пузырька, возбуждаемого двумя звуковыми волнами, разность частот которых равна резонансной частоте пузырька [2, 3]. Эти методы достаточно чувствительны для регистрации одиночных пузырьков, что важно, например, в задачах контроля возникновения кавитации. Они, однако, неудобны при исследовании распределения пузырьков по размерам.

В настоящей работе рассматривается еще один метод акустической диагностики пузырьков в жидкости. Он основан на регистрации резонансно рассеянного на пузырьках акустического сигнала. Облучение пузырьков дополнительной низкочастотной (по сравнению с частотой собственных колебаний пузырька) волной приводит к смещению резонансной частоты пузырьков и вызывает модуляцию рассеянного излучения низкой частотой. Глубина модуляции оказывается пропорциональной производной от функции распределения пузырьков по радиусам. Поэтому измерение модуляции рассеянного поля позволяет восстановить функцию распределения пузырьков по радиусам.

Перейдем к расчету описанного эффекта. Пусть τ – объем жидкости, содержащей пузырьки с концентрацией $N=\int n(R)\,dR$ в единице объема, $n(R)$ – функция распределения пузырьков по радиусам, N – полное число пузырьков в единице объема. Наличие пузырьков приводит к рассеянию звуковых волн, распространяющихся в этой области. Рассмотрим рассеяние плоской волны единичной амплитуды:

$$\varphi_0(\mathbf{r})=e^{i\mathbf{kr}-i\omega t}. \tag{1}$$

Рассеяние этой волны объемом среды, содержащим неоднородности, описывается уравнением

$$\Delta\varphi+k^2(1+\varepsilon(\mathbf{r}))\varphi=0. \tag{2}$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{r})$ – неоднородности показателя преломления, в случае пузырьков их можно считать дискретными, так что

$$k^4\langle\varepsilon(\mathbf{r})\varepsilon(\mathbf{r}')\rangle=\int_0^\infty \sigma(R,\omega)\,n(R)\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\,dR. \tag{3}$$

Здесь

$$\sigma(R,\omega)=\frac{4\pi R^2\omega^4}{(\omega_R{}^2-\omega^2)^2+\omega^4\eta^2}, \tag{4}$$

– сечение рассеяния одиночным пузырьком, $n(R)$ – нормированная функция распределения пузырьков,

$$\omega_R{}^2=\frac{3\gamma P}{\rho_* R^2}, \tag{5}$$

– резонансная частота пульсаций пузырька, P – давление в жидкости, ρ_* – ее плотность, γ – показатель адиабаты газа в пузырьке. Интенсивность рассеянной волны в борновском приближении выражается формулой [4]:

$$\langle|\varphi^2(\mathbf{r})|\rangle=k^4\int\langle\varepsilon(\mathbf{r}')\varepsilon(\mathbf{r}'')\varphi_0(\mathbf{r}')\varphi_0{}^*(\mathbf{r}'')G(\mathbf{r}-\mathbf{r}')G^*(\mathbf{r}-\mathbf{r}'')\,d^3\mathbf{r}'\,d^3\mathbf{r}''. \tag{6}$$

Рассмотрим

$$\int_0^\infty n\sigma(R,\omega)\,dR=4\pi^2\frac{R_n{}^3(R)}{\eta_\omega}=\langle\sigma N\rangle.$$

– среднее сечение рассеяния на частоте ω.
Тогда

$$|\varphi^2(\mathbf{r})|=\frac{\tau}{16\pi^2r^2}\langle\sigma N\rangle=\frac{\tau}{4r^2}\frac{R^3n(R_\omega)}{\eta_\omega}, \tag{7}$$

где R_ω, η_ω – радиус и декремент затухания резонансного пузырька. Примем теперь во внимание, что давление в области, содержащей пузырьки, не остается постоянным, а меняется под действием низкочастотного звука: $P=P_0+P_s$, где $P_s=P_{s0}\sin\Omega t$. Найдем изменение интенсивности рассеянного поля, обусловленное вариациями сечения рассеяния пузырьков под действием избыточного давления P_s.

Из формулы (5) имеем

$$R=\sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho\omega_R^2}\left(1+\frac{P_s}{P_0}\right)}=R_0+\frac{R_0}{2}\frac{P_s}{P_0},$$

R_0 – радиус резонансного пузырька при $P=P_0$. Следовательно, изменение резонансного радиуса пузырька на заданной частоте ω при изменении давления на величину P_s равно

$$\Delta R=\frac{R_0}{2}\frac{P_s}{P_0}. \tag{8}$$

Принимая, что распределение по радиусам пузырьков описывается степенным законом $n(R)=n_0R^{-\varkappa}$, где $\varkappa\approx4$, найдем

$$\frac{\partial}{\partial R}(R^3n)_{R=R_0}=(3-\varkappa)R_0^2n.$$

Поэтому

$$R^3n=(R^3n)_{P_0}\left(1+\frac{3-\varkappa}{2}\frac{P_s}{P_0}\right) \tag{9}$$

и

$$|\varphi^2(\mathbf{r})|=\frac{\tau(R^3n)\omega}{4r^2\eta_\omega}\left(1+\frac{3-\varkappa}{2}\frac{P_{s0}\sin\Omega t}{P_0}\right). \tag{10}$$

Таким образом, интенсивность рассеянного на пузырьках звука оказывается промодулированной низкочастотным звуковым полем, причем коэффициент модуляции пропорционален показателю степени в функции распределения пузырьков по радиусам.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гаврилов Л. Ф.* Содержание свободного газа в жидкости и методы его измерения. Физические основы ультразвуковой технологии/Под ред. Розенберга Л. Д. М.: Наука, 1970.
2. *Островский Л. А., Сутин А. М.* Нелинейные акустические методы диагностики газовых пузырьков в жидкости // Ультразвуковая диагностика. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С. 139–161.
3. *Сандлер Б. М., Селивановский Д. А., Соколов А. Ю.* Измерение концентрации газовых пузырьков в приповерхностном слое моря // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 6. С. 1474–1476.
4. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1966.

Акустический институт
им. А. А. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
2.IX.1986

УДК 534.231–551.81

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ И ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Осташев В. Е.

Целью настоящей работы является вывод одного замкнутого уравнения для акустических и гравитационных волн, являющегося точным следствием линеаризованной системы уравнений гидродинамики в стратифицированной движущейся среде. Как известно, ранее не удавалось без дополнительных предположений свести эту систему уравнений к одному замкнутому уравнению. Например, замкнутые уравнения для акустических волн и замкнутые уравнения для гравитационных волн удавалось получить, если в исходной линеаризованной системе уравнений гидродинамики пренебречь соответственно силами плавучести и сжимаемостью среды.

Итак, рассмотрим полную линеаризованную систему уравнений гидродинамики в стратифицированной движущейся среде (см., например, [1]):

$$d\xi/dt+\rho^{-1}dp/dz+g\rho^{-1}\eta=F, \tag{1}$$

$$d\xi_\perp/dt+\xi\mathbf{v}'+\rho^{-1}\nabla p=\mathbf{F}_\perp, \tag{2}$$

$$d\eta/dt+\xi\rho'+\rho d\xi/dz+\rho\nabla\xi_\perp=\rho Q, \tag{3}$$

$$d\sigma/dt+\xi S'=0, \tag{4}$$

$$p-c^2\eta-h\sigma=0;\quad c^2=(\partial P/\partial\rho)_S,\quad h=(\partial P/\partial S)_\rho. \tag{5}$$