

Коэффициенты уравнения (9) зависят только от z . Поэтому, если представить p в виде интеграла Фурье по \mathbf{r} и t , то уравнение (9) можно свести к обыкновенному дифференциальному по z уравнению второго порядка (одномерному уравнению Гельмгольца, полученному другим способом в [5]). Такой подход к вычислению давления в стратифицированной движущейся среде оказывается более удобным по сравнению с непосредственным решением исходной системы (1)–(5), поскольку здесь можно воспользоваться хорошо развитыми точными и приближенными методами решения уравнения Гельмгольца и вычисления интеграла Фурье. Кроме того, использование одномерного уравнения Гельмгольца позволяет обойтись двумя граничными условиями (или условиями излучения). Отметим, что такой подход применялся, например, в работах [2, 5, 6] при вычислении акустического поля в стратифицированной движущейся среде (атмосфере или океане).

ЛИТЕРАТУРА

1. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. — М.: Мир 1978. 532 с.
2. Осташев В. Е. О звуковом поле точечного источника в стратифицированной движущейся двухкомпонентной среде // Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21. № 9. С. 949–955.
3. Голдстейн М. Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
4. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. — Л.: Гидрометеиздат, 1981. 302 с.
5. Осташев В. Е. Волновое описание распространения звука в стратифицированной движущейся атмосфере // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 521–526.
6. Осташев В. Е. Звуковое поле точечного источника при линейных профилях скорости звука и скорости среднего потока // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 346–351.

Институт физики атмосферы
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
15.XI.1985

УДК 534.2.532

О ДИПОЛЬНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ «ВСПЛЕСКОВ» В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.

В последние годы в аэро- и гидродинамической акустике оживленно обсуждается вопрос об эффективности вязкостного механизма генерации звука турбулентностью пограничного слоя [1]. В работе [2] обращено внимание на возможность существенного вклада в излучение от организованных структур потока (турбулентных «всплесков») и дана размерностная оценка акустической мощности при малых числах Маха ($M = u_\infty/c \ll 1$, u_∞ — скорость свободного течения, c — скорость звука). Ниже приводится численная оценка параметров энергонесущей части спектра излучения «всплесков», основанная на использовании известных экспериментальных данных [3, 4].

Следуя [3, 4], поставим в соответствие турбулентным «всплескам» пристеночный слой вихрей с размерами $b_x \sim 100\nu/u_*$, $b_y \sim 30\nu/u_*$, $b_z \sim 50\nu/u_*$, скоростью сноса $u_c \approx 0,65u_\infty$ и длиной сноса $l_c \sim \delta$ (оси x и z направлены вдоль и поперек течения, ось y — по нормали к стенке; u_* — динамическая скорость, δ — толщина пограничного слоя). Выражение для дипольной составляющей давления в дальнем поле одного вихря в частотном представлении принимает вид [2, 5]

$$\hat{p}_1(\omega, \mathbf{r}) = \frac{i\omega}{2\pi cr} \sum_{a=x, z} \left(\frac{a}{r}\right) \hat{F}_a(\omega) e^{i\frac{\omega}{c} r}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)$, F_a — компоненты полной поверхностной силы трения для одного вихря, Λ — символ Фурье-образа: $\hat{p} = \int_{-\infty}^{\infty} dt p \exp(i\omega t)$ и т. п. В [2] найдена связь касатель-

ных напряжений поверхностного трения с напряжениями Рейнольдса $T_{xy} = \rho uv$ и $T_{zy} = \rho wv$ в толще пограничного слоя (u, v, w — компоненты возмущений скорости по x, y, z ; ρ — плотность среды). Используя эту связь, можно получить следующее выражение для силы F_a в частотном представлении [5]:

$$\hat{F}_a(\omega) = (1-i)\gamma \int_0^\infty \hat{T}_{ay}^{(*)}(\omega, y) e^{(i-1)\gamma y} dy, \quad (2)$$

где

$$T_{ay}^{(*)}(y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dz T_{ay}(x - u_c t, y, z, t); \quad \gamma = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}$$

декремент затухания вязких волн (ν — кинематическая вязкость среды).

Вводя время жизни вихря $\tau = l_c/u_c$ и пренебрегая зависимостью T_{xy} от координат в пределах вихря, получим оценки: $\hat{T}_{xy}^{(*)} \sim \hat{T}_{xy} b_x b_z$, $|\hat{p}_1| \sim (x/2\pi c \tau^2) \omega |\hat{T}_{xy}(\omega)| b_x b_z \xi$, где $\xi = \exp(-\gamma y_0) |\exp[(i-1)\gamma b_y] - 1|$ ($y_0 \sim 5\nu/u_c$ — нижняя граница слоя вихрей [3]). В случае статистически независимых вихрей спектр мощности излучения пропорционален $|\hat{p}_1(\omega, \mathbf{r})|^2$; его максимум находится на частоте $\omega_m \sim 1/\tau$ и имеет ширину $\Delta\omega \sim 1/\tau$ (предполагается, что при $\omega \sim \omega_m$ параметр $\gamma b_y \sim 1$). Среднее число вихрей на большой площадке S равно $W_0 S/b_x b_z$, где W_0 — вероятность обнаружения какого-нибудь вихря. Обозначим через B среднеквадратичное значение пульсаций uv в ансамбле вихрей. Определяя пульсации давления от одного вихря как $p_1 \sim |\hat{p}_1(\omega_m, \mathbf{r})|/\tau$, полагая $\hat{T}_{xy} \sim \rho B \tau$ и переходя к частоте $f = \omega/2\pi$, получим оценку для энергонесущей части спектра потока мощности излучения в полупространство $y > 0$ с единицы площади поверхности в виде $I_f \sim (\rho/3c^3) B^2 b_x b_z W_0/\tau$. Вероятность W_0 найдем как отношение длительности всплеска (b_x/u_c) к среднему периоду повторения всплесков в неподвижной системе отсчета (см. [3]): $W_0 \sim 25\nu/u_c \delta$. Согласно [4], критерием всплеска является выполнение условия $|\tilde{uv}| > 4u'v'$ при $u < 0$ и $v > 0$, где u', v' — среднеквадратичные значения u и v в пристеночном слое. Введем вероятность $W(\alpha)$ выполнения условия $|\tilde{uv}|/u'v' > \alpha$ в ансамбле всплесков. Вероятность выполнения этого условия в произвольной точке сечения $y = y_0 + \frac{1}{2} b_y$ оценивается как $\Delta T(\alpha)/T(\alpha)$, где $T(\alpha)$ — средний период следования выбросов на реализации uv с отношением $|\tilde{uv}|/u'v' > \alpha$ в неподвижной системе отсчета, $\Delta T(\alpha)$ — длительность этих выбросов. Формула для условной вероятности дает $W(\alpha) = \Delta T(\alpha) T(4)/\Delta T(4) T(\alpha)$. Используя данные [4] (см. фиг. 16 и 20 в [4]), можно предложить для $\alpha > 4$ аппроксимацию вида $W = \exp[0,4(4-\alpha)]$. Учитывая, что [4] $u'v' \approx 2,5u_c^2$, получим $B^2 = - (u'v')^2 \int_4^\infty \alpha^2 (dW/d\alpha) \cdot d\alpha \sim 300u_c^4$. В результате оценка для I_f принимает вид

$$I_f \sim 8 \cdot 10^6 \left(\frac{\nu}{u_c \delta} \right)^3 \frac{\rho u_c^4 u_\infty^2}{c^3} \left(\frac{\delta}{u_\infty} \right). \quad (3)$$

Для вычисления полной мощности излучения следует домножить (3) на $(1/2\pi)u_c/\delta$, что приводит к выражению, которое отличается от данного в [2] числовым коэффициентом и множителем $(\nu/u_c \delta)^3$. Появление этого множителя связано с нормировкой времени жизни вихря через внешний масштаб δ и учетом неплотной упаковки вихрей на поверхности.

В работе [6] измерялось акустическое поле турбулентного течения в гидроканале с параметрами: $u_\infty = 10 \frac{M}{c}$, $\delta = 1$ см, $u_\infty/u_c \sim 30$, $\nu = 0,01$ см²/с. В этом случае $f_m = \omega_m/2\pi \sim 100$ Гц; $\gamma b_y \approx 1$. Именно на таких частотах наблюдался максимум в спектре излучения в [6]. Из (3) следует оценка для спектра приведенного давления $\hat{p}(f) = \sqrt{\rho c} I_f \sim 25$ дБ (относительно уровня 20 мкПа/Гц^{1/2}), которая согласуется с данными [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Obermeier F., Möring W. Aerodynamic sound generation by turbulent boundary layer flows along solid and compliant walls // Z. Flugwiss Weltraumforsch., 1984, V. 8, № 3, P. 181–192.
2. Landahl M. T. Wave mechanics of boundary layer turbulence and noise // J. Acoust. Soc. Amer., 1975, V. 57, № 4, P. 824–832.
3. Кантуэлл Б. Дж. Организованные движения в турбулентных потоках. — В кн.: Вихри и волны. — М.: Мир, 1984, с. 9–79.
4. Lu S. S., Wilmarth W. W. Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer // J. Fluid. Mech., 1973, V. 60, № 3, P. 481–511.
5. Реутов В. П., Рыбушкина Г. В. Излучение звука при рассеянии волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое на жесткой неоднородной поверхности // Акуст. журн., 1984, Т. 30, № 3, С. 358–363.
6. Грешилов Е. М., Миронов М. А. Экспериментальная оценка звука, порождаемого турбулентным течением в гидроканале // Акуст. журн., 1983, Т. 29, № 4, С. 460–470.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.V.1986