АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII 1987 Вып. 2

УДК 551.46.086

УСРЕДНЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМОГО ПРОТЯЖЕННЫМ ИСТОЧНИКОМ В ПОДВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

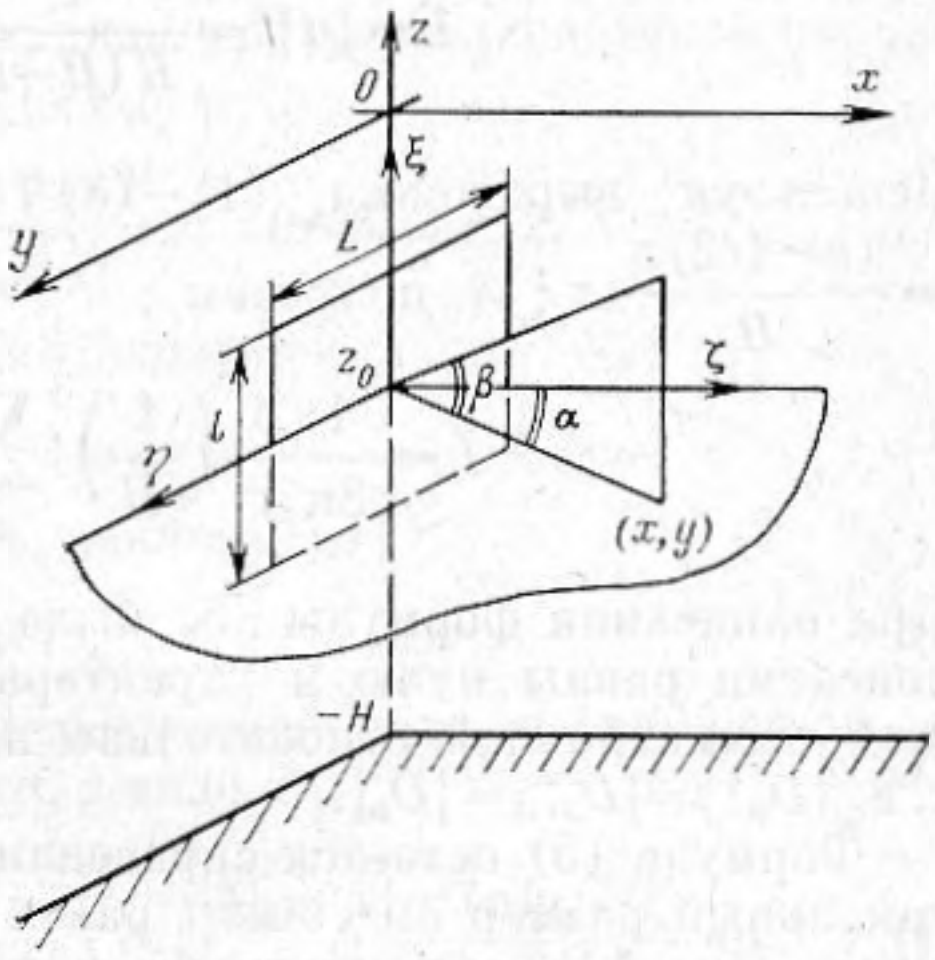
Кравцов Ю. А., Кузькин В. М.

Рассмотрена задача об усредненном поле плоской антенны в подводном звуковом канале. Анализируется усредненный закон спадания интенсивности звука линейной вертикальной антенны, помещенной в изоскоростной волновод с поглощающим дном. Показано, что для протяженной антенны наблюдаются отступления от закона «трех вторых». Установлены особенности поведения коэффициента усиления от расстояния.

Усредненная зависимость интенсивности звукового поля от расстояния — одна из основных характеристик распространения звука в океане и представляет интерес для различных акустических приложений. Существующие исследования усредненных законов спадания силы звука ограничены исключительно случаем точечного источника (см. [1, 2] и цитированную там литературу). Наиболее известный результат состоит в том, что усредненное поле точечного источника в регулярном волноводе с однородным заполнением и поглощающим дном падает с расстоянием как $r^{-3/2}$ (в слоисто-поглощающем волноводе добавляется экспоненциальный множитель $\exp(-\chi r)$) [1].

Такое приближение часто оказывается достаточным для решения ряда задач по распространению звука в океанических волноводах. Однако при значительных размерах антенны, сравнимых с глубиной волновода, такое приближение может оказаться недостаточным. В этом случае необходимо учитывать характеристику направленности излучателя.

В данной работе рассматривается усредненный закон спадания звукового поля антенны, расположенной в изоскоростном волноводе с поглощающей нижней границей.



Фиг. 1. Геометрия задачи

Рассмотрим плоскую антенну размерами $L\times l$, помещенную в волноведущую систему. Верхняя граница системы $z=0$ полагается абсолютно мягкой. Антенна расположена вертикально в плоскости $x=0$ (фиг. 1).

Поле, создаваемое антенной в точке $R(x, y, z)$, запишем в виде суммы нормальных волн

$$u(\mathbf{r}, z)=\sum_{\mu} b_{\mu}(\mathbf{r})\,\psi_{\mu}(z)\,e^{-\varkappa_{\mu} r}, \qquad b_{\mu}(\mathbf{r})=(i/8\pi)^{1/2}\frac{e^{ika_{\mu}r}}{\sqrt{ka_{\mu}r}}F_{\mu}. \tag{1}$$

При расположении точки наблюдения в зоне Фраунгофера по отношению к горизонтальному размеру антенны $L(r(x, y)\gg L^2/\lambda)$ амплитуда μ-й моды F_{μ} дается выражением [3]

$$F_{\mu}=\frac{1}{2i}[s_{\mu}N_{\mu}]^{-1/2}[D_{\mu}^{+}e^{i\varphi_{\mu}(z_0)}-D_{\mu}^{-}e^{-i\varphi_{\mu}(z_0)}], \tag{2}$$

где

$$D_\mu^{\pm} = D(\mathbf{k}_\mu^{\pm}) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-l/2}^{l/2} E(\eta, \xi)\, e^{ik(a_\mu \eta \sin\alpha \pm s_\mu \xi)}\, d\eta\, d\xi, \qquad (3)$$

— характеристика направленности антенны. Здесь $E(\eta, \xi)$ — исходное распределение поля на апертуре антенны; α — азимутальный угол точки наблюдения; $\psi_\mu(z)$ — ортонормированные собственные функции, $\mu=1, 2, \ldots$; $\varphi_\mu(z)$ — функция, описывающая набег фазы в вертикальной плоскости;

$$N_\mu = \int_{-H}^{0} s_\mu^{-1}(z) \sin^2 \varphi_\mu(z)\, dz = \frac{1}{2} \int_{-H}^{0} s_\mu^{-1}\, dz = H/2s_\mu$$

— нормирующий множитель [4]; L и l — горизонтальный и вертикальный размеры антенны; $k=2\pi/\lambda$ — волновое число; $\mathbf{k}_\mu^{\pm}=[k(\mathbf{a}_\mu \mp \mathbf{s}_\mu)]$ — локальные волновые векторы бриллюэновских лучей, отвечающих μ-й нормальной волне ($ka_\mu = k\cos\beta_\mu$ — горизонтальная, а $ks_\mu = k\sin\beta_\mu$ — вертикальная компоненты); $\varkappa_\mu$ — коэффициент затухания μ-й моды. Верхний знак относится к значениям углов скольжения $-\pi/2 \leqslant \beta_\mu \leqslant 0$, а нижний — к значениям углов скольжения $0 \leqslant \beta_\mu \leqslant \pi/2$ (см. фиг. 1).

В качестве реперной точки z_0 может быть выбрана произвольная точка освещенной апертуры. Упрощенная теория нахождения модальных коэффициентов затухания $\varkappa_\mu$, основанная на лучевом приближении нормальных волн, изложена в работах [1, 5].

Рассмотрим интенсивность поля, усредненную по вертикальным положениям антенны z_0 и приемника z в пределах глубины волновода H:

$$\bar{I} = \overline{|u|^2} = \frac{1}{H(H-l)} \int_{-H+l/2}^{-l/2} \int_{-H}^{0} |u|^2\, dz_0\, dz. \qquad (4)$$

Используя выражения (1)—(3) и учитывая, что функция $\varphi_\mu(z) = \frac{(\mu-1/2)\pi}{H} z$ [4], получаем

$$\bar{I} = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{r} \left(\frac{1}{H}\right)^2 \sum_\mu \frac{e^{-2\varkappa_\mu r}}{ka_\mu} |D(\beta_\mu, \alpha)|^2. \qquad (5)$$

При написании формулы (5) было принято для простоты, что углы компенсации равны нулю и характеристика направленности антенны является симметричной относительно направления нормали к ее плоскости, т. е. $|D_\mu^+| = |D_\mu^-| = |D_\mu|$.

Формула (5) остается справедливой и в предельном случае, когда вертикальный размер антенны l равен глубине волновода H, если под величиной $\bar{I}$ понимать интенсивность поля, усредненную по вертикальным положениям приемника, $\bar{I} = \frac{1}{H} \int_{-H}^{0} |u|^2\, dz$.

На достаточно больших расстояниях r от антенны, когда в сумме (5) существенны лишь члены, отвечающие малым углам скольжения ($\cos\beta_\mu \approx 1$), и в то же время число мод еще достаточно велико, суммирование по индексу μ можно заменить интегралом с пределами от 0 до ∞ [1, 5].

Соотношение (5) принимает при этом вид

$$\bar{I}(r) = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{\lambda}{r}\right) \left(\frac{1}{H}\right)^2 \int_0^\infty e^{-2\varkappa(\mu) r} |D(\beta(\mu), \alpha|^2\, d\mu. \qquad (6)$$

Условия применимости полученного выражения те же, что и в случае точечного источника, и сводятся к условиям [5]: $(H/s) \ll r \ll (4H^3/\lambda^2 s)$. Здесь $s = 2\,\mathrm{Re}(\rho_1/\rho_2 \sqrt{n_1^2 - 1})$, ρ_1 и ρ_2 — плотности донных пород и жидкости, n_1 —

комплексный показатель преломления в дне. Выражение (6) показывает, что при анализе убывания силы звука с расстоянием необходимо поле излучателя взвешивать с его характеристикой направленности. В частном случае ненаправленного источника, когда $D(\beta, \alpha)\equiv 1$, соотношение (6) переходит в усредненное поле точечного источника.

Вертикальные антенны, согласно выражению (6), в силу модовой избирательности могут приводить к особенностям поведения усредненной интенсивности поля $\bar{I}(r)$ по сравнению с точечным излучателем. Качественно это можно пояснить следующим образом. При работе вертикального протяженного источника увеличивается (по сравнению с точечным источником) амплитуда возбуждения низших мод, являющихся наименее затухающими [1, 5], и возрастает соответственно их удельный вес в результирующем поле. Это приводит к тому, что вплоть до некоторого расстояния от антенны r_0 сила звука должна спадать с расстоянием медленнее, чем в случае точечного излучателя. На больших расстояниях ($r>r_0$), когда существенно снижается в результирующем поле вес всех мод, за исключением мод, эффективно возбуждаемых антенной, усредненный закон спадания должен переходить в закон спадания точечного источника. По тем же причинам должно иметь место увеличение средней интенсивности поля антенны по сравнению со средней интенсивностью поля ненаправленного излучателя. Коэффициент усиления в отличие от горизонтально протяженных источников, очевидно, будет функцией расстояния.

В качестве примера рассмотрим (в отсутствие компенсации) усредненное поле вертикальной линейной антенны длины l с равномерным амплитудным распределением, $E(\eta, \xi)\equiv 1$. Несмотря на упрощенную постановку, решение такой модельной задачи позволит оценить основные закономерности, связанные с влиянием характеристики направленности антенн на структуру поля протяженных источников в океанических волноводах.

Для того чтобы сравнивать между собой усредненные характеристики полей точечного и протяженного источников, под характеристикой направленности D будем понимать величину [6]

$$D^2(\beta_\mu)=\frac{2l}{\lambda}\frac{\sin^2(\pi l\sin\beta_\mu/\lambda)}{(\pi l\sin\beta_\mu/\lambda)^2},\qquad 0\leqslant\beta_\mu\leqslant\pi/2. \tag{7}$$

В первом приближении для малых углов скольжения

$$\sin\beta_\mu\approx\beta_\mu\approx\lambda\mu/2H, \tag{8}$$

модальные коэффициенты затухания $\varkappa_\mu$ равны [1, 5]

$$\varkappa_\mu\approx s\lambda^2\mu^2/8H^3. \tag{9}$$

Используя выражения (7)—(9), усредненное поле вертикальной линейной антенны (6) можно представить в виде

$$\bar{I}(r)=\frac{2l}{\lambda}\left(\frac{1}{4\pi}\right)^2\left(\frac{\lambda}{r}\right)\left(\frac{1}{H}\right)^2\int_0^\infty e^{-\frac{s\lambda^2 r}{4H^3}\mu^2}\frac{\sin^2(\pi l\mu/2H)}{(\pi l\mu/2H)^2}\,d\mu. \tag{10}$$

Разлагая функцию $(\sin x/x)^2$ в степенной ряд и производя почленно интегрирование, находим [7]

$$\bar{I}(r)=\frac{2l}{\lambda}\bar{I}_0(r)f(r_0/r), \tag{11}$$

где

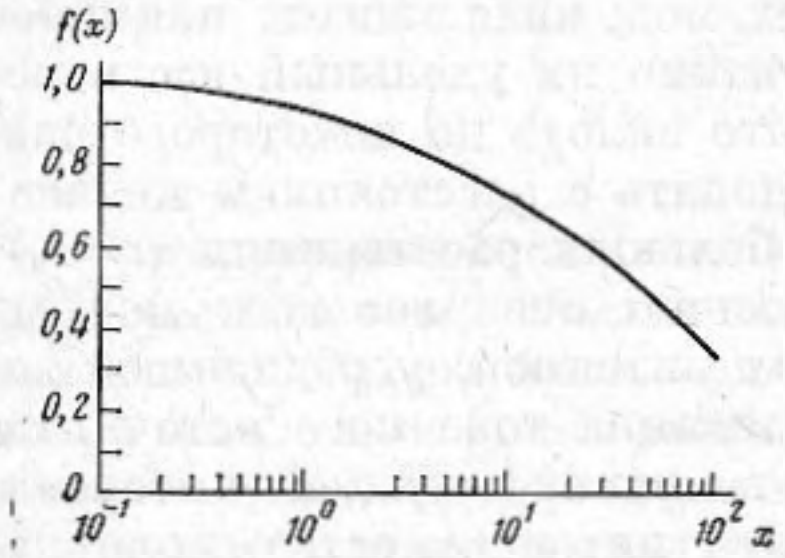
$$\bar{I}_0(r)=\left(\frac{1}{4\pi}\right)^2\sqrt{\frac{\pi}{Hs}}\frac{1}{r^{3/2}} \tag{12}$$

— усредненная интенсивность звукового поля точечного источника [1, 5]:

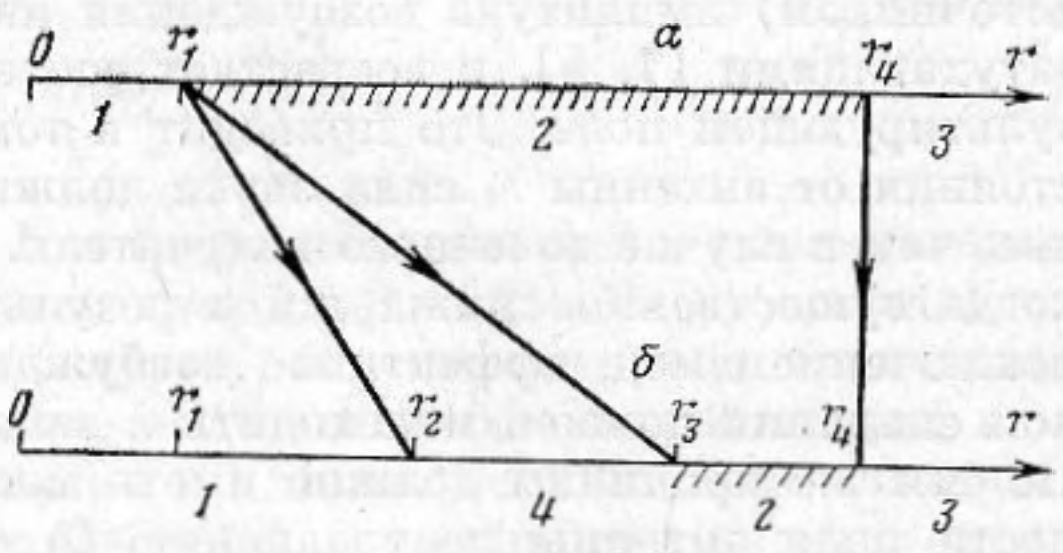
$$f(x)=1+2\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\frac{(2m)!}{[2(m+1)]!m!}x^m,\qquad x=\frac{r_0}{r} \tag{13}$$

– функция, характеризующая влияние диаграммы направленности на закон спадания поля антенны (фиг. 2); $r_0=(\pi l/\lambda)^2(H/s)\approx(2{,}8/\Delta\beta)^2(H/s)$, $\Delta\beta\approx 0{,}9(\lambda/l)$.

Величина r_0 допускает простую интерпретацию. Она отвечает расстоянию, на котором заметный вклад в поле излучения вносят лишь нормальные волны, возбуждаемые главным лепестком диаграммы направленности. Действительно, число m (из общего числа $M\approx 2H/\lambda$) эффективно возбуждаемых мод оценивается как $m\approx{}^1/_2\Delta\beta/\delta\beta$, где $\delta\beta=\beta_\mu-\beta_{\mu-1}\approx\lambda/2H$ – угловое расстояние между бриллюэновскими лучами, и составляет $m\approx 0{,}9H/l$. В ин-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. График функции $f(x)$: $x=r_0/r$, $r_0=(\pi l/\lambda)^2(H/s)$

Фиг. 3. Характерные области усредненного спадания звукового поля в изоскоростном волноводе с поглощающим дном: *а* – точечный источник [6]; *б* – линейная вертикальная антенна; *1* – цилиндрический закон r^{-1}; *2* – закон «трех вторых» $r^{-3/2}$ (заштрихованная); *3* – цилиндрический закон с добавочным экспоненциальным затуханием $\exp(-\beta r)/r$; *4* – промежуточный закон между цилиндрическим законом и законом «трех вторых» r^{-n}, ${}^3/_2>n>1$

теграл (10) эти моды вносят существенный вклад на расстоянии r^*, для которого $s\lambda^2 r^* m^2/4H^3\approx 1$, или $r^*\approx(2{,}2l/\lambda)^2(H/s)\approx 0{,}5r_0$. Полезно отметить, что расстояние r_0 совпадает с оценкой верхней границы области применимости формулы (11), если длину антенны l положить равной глубине волновода H, $l=H$.

Эффективность работы антенны будем описывать коэффициентом усиления усредненной интенсивности $q(r)$, который определим как отношение интенсивности $\bar{I}(r)$ поля, создаваемого протяженной антенной, к интенсивности поля ненаправленного источника $\bar{I}_0(r)$ при условии, что их мощности излучения равны, $q(r)=\bar{I}(r)/\bar{I}_0(r)$. С учетом (11) коэффициент усиления $q(r)$ записывается как

$$q(r)=\frac{2l}{\lambda}f(r_0/r). \qquad (14)$$

Значения величины $q(r)$, как это следует из формулы (13), заключены в интервале $2\leqslant q\leqslant 2l/\lambda$.

Формулы (11)–(14) позволяют выбрать оптимальную длину антенны для обеспечения заданного уровня интенсивности звукового поля при известных параметрах волноведущей системы.

Рассмотрим влияние диаграммы направленности на усредненные характеристики поля антенны. Оценим поведение функции $f(x)$ в двух крайних случаях.

Как следует из выражения (13), при $r\geqslant r_0$ функция $f(x)$ мало отличается от единицы (см. фиг. 2), $f(x)\approx 1$, и закон спадания поля антенны отвечает закону силы звука точечного источника $r^{-3/2}$, $\bar{I}(r)\approx(2l/\lambda)\bar{I}_0(r)$. Коэффициент усиления q достигает при этом максимального значения, $q\approx 2l/\lambda$. С увеличением длины антенны область применимости закона «трех вторых» сужается. В пределе, когда длина антенны равна глубине волновода, $l=H$, зона закона «трех вторых» практически отсутствует.

Чтобы оценить поведение функции $f(x)$ при $x\to\infty$, поступим следующим образом. Ослабление силы звука вследствие многократных отражений волн от границы волновода можно пренебречь на расстоянии r, если

выполняется условие $s\lambda^2 r\mu_{эф}^2/4H^3 \ll 1$, где $\mu_{эф} \approx 2H/l$ — число мод, возбуждаемых главным лепестком диаграммы направленности. Откуда находим

$$r \ll (1/\pi)^2 r_0 \approx 0{,}1 r_0. \qquad (15)$$

В пределах выполнения условия (13) величина интеграла (10) в основном определяется характеристикой направленности. Выполняя интегрирование, получаем, что поле антенны спадает с расстоянием по цилиндрическому закону r^{-1}, $\bar{I}(r) \approx 4(1/4\pi)^2(1/rH)$, коэффициент усиления пропорционален $\sqrt{r}$, $q(r) \approx 4\sqrt{sr/\pi H}$ и не зависит от параметров антенны l и λ. Асимптотическое поведение функции $f(x)$ описывается при этом формулой $f(r_0/r) \approx 2\sqrt{\pi r/r_0}$.

В качестве верхней границы области (15) применимости цилиндрического закона, как показывают численные расчеты по формуле (13) (см. фиг. 2), может быть выбрано значение $r_0^* \approx (1/10\pi) r_0 \approx 0{,}03 r_0$. Цилиндрический закон спадания поля точечного источника, выполняющийся при полном отражении от границ, справедлив для расстояний $r \leqslant H/s$ [5]. Для вертикального протяженного источника, как видим, зона цилиндрического спада поля возрастает $\approx b 0{,}3 (1/\Delta\beta)^2$ раз и в зависимости от параметров волноведущей системы и антенны может составлять заметную величину.

В области $0{,}03 r_0 < r < r_0$ закон спадания является промежуточным между цилиндрическим законом r^{-1} и законом «трех вторых» $r^{-3/2}$. В этой области при исследовании усредненных характеристик поля антенны необходимо прибегать к численному суммированию ряда (13) или воспользоваться зависимостью $f(x)$, приведенной на фиг. 2. Характерные области спадания силы звука точечного и протяженного источников схематически показаны на фиг. 3. На фиг. 3, *а*, чтобы не усложнять рисунок, не показана область сферического закона r^{-2}, протяженность которой соответствует глубине волновода.

Проведенный выше анализ показывает, что для каждого расстояния r существует некоторая минимальная длина антенны $l_{опт}$, обеспечивающая коэффициент усиления $q_{опт}$, близкий к максимальному значению. Оптимальная длина антенны определяется из условия $r \approx r_0 = (\pi l_{опт}/\lambda)(H/s)$, откуда $l_{опт} \approx (\lambda/\pi)\sqrt{sr/H}$. При этой длине коэффициент усиления оценивается как $q_{опт} \approx 2l_{опт}/\lambda = (2/\pi)\sqrt{sr/H}$. При увеличении l сверх значения $l_{опт}$ ($l > l_{опт}$) закон спадания «трех вторых» $r^{-3/2}$ перемещается в зону цилиндрического спадания поля r^{-1} и коэффициент усиления стремится к максимальному значению, равному $q_{max}(r) \approx 4\sqrt{sr/(H\pi)} = 2\sqrt{\pi} q_{опт} \approx 3{,}5 q_{опт}$.

Помимо изменения длины антенны управление волновыми полями можно осуществлять варьированием закона амплитудно-фазового распределения поля по раскрыву антенны. Как известно, амплитудные распределения, характеризуемые спадом амплитуды к краям антенны, расширяют основной максимум характеристики направленности и уменьшают добавочные, а распределения с возрастанием амплитуды к краям, наоборот, уменьшают ширину главного максимума и увеличивают уровень добавочных максимумов [6]. По отношению к антенне с равномерным амплитудным распределением поля (эталонная антенна) это приводит соответственно к уменьшению или увеличению ее эффективной длины. Например, ширина характеристики направленности по уровню 0,7 с косинусоидальным распределением поля вида $E(\eta) = \cos^4(\pi\eta/l)$ равна $1{,}9\lambda/l$ [6], что эквивалентно уменьшению длины эталонной антенны в $1{,}9/0{,}9 \approx 2$ раза.

Проведенное выше рассмотрение показывает, что протяженность антенны может оказывать заметное влияние на усредненные характеристики поля. Наблюдаются следующие особенности формирования звукового поля протяженного источника по сравнению с ненаправленным излучателем (см. фиг. 3).

Предельное расстояние применимости цилиндрического закона спадания увеличивается в $0{,}3/(\Delta\beta)^2$ число раз.

Зона действия закона «трех вторых» сужается и оценивается как $r_3 = r_1(\pi/\Delta\beta)^2 < r \ll r_4 = 4H^3/\lambda^2 s$, $r_1 = H/s$. В пределе, когда длина антенны равна глубине волновода, $l = H$, эта зона практически исчезает.

В области $r_2=r_1(0{,}3/(\Delta\beta)^2)<r\leqslant r_3$ закон спадания является промежуточным между цилиндрическим законом и законом «трех вторых».

Коэффициент усиления q растет с увеличением дистанции и на расстоянии $r\geqslant r_3$ достигает максимального значения $q=2l/\lambda$.

Для каждого расстояния r существует некоторая минимальная длина антенны $l_{\text{опт}}\approx\lambda\sqrt{sr/(H\pi)}$, при которой коэффициент усиления $q_{\text{опт}}\approx 2l_{\text{опт}}/\lambda$ достигает значения, близкого к максимальному $q_{\max}$, $q_{\max}\approx 2\sqrt{\pi}q_{\text{опт}}$.

В заключении авторы выражают глубокую признательность В. И. Таланову за дискуссию, которая стимулировала появление данной работы и Ю. П. Лысанову за ценные критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М., Лысанов Г. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат. 1982. 264 с.
2. *Кацнельсон Б. Г., Кулапин Л. Г.* Усредненный закон спадания интенсивности звука в нерегулярном гидроакустическом волноводе // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 5. С. 643–648.
3. *Кравцов Ю. А., Кузькин В. М.* Об излучении антенны в многомодовом волноводе с плавно меняющимися параметрами // Акуст. журн. 1985, Т. 31, № 2, С. 207–210.
4. *Алувэлья Д. С., Келлер Дж. Б.* Точные и асимптотические методы представления звукового поля в стратифицированном океане.– В кн.: Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир. 1960, с. 20.
5. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука. 1957. 502 с.
6. *Смарышев М. Д., Добровольский Ю. Ю.* Гидроакустические антенны. Справочник. Л.: Судостроение. 1984. 304 с.
7. *Градштейн И. С., Рыжик И. И.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука. 1971.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19.III.1986