АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII **1987** **Вып. 3**

УДК 534.539.3

К ВОПРОСУ О ПОГЛОЩЕНИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ТОНКОМ СЛОЕ

Кобелев Ю. А.

Рассматривается звукопоглощающая система, состоящая из набора осцилляторов с различными собственными частотами. Показано, что механизм поглощения звука в таком устройстве аналогичен затуханию Ландау, а импеданс не зависит от добротности отдельных элементов и определяется их функцией распределения по собственным частотам. Решается вопрос о согласовании устройства со средой.

В различных областях акустики возникают задачи о создании звукопоглощающих систем. При этом часто основными требованиями к ним бывают малый уровень отражения звука при относительно небольшой толщине устройства. Наиболее популярные с этой точки зрения резонансные поглотители имеют узкую полосу частот эффективного согласования со средой. Кроме того, при их конструировании возникает проблема, связанная с выбором материала и параметров конструкции таким образом, чтобы выполнялось равенство между действительной частью импеданса поглощающего устройства и волновым сопротивлением среды [1].

В настоящей работе рассматривается принцип работы комбинированной поглощающей системы, представляющей собой набор резонансных устройств (осцилляторов), распределенных по частотам. Если осцилляторов достаточно много в области резонансной кривой осциллятора с собственной частотой, равной частоте звуковой волны, то механизм поглощения звука становится аналогичным линейному затуханию Ландау в плазме [2] или звука в жидкости с пузырьками газа [3]. Наиболее интересным здесь является тот факт, что процесс диссипации энергии звука осцилляторами не зависит от их коэффициентов затухания, а определяется функцией распределения осцилляторов по частоте. Это позволяет в ряде конкретных ситуаций реализовать согласование поглощающего устройства со средой в широком диапазоне частот.

Проиллюстрируем сказанное на конкретной модели. Рассмотрим звукопоглощающее устройство, показанное на фиг. 1. На невесомой и недеформируемой стенке *1* закреплены через пружины с коэффициентами упругости k_j массы m_j, которые могут колебаться в направлении, перпендикулярном стенке. Пусть на стенку в том же направлении действует сила F, тогда для смещения стенки x и смещения масс x_j можно записать уравнения

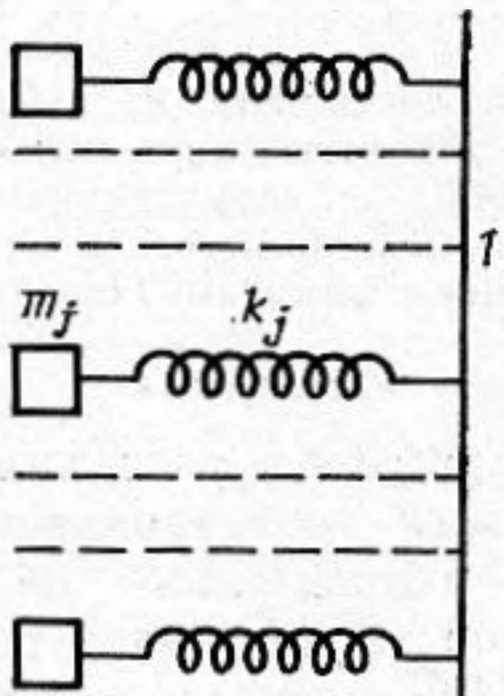
$$F=\sum_{j=1}^{n} k_j(x-x_j), \tag{1}$$

$$\ddot{x}_j+\varkappa_j\dot{x}_j+\omega_j^2x_j=\omega_j^2x, \tag{2}$$

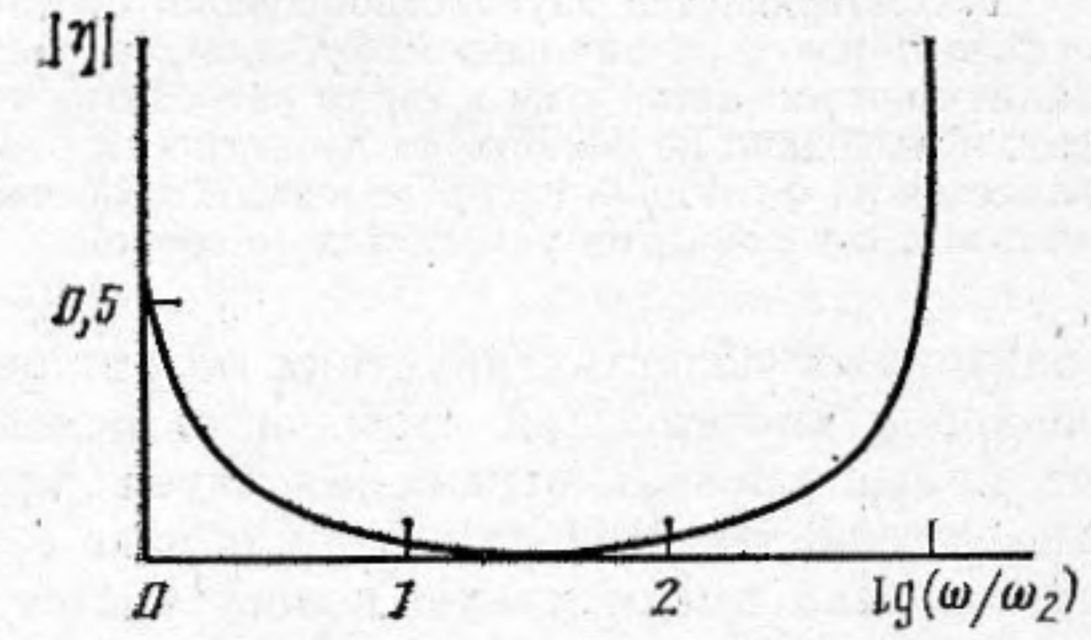
где $\omega_j=(k_j/m_j)^{1/2}$ – собственная частота колебаний j-того осциллятора в отсутствие затухания, $\varkappa_j/2$ – коэффициент затухания, n – число осцилляторов. Для гармонических колебаний $((F,\ x_j,\ x)=(F_0,\ x_{j0},\ x_0)\exp(i\omega t)$ из формул (1), (2) следует выражение для импеданса поглощающей системы ($Z=F_0/v_0$, $v_0=i\omega x_0$ – комплексная амплитуда скорости движения стенки):

$$Z=i\omega\sum_{j=1}^{n} k_j(1-i\varkappa_j/\omega)/(\omega_j^2-\omega^2+i\varkappa_j\omega). \tag{3}$$

Далее представим, что справа от стенки *1* находится среда, характеризуемая плотностью ρ и скоростью звука c, а сила F создается падающей из среды нормально на стенку звуковой волной (в этом случае необходимо изменить знак у импеданса Z, что связано с выбором знаков у силы F, смещения стенки x и направлением распространения звуковой волны). Поглощающее устройство будем характеризовать функцией распределения осцилляторов по собственным частотам $N(\omega_0=\omega_j)$, где $N(\omega_0)d\omega_0$ — количество осцилляторов на единицу площади, собственные частоты которых лежат в интервале $d\omega_0$ вблизи ω_0. Предположим, что концентрация их достаточно велика, т. е. количество осцилляторов n, собственные частоты



Фиг. 1. Кинематическая схема поглощающего устройства



Фиг. 2. Зависимость от частоты модуля коэффициента отражения звуковой волны поглощающим устройством

которых лежат в области резонансной кривой $\Delta\omega_0=\omega_0/Q$, где $Q=\omega_0/\varkappa$ — добротность выделенного осциллятора, удовлетворяет условию

$$n=N(\omega_0)\Delta\omega_0=\varkappa N(\omega_0)\gg 1. \tag{4}$$

Тогда в выражении (3) возможен переход от дискретного суммирования к интегрированию:

$$Z=-i\omega\int_{\omega_2}^{\omega_1}\frac{k(\omega_0)N(\omega_0)\,d\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2+i\varkappa\omega}, \tag{5}$$

где ω_1, ω_2 — максимальная и минимальная собственные частоты осцилляторов. При записи (5) отброшено второе слагаемое в числителе (3), поскольку мы предполагаем, что $\varkappa/\omega_0\ll 1$. Как известно [2], интеграл (5) можно представить в виде суммы интеграла от δ-функции и интеграла в смысле главного значения относительно точки $\omega_0=\omega$. Воспользовавшись этим правилом, получим

$$Z=\pi M(1)/\omega+(1/i\omega)\int_{S_2}^{S_1}\frac{M(S)\,dS}{S-1}, \tag{6}$$

где $S=\omega_0^2/\omega^2$; $S_{1,2}=\omega_{1,2}^2/\omega^2$.

Функция $M(S)$ определяется равенством

$$k(\omega_0)N(\omega_0)\,d\omega_0=M(S)\,dS. \tag{7}$$

Таким образом, импеданс поглощающего устройства комплексный; его действительная часть, определяющая диссипацию энергии, не зависит от коэффициента затухания осцилляторов. Это связано с двумя обстоятельствами: во-первых, энергия поглощается в основном резонансными осцилляторами, собственные частоты которых лежат в области резонансной кривой с центром на частоте звуковой волны и шириной, пропорциональной коэффициенту затухания, и, во-вторых, амплитуда колебаний осциллятора в резонансе обратно пропорциональна коэффициенту затухания. При увеличении, например, коэффициента затухания ширина резонансной кривой увеличивается, что приводит к увеличению числа осцилляторов, эффективно поглощающих энергию, а амплитуда их колебаний уменьшается. В результате скорость поглощения энергии резонансными осцилляторами остается прежней. Из выражения (6) видно, что основной вклад в реактивную (мнимую) часть импеданса дают нерезонансные осцилляторы, колебания которых практически не зависят от коэффициента затухания, поэтому и в выражение для реактивной части импеданса не входит этот параметр.

Перейдем к вопросу о согласовании поглощающего устройства со средой, характеризуемой импедансом $Z_0=\rho c$. Для этого положим $\operatorname{Re} Z$ равным Z_0, т. е.

$$\pi M(1)/\omega=Z_0. \tag{8}$$

С помощью (7) выражение (8) можно записать в форме

$$\pi k(\omega)N(\omega)/2=Z_0. \tag{9}$$

Потребуем выполнения (9) во всем диапазоне частот ω_0 от ω_2 до ω_1, тогда подставив (9) в (6), после интегрирования получим

$$Z=Z_0\left[1-(i/\pi)\ln\frac{(\omega_1-\omega)(\omega_2+\omega)}{(\omega-\omega_2)(\omega_1+\omega)}\right]. \tag{10}$$

Из (10) следует, что при условии $\omega=\sqrt{\omega_1\omega_2}$ имеем полное согласование. Так же, как и для резонансного поглотителя, здесь не удается добиться полного согласования в конечной области частот, но приближенно это возможно сделать в широком диапазоне. На фиг. 2 представлена зависимость модуля коэффициента отражения звуковой волны $\eta=(Z-Z_0)/(Z+Z_0)$ от частоты для случая $\omega_1/\omega_2=10^3$. Хорошего согласования (при этом обычно считают [1], что $|\eta|\leqslant 0{,}1$, т. е. требуют ослабления отраженной волны на 20 дБ) удается достичь в полосе частот $3\leqslant\omega/\omega_2\leqslant 300$. Таким образом, диапазон частот весьма широк, хотя как будет видно из дальнейших расчетов, реализовать практически предлагаемый принцип достаточно сложно.

Вычислим полную массу M единицы площади поглощающего устройства:

$$M=\int_{\omega_2}^{\omega_1} m_0 N(\omega_0)\,d\omega_0=(2Z_0/\pi)(\omega_2^{-1}-\omega_1^{-1}). \tag{11}$$

Формула (11) дает для воды $M\simeq 1{,}5\cdot 10^4$ кг/м^2 ($Z_0\simeq 1{,}5\cdot 10^6$ кг/м^{2}с), а для воздуха $M\simeq 3$ кг/м^2 ($Z_0\simeq 300$ кг/м^{2}с) при минимальной собственной частоте элементов $f_2=10$ Гц ($\omega_2=2\pi f_2$). Если для воздуха полная масса оказывается вполне разумной величиной, то для воды ее значение представляется неоправданно большим.

Найдем полное число осцилляторов n. Из уравнения (4) следует выражение для функции распределения элементов по собственным частотам

$$N(\omega_0)=Qh/\omega_0. \tag{12}$$

Предполагая Q и h не зависящими от частоты ω_0, получим

$$n=\int_{\omega_2}^{\omega_1} N(\omega_0)\,d\omega_0=Qh\ln(\omega_1/\omega_2). \tag{13}$$

Если выбрать $Q=10$ и $h=5$ м$^{-2}$, то $n\simeq 350$ м$^{-2}$, что представляет собой, хотя и достаточно большую величину, но вполне реальную для практической реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Оберст Г.* Резонансные звукопоглотители // Некоторые вопросы прикладной акустики. Ультразвук, гидроакустика/Пер. с английск. под ред. И. Дж. Ричардсона. М.: Воениздат. 1962. С. 262–300.
2. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. М.: Наука. 1979. 527 с.
3. *Рютов Д. Д.* Аналог затухания Ландау в жидкости с пузырьками газа // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22. № 9. С. 46–48.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23.XII.1985
после исправления
8.XII.1986