АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIII 1987 Вып. 5

УДК 534.2.22

# ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД

*Петухов Ю.В.*

Аналитически и численно исследуется отражение плоской волны давления, падающей нормально на границу раздела двух сред с различными значениями плотности, скорости звука и параметра нелинейности.

В работе [1] была рассмотрена задача о прохождении акустической волны через нелинейную границу раздела двух сред, т. е. считалось, что линейные параметры (равновесные плотность и скорость звука) постоянны, а на границе раздела изменяется скачком лишь параметр нелинейности. В рамках квадратичного приближения, которое позволяет не учитывать взаимодействие падающей и отраженной римановых волн, в [1] были получены простые выражения для коэффициентов прохождения и отражения, на основе которых сделан вывод о том, что при падении (на скачок) гармонической волны уровень отраженной второй гармоники в 3 раза ниже, чем уровень гармоники, прошедшей вместе с сигналом.

В данной работе рассмотрена более общая задача об отражении плоских римановых и ударных волн, падающих нормально на границу раздела двух сред с различными линейными и нелинейными параметрами, а также с учетом взаимодействия падающих и отраженных волн давления.

Пусть из газообразной среды с уравнением состояния $p=p_0(\rho/\rho_{01})^n$ и равновесными значениями давления $p_0$, плотности $\rho_{01}$, скорости звука $c_{01}$ на границу раздела со средой, имеющей соответствующие линейные параметры $p_0$, $\rho_{02}$, $c_{02}$ и аналогичное уравнение состояния $p=p_0(\rho/\rho_{02})^m$, падает волна, возмущение давления в которой равно $p_н'$; здесь $p$ — полное давление, а $\rho$ — полная плотность среды, $n$ и $m$ — показатели адиабат для соответствующих сред.

Рассмотрим сначала отражение римановых волн, в которых имеется простая связь между давлением $p_н$ и скоростью частиц $u_н$ [2]:

$$u_н=\frac{2c_{01}}{n-1}\left[\left(\frac{p_н}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{2n}}-1\right],\ p_н=p_н'+p_0. \tag{1}$$

В этом случае, используя условия непрерывности нормальных компонентов волновых скоростей частиц $u_x$ и непрерывность давлений на границе раздела сред, нетрудно получить уравнение для определения давления на этой границе $p_x$:

$$\frac{c_{01}}{n-1}\left[\left(\frac{p_н}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{2n}}-1\right]+\frac{c_н}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_x}{p_н}\right)^{\frac{n-1}{2n}}\right]=\frac{c_{02}}{m-1}\left[\left(\frac{p_x}{p_0}\right)^{\frac{m-1}{2m}}-1\right], \tag{2}$$

где $c_н=c_{01}(p_н/p_0)^{(n-1)/2n}$, $p_н>p_0$.

При отражении ударных волн, для которых зависимости $u_н$ и $\rho_н$ от давления на ударном фронте $p_н$ имеют иной вид, чем в римановых волнах [2]:

$$u_н=\sqrt{\frac{2p_0}{\rho_{01}}}\frac{\frac{p_н}{p_0}-1}{\sqrt{(n+1)\frac{p_н}{p_0}+n-1}},\ \rho_н=\rho_{01}\frac{(n+1)\frac{p_н}{p_0}+n-1}{(n-1)\frac{p_н}{p_0}+n+1}, \tag{3}$$

возможна двоякая ситуация. А именно при определенных соотношениях между параметрами сред от границы раздела возможно отражение либо ударной волны $p_x>p_н$, либо волны разрежения $p_x<p_н$. Поэтому, используя соотношения (1) и (3), для определения $p_x$ получим следующее уравнение:

$$\sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}}\left\{\frac{\dfrac{p_н}{p_0}-1}{\sqrt{(n+1)\dfrac{p_н}{p_0}+n-1}}-\right.$$

$$\left.-\sqrt{\frac{p_н}{p_0}\cdot\frac{(n-1)\dfrac{p_н}{p_0}+n+1}{(n+1)\dfrac{p_н}{p_0}+n-1}}\cdot F(p_x)\right\}=\frac{\dfrac{p_x}{p_0}-1}{\sqrt{(m+1)\dfrac{p_x}{p_0}+m-1}}, \tag{4}$$

$$F(p_x)=\begin{cases}\dfrac{\dfrac{p_x}{p_н}-1}{\sqrt{(n+1)\dfrac{p_x}{p_н}+n-1}}, & p_x>p_н,\\[2ex] \dfrac{\sqrt{2n}}{n-1}\left[\left(\dfrac{p_x}{p_н}\right)^{\frac{n-1}{2n}}-1\right], & p_x<p_н.\end{cases} \tag{5}$$

Следует отметить, что уравнение (4) описывает отражение лишь ударного фронта волны; для описания отражения ударной волны за ее фронтом необходимо проведение численного интегрирования исходных уравнений гидродинамики [2].

Если нелинейные эффекты учитывать лишь в квадратичном приближении, то решения уравнений (2) и (4) позволяют найти аналитические выражения для коэффициентов отражения $V$ и прохождения $W$ волны:

$$V=V_l+N_v,\quad W=W_l+N_w,\quad W_l=V_l+1, \tag{6}$$

$$V_l=\frac{1-b}{1+b},\ N_v=N_w=\begin{cases}N_1\\N_2,\\N_3\end{cases}\quad b=\frac{c_{02}}{c_{01}}\frac{n}{m},\ \varepsilon_1=\frac{n+1}{2},\ \varepsilon_2=\frac{m+1}{2},$$

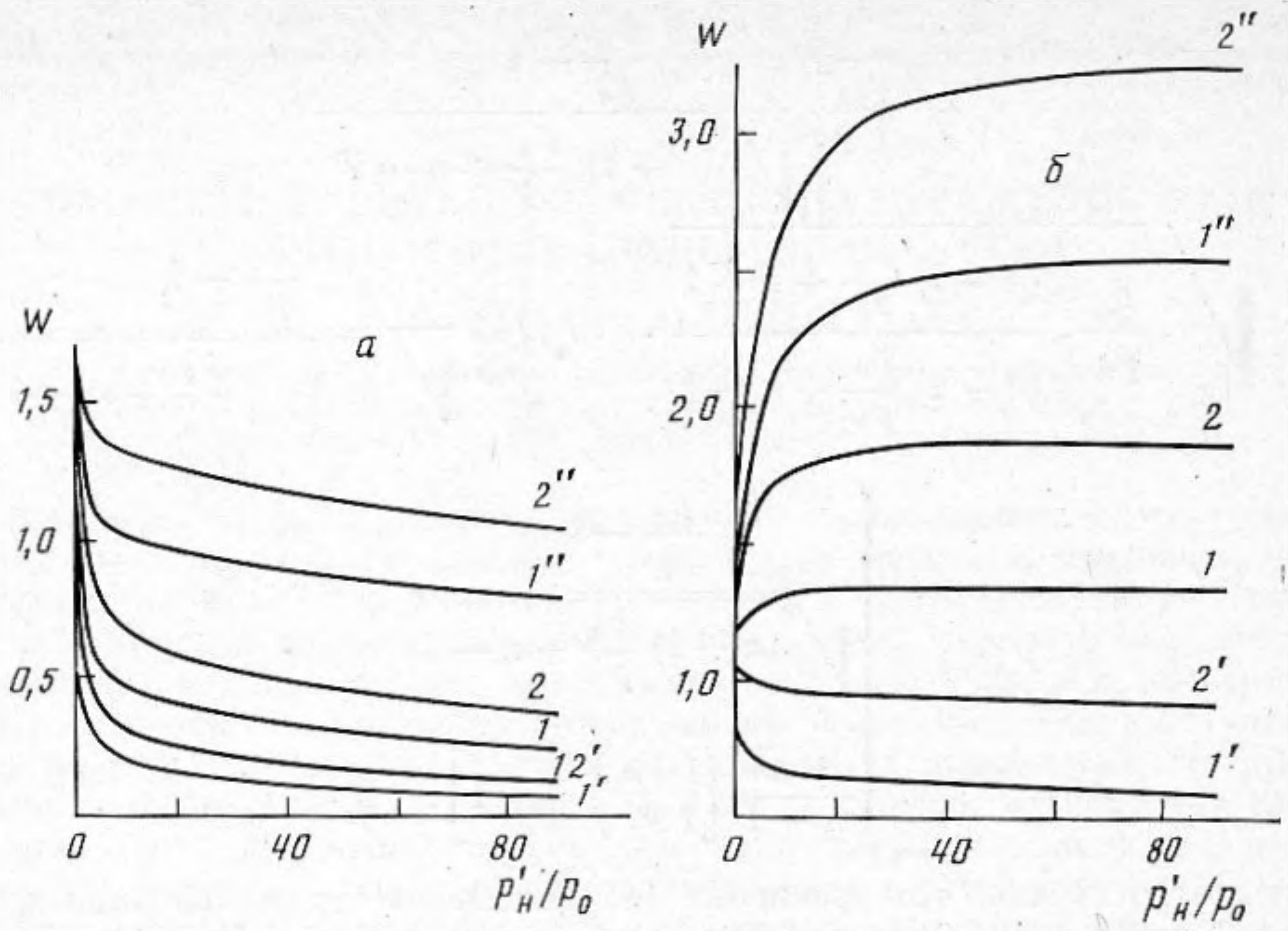
$$N_1=\frac{b}{(1+b)^2}\left(\frac{\varepsilon_2}{m}-\frac{\varepsilon_1}{n}\right)\frac{p_н'}{p_0},\qquad N_2=\frac{b}{(1+b)^3}\left[\frac{2\varepsilon_2}{m}+\frac{(1-2b-b^2)}{bn}\varepsilon_1\right]\frac{p_н'}{p_0},$$

$$N_3=\frac{2b}{(1+b)^3}\left\{\frac{\varepsilon_2}{m}+\frac{\varepsilon_1}{bn}\left[1-\frac{(1+b)^2}{2}\right]\right\}\frac{p_н'}{p_0},$$

где $V_l$ и $W_l$ — линейные коэффициенты отражения и прохождения, $N_1$, $N_2$, $N_3$ — добавки, обусловленные влиянием нелинейных эффектов при отражении римановой волны (уравнение (2)), ударной волны и волны разрежения (уравнение (4)) соответственно; $\varepsilon_1$ и $\varepsilon_2$ параметры нелинейности сред [3]. Как видно из (6), добавка $N_v$ к линейным коэффициентам отражения и преломления одна и та же; поэтому вывод работы [1] о том, что $N_v=1/3N_w$ при $V_l=0$ ($b=1$) (когда $N_1=N_2=N_3$) неправомерен.

С увеличением давления в падающей волне ее взаимодействие с отраженной волной будет усиливаться, что, естественно, приведет к отличиям от линейных законов изменения $V$ и $W$ (см. фигуру, *а*, *б*). Как видно из приведенных на фигуре результатов численных расчетов зависимости $W(p_н'/p_0)$, величина коэффициента прохождения римановой и ударной волн стремится к постоянному значению, зависящему от линейных и нелинейных параметров сред. Для ударных волн последнее утверждение следует уже из качественного анализа уравнения, получающегося из (4) при условии $p_н/p_0\gg1$:

$$\sqrt{\frac{\rho_{02}(m+1)}{\rho_{01}(n+1)}}[1-\Phi(W)]=W^{1/2},$$




Зависимость коэффициента прохождения $W$ римановой (*а*) и ударной (*б*) волн от давления в падающей волне $p_н'/p_0$ ($n=1{,}4$): *1* и *2* отвечают значениям $m=2$ и $m=3$ для $c_{02}/c_{01}=1$; *1'* и *2'* соответствуют $c_{02}/c_{01}=2$, а *1''* и *2''* – $c_{02}/c_{01}=0{,}5$

$$\Phi(W)=\begin{cases}\sqrt{n-1}\,\dfrac{W-1}{\sqrt{(n+1)W+n-1}}, & \dfrac{p_x}{p_н}>1,\\[2ex] \sqrt{\dfrac{2n}{n-1}}\left(W^{\frac{n-1}{2n}}-1\right), & \dfrac{p_x}{p_н}<1.\end{cases} \tag{7}$$

Как видно из уравнения (7), его решения не зависят от амплитуды падающей ударной волны $p_н'$. При отражении римановых волн асимптотическое поведение $W$ при $p_н/p_0\to\infty$ несколько разнообразнее, чем для ударных волн. Действительно, как следует из уравнения

$$\frac{c_{01}(m-1)}{c_{02}(n-1)}\left(2-W^{\frac{n-1}{2n}}\right)=\left(\frac{p_н}{p_0}\right)^{\alpha}W^{\frac{m-1}{2m}},\ \alpha=\frac{m-1}{2m}-\frac{n-1}{2n}, \tag{8}$$

получающегося из (2) при $p_н/p_0\gg1$, лишь при $n=m$ его решение

$$W=\left\{\frac{2c_{01}(m-1)}{c_{02}(n-1)}\Big/\left[1+\frac{c_{01}(m-1)}{c_{02}(n-1)}\right]\right\}^{2n/(n-1)}$$

не зависит от давления в падающей волне. Для $\alpha\neq0$ не зависящие от $p_н$ асимптотические значения $W$ будут также иметь место при $n>1$, $m>1$, причем, чем больше $|\alpha|$, тем быстрее осуществляется выход на соответствующие асимптотические значения

$$W\to\begin{cases}0, & \alpha>0,\\ 2^{2n/(n-1)}, & \alpha<0.\end{cases}$$

В заключение выражаю признательность А. М. Сутину за критические замечания по данной работе и обсуждение ее результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е.* Прохождение акустической волны через нелинейную границу // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 4. С. 569.
2. *Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. Н., Шехтер Б. И.* Физика взрыва. М.: Наука, 1975. 704 с.
3. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
3.XII.1986