АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIV 1988 Вып. 1

УДК 534.884

РАССЕЯНИЕ ЗВУКА ГАЗОНАПОЛНЕННЫМ СФЕРОИДАЛЬНЫМ ПУЗЫРЕМ РЫБЫ

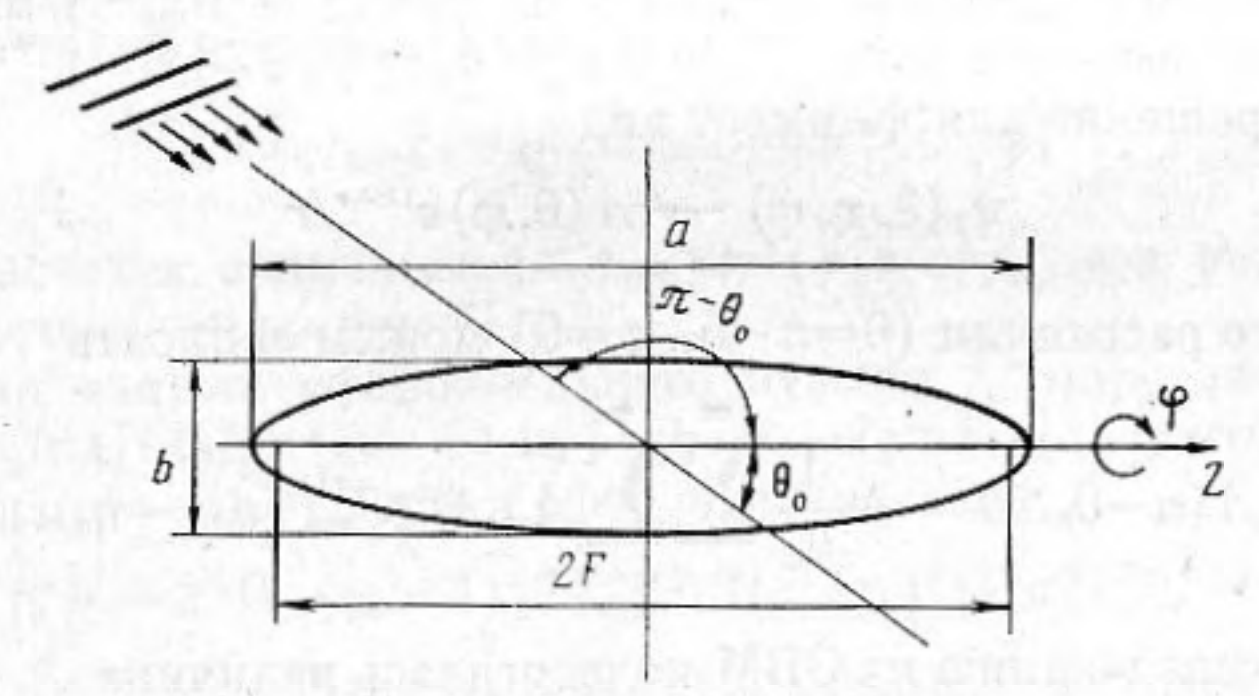
Бабайлов Э. П., Каневский В. А.

Рассмотрена акустическая модель плавательного пузыря рыбы в виде газонаполненного вытянутого сфероида, проведен расчет частотно-угловых характеристик обратного рассеяния, проанализированы резонансные характеристики сфероидального пузыря. Результаты расчетов сопоставлены с известными экспериментальными данными.

Хорошо известно [1—4], что один из наиболее интенсивных источников рассеяния звука в океанической среде — рыбы и морские животные. Многочисленными исследованиями [3—7] установлено, что рассеивающие свойства пелагических рыб определяются в основном их плавательными пузырями.

Рассмотрим задачу рассеяния плоской монохроматической волны на идеальном вытянутом сфероидальном пузыре. Все геометрические характеристики представлены на фиг. 1. Временной фактор $\exp(-i\omega t)$ в дальнейшем всюду опускаем.

По данным работ [8, 9], плавательный пузырь сфероидальной формы имеет большую ось $a\simeq 0{,}24L$, малую ось $b\simeq 0{,}048L$ (L — длина рыбы), т. е.



Фиг. 1. Схема падения звуковой волны на вытянутый сфероид

$a/b=5$. Это значение a/b достигается при $\xi=1{,}02$, что и обусловило выбор для расчета сфероида $\xi=\xi_0=1{,}02$; ξ, η, φ — вытянутые сфероидальные координаты. Обозначим ρ_+ — плотность воды, ρ_- — плотность газовой среды внутри пузыря, c_+ — скорость звука в воде, c_- — скорость звука в газе, $k_\pm$ — волновое число в воде и газе соответственно. При условии постоянства температуры газа внутри пузыря скорость звука c_- неизменна при увеличении глубины h. Введем характерную величину $\alpha=\rho_+/\rho_-(h)$. Полагая $\rho_+/\rho_-=850$, имеем для α: $\alpha=8500/(10+h)$, где h, м.

Звуковое поле вне пузыря Ψ_+ есть сумма падающей Ψ_i и рассеянной Ψ_s волн $\Psi_+=\Psi_i+\Psi_s$. Звуковое поле внутри пузыря характеризуем потенциалом Ψ_-. Все поля удовлетворяют уравнению Гельмгольца и граничным условиям на поверхности пузыря $\xi=\xi_0$:

$$\rho_+\Psi_+=\rho_-\Psi_-,\quad \partial\Psi_+/\partial\xi=\partial\Psi_-/\partial\xi,\quad \xi=\xi_0. \tag{1}$$

Разложение падающей волны Ψ_i по сфероидальным функциям вытянутого сфероида известно [10]. Решения для Ψ_s и Ψ_- ищем в виде

$$\Psi_s = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} A_{mn} S_{mn}^{(1)}(d_+, \eta) R_{mn}^{(3)}(d_+, \xi)\cos m\varphi,$$

$$\Psi_- = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} B_{mn} S_{mn}^{(1)}(d_-, \eta) R_{mn}^{(1)}(d_-, \xi)\cos m\varphi,$$

где $R_{mn}^{(1)}(d_-, \xi)$, $R_{mn}^{(3)}(d_+, \xi)$ — радиальные сфероидальные функции первого и третьего рода соответственно, $S_{mn}^{(1)}(d_\pm, \eta)$ — угловые сфероидальные функции 1-го рода, $d_\pm = k_\pm F$, $\eta = \cos\theta$, F — половина межфокусного расстояния сфероида, θ — полярный угол.

Так как угловые функции $S_{mn}^{(1)}(d_+\eta)$ неортогональны к системе функций $S_{mn}^{(1)}(d_-, \eta)$ на отрезке $[-1, 1]$, то, удовлетворяя граничным условиям (1), приходим к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов A_{mn} и B_{mn} для каждого значения «m». Целесообразно рассмотреть ее решение в нулевом приближении, отбросив недиагональные члены. Легко убедиться, что при малых значениях $d_\pm$ они малы по сравнению с диагональными. В результате коэффициенты A_{mn} определяются соотношением

$$A_{mn} = -\frac{2i^n \varepsilon_m S_{mn}^{(1)}(d_+, \eta_0)\left[\alpha R_{mn}^{(1)}(d_+, \xi_0) R_{mn}^{(1)'}(d_-, \xi_0) - R_{mn}^{(1)'}(d_+, \xi_0) R_{mn}^{(1)}(d_-, \xi_0)\right]}{N_{mn}(d_+)\left[\alpha R_{mn}^{(1)'}(d_-, \xi_0) R_{mn}^{(3)}(d_+, \xi_0) - R_{mn}^{(3)'}(d_+, \xi_0) R_{mn}^{(1)}(d_-, \xi_0)\right]}, \tag{2}$$

а для коэффициентов B_{mn}, используя определитель Вронского для вытянутых сфероидальных радиальных функций, находим $B_{mn} \sim 1/d_+(\xi_0^2 - 1)$, что указывает на стремление поля Ψ_- к 0 при $d_+ \to \infty$, $\xi_0 > 1$.

При $\xi \to \infty$ решение для ψ_s имеет вид

$$\psi_0(\xi, \eta, \varphi) \underset{\xi\to\infty}{\longrightarrow} A(\theta, \varphi) e^{ik_+ r}/r$$

и для обратного рассеяния ($\theta = \pi - \theta_0$, $\varphi = 0$) можем записать

$$A(\pi - \theta_0, 0) = -\frac{1}{k_+}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} A_{mn} i^{1-n} S_{mn}^{(1)}(d_+, -\eta_0). \tag{3}$$

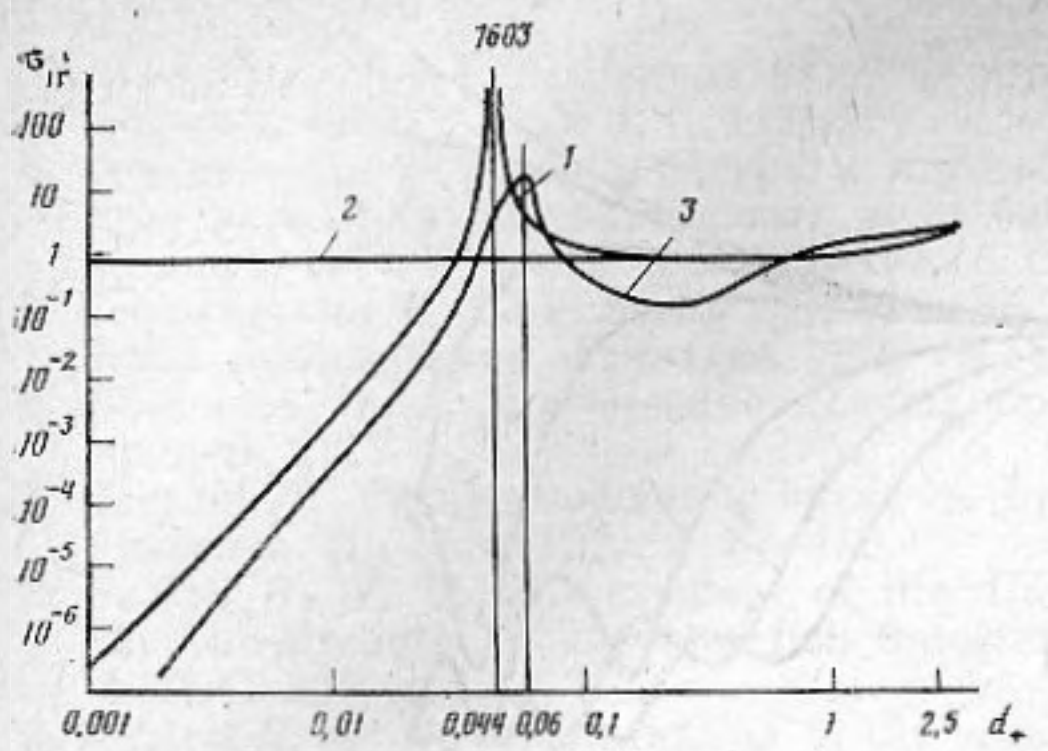
Численному исследованию на ЭВМ подвергалась величина

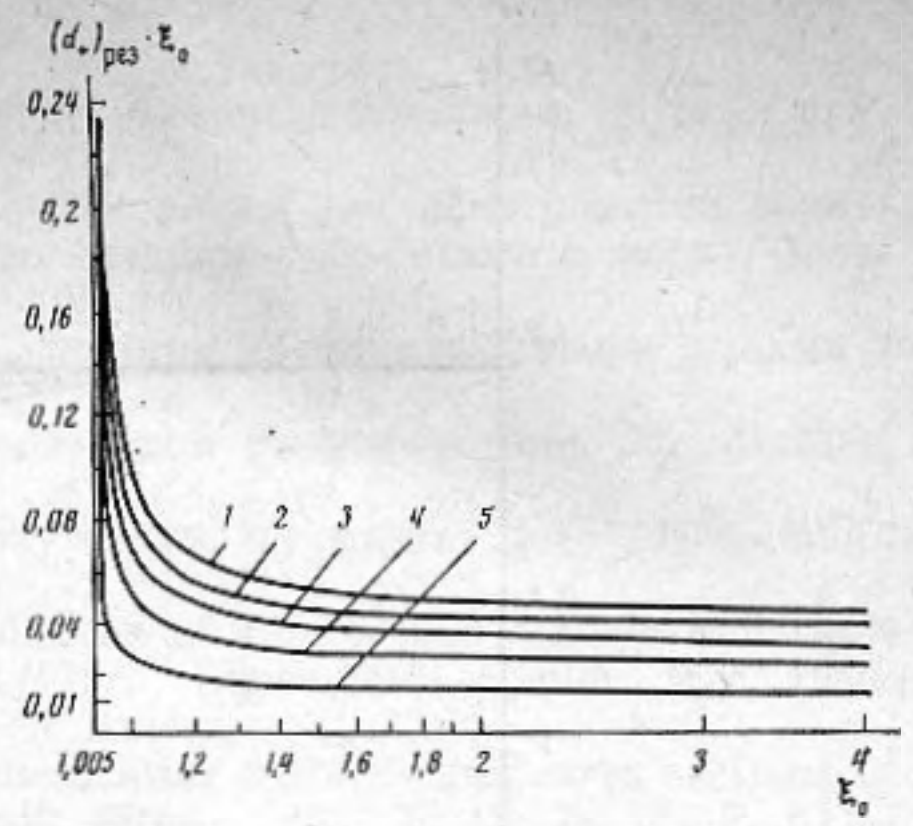
$$\sigma_{1r} = 4|A(\pi - \theta_0, 0)|^2/F^2, \tag{4}$$

связанная с сечением обратного рассеяния σ_r соотношением $\sigma_r = \pi F^2 \sigma_{1r}$. Расчет σ_{1r} проводился для значений величины d_+, меняющихся от 0,001 до 10, значения d_- принимались равными $d_- = 4{,}4\ d_+$. Частотная зависимость $\sigma_{1r} = f(d_+)$ для угла $\theta_0 = \pi/2$, $d_+ = 0{,}001 \div 2{,}5$, $\alpha = 850$ приведена фиг. 2. Здесь для тех же значений θ_0 и d_+ изображена зависимость $\sigma_{1r} = f(d_+)$ для акустически мягкого сфероида, расчетные формулы для которого получаются из вышеприведенных при $\rho_- = 0$. Из их сравнения следует, что они идентичны при $d_+ \geqslant 0{,}4$.

Вопрос о собственной частоте вытянутого сфероидального пузыря частично исследовался в работе [7]. Однако имеется возможность получения более общих выражений, учитывающих влияние величины α. Она состоит в замене в знаменателе выражения (2) для коэффициентов разложений A_{mn} при $m = n = 0$ радиальных функций и их производных асимптотическими соотношениями, справедливыми для низких частот, и в последующем приравнивании к нулю его мнимой части. Используя асимптотические представления

$$R_{00}^{(1)}(d_-, \xi_0) \simeq 1 - (d_-\xi_0)^2/6, \qquad R_{00}^{(1)'}(d_-, \xi_0) \simeq -d_-^2\xi_0/3,$$





Фиг. 2 **Фиг. 3**

Фиг. 2. Частотная зависимость обратного рассеяния σ_{1r} для $\theta_0=\pi/2$: *1* – газонаполненный сфероидальный пузырь, $\alpha=850$, $\xi_0=1{,}02$; *2* – акустически мягкий сфероид, $\xi_0=1{,}02$; *3* – пересчет кривой $\sigma_r/L^2=f(L/\lambda)$ работы [11]

Фиг. 3. Зависимость резонансной характеристики вытянутого сфероидального пузыря $(d_+)_{рез}\xi_0$ от величин ξ_0 и α: *1* – =77; *2* – =100; *3* – =143; *4* – =243; *5* – =850

$$d_-\xi_0<1,$$

$$R_{00}^{(2)}(d_+,\xi_0)\simeq-\ln(\xi_0+1/\xi_0-1)/2d_+,\qquad R_{00}^{(2)'}(d_+,\xi_0)\simeq1/d_+(\xi_0^2-1),\ d_+\ll1,$$

получаем соотношение для определения $(d_+)_{рез}$:

$$(d_+)_{рез}=c_-/c_+[6/(\alpha\xi_0(\xi_0^2-1)\ln(\xi_0+1/\xi_0-1)+\xi_0^2)]^{1/2}. \tag{5}$$

Для перехода к сфере с радиусом $R=a/2$ необходимо рассмотреть предел $\lim\limits_{\xi_0\to\infty}(d_+)_{рез}=\xi_0$. В результате при $\alpha\gg1$ находим

$$\lim_{\xi_0\to\infty}(d_+)_{рез}\xi_0=(k_+R)_{рез}=c_-/c_+[3/\alpha]^{1/2}.$$

Результаты расчетов величины $(d_+)_{рез}\xi_0=(k_+a/2)_{рез}$ при различных значениях α представлены на фиг. 3.

Собственная частота сфероидального пузыря f_0^e определяется соотношением $f_0^e=c_-/\pi a[6\xi_0/(\alpha(\xi_0^2-1)\ln(\xi_0+1/\xi_0-1)+\xi_0)]^{1/2}$, а отношение f_0^e/f_0 при одинаковых объемах сферы и сфероида имеет вид

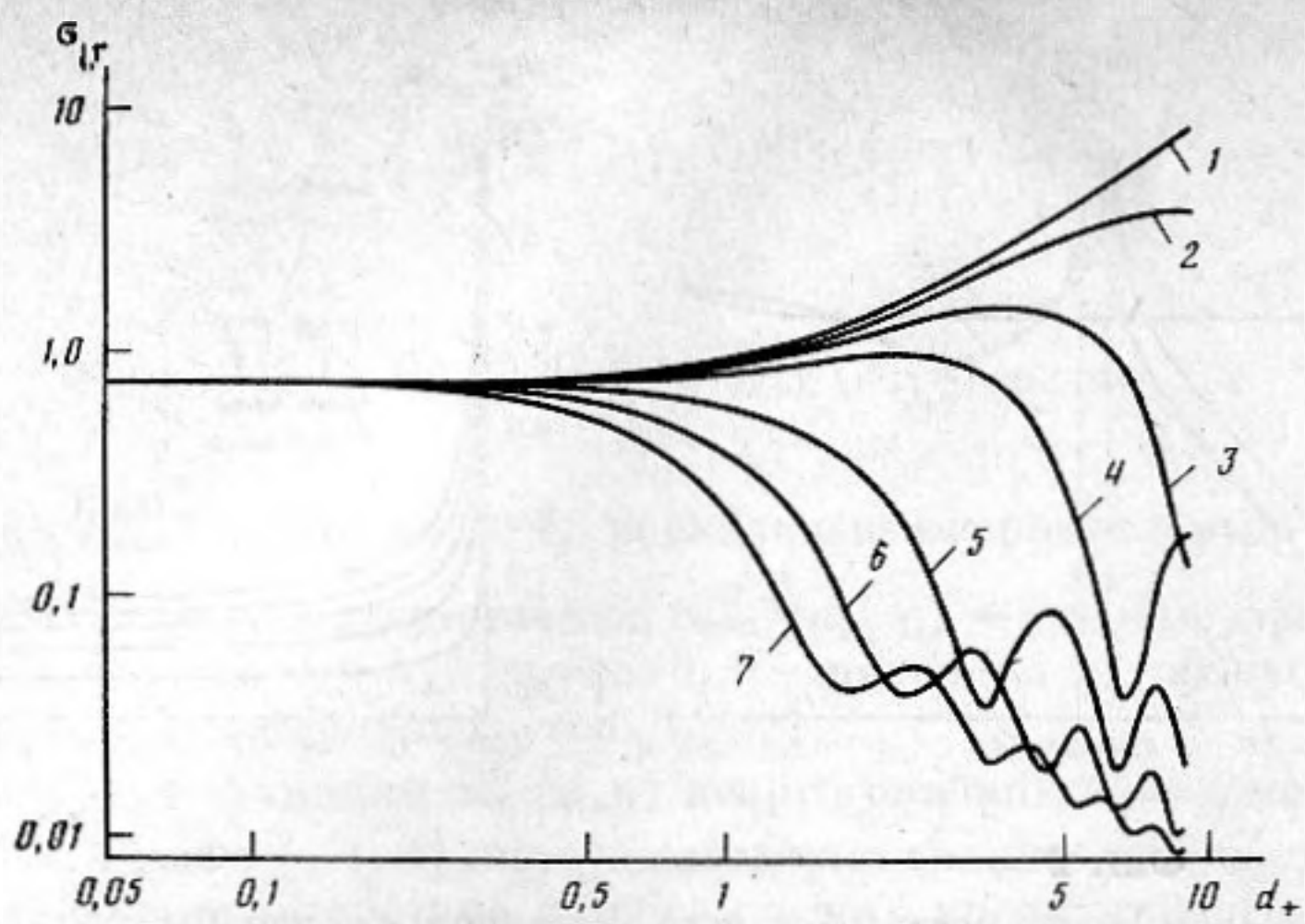
$$f_0^e/f_0=2^{1/2}[\xi_0(\xi_0^2-1)]^{1/2}[(\alpha-3(c_-/c_+)^2)/(\alpha\xi_0(\xi_0^2-1)\ln(\xi_0+1/\xi_0-1)+\xi_0^2)]^{1/2}. \tag{6}$$

Хотя формула (6) и формула Вестона [7] различны по структуре, они дают идентичные результаты при $\alpha\gg1$.

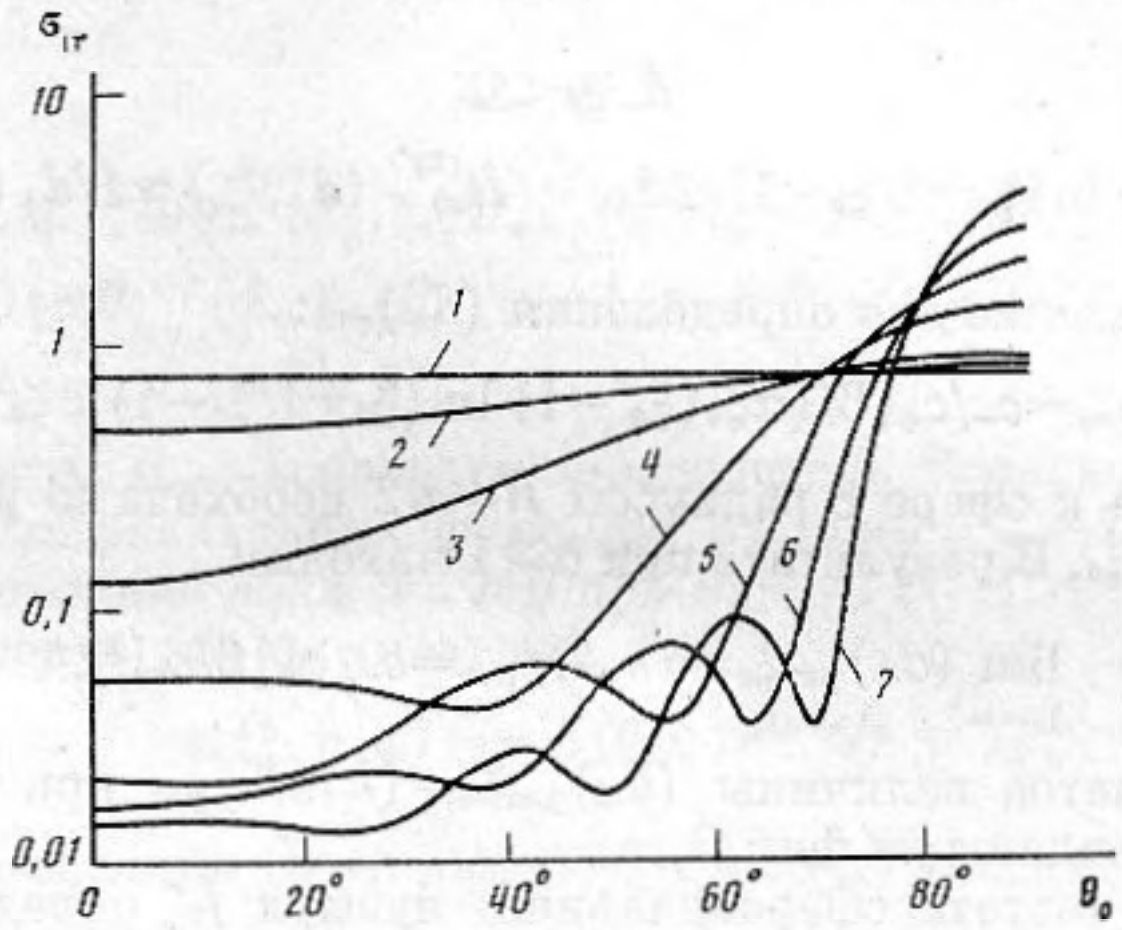
На фиг. 4 представлена зависимость $\sigma_{1r}=f(d_+)$ для мягкого сфероида $\xi_0=1{,}02$; параметром является угол падения θ_0. При $d_+\geqslant0{,}1$ кривые $\sigma_{1r}=f(d_+)$ разветвляются: для углов падения θ_0, близких к $\pi/2$, величина σ_{1r} растет с ростом d_+, при меньших углах θ_0 она, осциллируя, убывает. При этом, как показали дополнительные расчеты, существенно возрастает зеркальное отражение.

На фиг. 5 приведена угловая зависимость величины σ_{1r} для мягкого сфероида $\xi_0=1{,}02$; параметром является волновой размер d_+. При малых d_+ обратное рассеяние слабо зависит от угла падения θ_0, при увеличении d_+ она приобретает осцилляционный характер, причем при $\theta_0\to\pi/2$ значения σ_{1r} резко возрастают. Очевидно, что это объясняется приближением вытянутого сфероида при $\xi_0\to1$ и $d_+>1$ по своим рассеивающим свойствам к цилиндрическому рассеивателю. Случай $d_+\to\infty$, $\theta_0\to0$ из настоящего рассмотрения исключается.

Сопоставим полученные результаты с экспериментальными данными работы [11]. Кривая *3* на фиг. 2 – пересчет кривой $\sigma_r/L^2=f(L/\lambda)$ этой работы на характеристики настоящей заметки. Очевидной является ка-



Фиг. 4. Частотная зависимость обратного рассеяния σ_{1r} для различных углов падения θ_0: *1* – =90°, *2* – =85, *3* – =80, *4* – =75, *5* – =60, *6* – =45, *7* – =30°



Фиг. 5. Угловая зависимость обратного рассеяния σ_{1r} для различных значений волнового размера сфероида d_+: *1* – =0,1, *2* – =0,5, *3* – =1, *4* – =2, *5* – =3, *6* – =4, *7* – =5

чественная идентичность результатов. Различие в величине $(d_+)_{рез}$ объясняется тем, что в работе [11] величина $h \simeq 6$ м, т. е. $\alpha \simeq 531$, что согласно формуле (5) дает при $\xi_0 = 1{,}02$ значение $(d_+)_{рез} \simeq 0{,}058$. Далее, расчет рассеяния на идеальном сфероидальном пузыре дал при $(d_+)_{рез}$ во много раз ($\simeq$ в 70 раз) бо́льшее значение величины σ_{1r} по сравнению с приводимым в работе [11]. Очевидно, что это — результат влияния диссипативных процессов при колебаниях системы плавательный пузырь — жидкость. Наконец, выполненные расчеты подтвердили выводы работы [11] относительно наличия сильной зависимости силы цели пузырной рыбы от ее длины и слабой зависимости от частоты при боковом облучении в зарезонансной области. Для того чтобы убедиться в этом, следует, учитывая характер зависимости $\sigma_{1r} = f(d_+)$ при $\theta_0 = \pi/2$ (кривая *1* фиг. 4), перейти к величине $\sigma_r/4\pi$.

Авторы выражают признательность А. В. Лишанскому за помощь при выполнении расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андреева И. Б.* Рассеяние звука в океанических звукорассеивающих слоях // Акустика океана. М.: Мир, 1974. С. 491–558.
2. *Андреева И. Б., Самовольнкин В. Г.* Рассеяние акустических волн морскими организмами // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984. С. 176–184.

3. *Андреева И. Б., Чиндонова Ю. Г.* О природе звукорассеивающих слоев // Океанология. 1964. Т. 4. № 1. С. 112–124.
4. *Самовольнкин В. Г.* Аппаратура и методика измерения для исследования обратного рассеяния ультразвуковых волн биологическими объектами в воде // Океанология. 1974. Т. 14. № 1. С. 187–191.
5. *Самовольнкин В. Г.* Угловые зависимости рассеяния звука пузырными рыбами // Вопр. судостроения. Акустика. 1976. № 6. С. 17–24.
6. *Шишкова Е. В.* Физические основы промысловой гидроакустики. М.: Пищев. пром-ть, 1977.
7. *Вестон Д.* Распространение звука в присутствии пузырных рыб // Подводная акустика. М.: Мир. 1970. С. 87–130.
8. *Haslett R. W. G.* Measurement of the dimensions of fish to facilitate calculations of echo-strength in acoustic fish detection // Jorn. Cons. Inter Explor. Mer. 1962. T. 27. C. 261–269.
9. *Haslett R. W. G.* Determination of the acoustic scatter patterns and cross sections of fish models and ellipsoids // Brit. Jorn. Appl. Phys., 1962. T. 13. № 12. P. 611–620.
10. *Иванов Е. А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск.: Наука и техника, 1968.
11. *Love R. H.* Maximum side-aspect target strength of an individual fish // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 46. № 3 (pt 2). P. 746–752.

Ленинградский кораблестроительный институт
Научно-производственное объединение по технике промышленного рыболовства

Поступила в редакцию
21.I.1987