АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXIV 1988 Вып. 4

УДК 534.24

ЗАКОН СПАДАНИЯ НЕКОГЕРЕНТНОГО ПОЛЯ В ОКЕАНЕ С КРУПНЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ НА ПОВЕРХНОСТИ

Белоусов А. В., Лысанов Ю. П.

Проанализировано поведение некогерентной компоненты акустического поля точечного источника в приповерхностном звуковом канале с учетом многократного рассеяния на взволнованной поверхности океана с плавными крупными неровностями. На основе предложенного метода решения уравнения переноса излучения получен в простом аналитическом виде закон спадания некогерентного поля вдоль трассы распространения.

Влияние взволнованной поверхности океана на распространение акустических волн в подводном звуковом канале на большие расстояния наиболее полно изучено для случая малых значений параметра Рэлея (см., например, [1–6]). Что касается случая его больших значений (порядка единицы и больше), то можно указать на работу [7], в которой поле точечного источника исследовалось на основе уравнения переноса излучения в приближении диффузии по угловой переменной. Получена оценка коэффициента затухания некогерентного поля в океане с плавными крупными неровностями на поверхности. Однако закон спадания некогерентного поля с расстоянием опять-таки получен только для слабого мелкомасштабного волнения и то в виде квадратуры.

В данной работе на основе теории переноса излучения рассмотрена задача о поле точечного ненаправленного монохроматического источника в океане со взволнованной поверхностью, характеризуемой коэффициентом рассеяния m_s с максимумом в зеркальном направлении. Предложен новый метод и получено аналитическое решение уравнения переноса излучения, позволившее представить закон спадания с расстоянием интенсивности некогерентного поля в простом виде.

Рассмотрим приповерхностный канал, образованный возрастанием скорости звука $c(z)$ от поверхности до глубины h; ниже скорость звука остается постоянной либо убывает с глубиной. Дно предполагается абсолютно поглощающим, благодаря чему отсутствует приток энергии в канал из области $z>h$. Ось z декартовой системы координат направлена вниз от средней плоскости взволнованной поверхности ($z=0$). Пусть $\mathbf{r}=\{x, y\}$, в точке ($r=0$, $z=z_1$) находится точечный ненаправленный монохроматический источник звука. В качестве искомой величины некогерентного поля выберем лучевую интенсивность $J(r, z, \chi)$. Следуя работе [6], нетрудно показать, что лучевая интенсивность $J(r, 0, \chi)\equiv J(r, \chi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial J(r,\chi)}{\partial r}=-\beta_k J(r,\chi)+$$

$$+\frac{1}{D(\chi)\sin\chi}\left(\int\limits_0^{\chi_{\text{пр}}} J(r,\chi_0)\,m_s(\chi_0,\chi)\cos\chi_0\,d\chi_0+\frac{E(r,\chi)}{r}\right), \qquad (1)$$

где

$$E(r,\chi)=4I_0n_0^2\int\limits_{\chi_1}^{\chi_{\text{пр}}}\frac{\exp(-\tilde{\beta}_k r)\,m_s(\chi_0,\chi)\cos\chi_0}{D(\chi_0)\,(1-n_0^2\cos^2\chi_0)^{1/2}}\,d\chi_0$$

описывает усредненный по длине цикла приток энергии из когерентной компоненты в некогерентную; I_0 – интенсивность звука на единичном

расстоянии от источника; $\tilde{\beta}_k=-2\ln|V_k|/D(\chi)>0$ и V_k — коэффициенты когерентного затухания и отражения; $\beta_k=(1-|V_k|^2)/D(\chi)$; $D(\chi)$ — длина цикла луча с углом скольжения χ у поверхности; $\chi_{пр}$ и χ_1 — углы скольжения на плоскости $z=0$ лучей, поворачивающих соответственно на нижней границе канала (предельный луч) и на горизонте излучателя; $n_0=c(z_1)/c(0)$; $m_s(\chi_0, \chi)$ — коэффициент рассеяния в вертикальной плоскости, проходящей через источник и приемник, т. е. при равенстве азимутальных углов φ_0 и φ падающего и рассеянного пучей. Точное аналитическое решение уравнения переноса излучения (1) получено в [6] для случая, когда коэффициент рассеяния $m_s(\chi_0, \chi)$ допускает факторизацию вида $m_s(\chi_0, \chi)=m(\chi_0)m(\chi)$, справедливую при рассеянии звука на слабом ветровом волнении, а $\tilde{\beta}_k\approx\beta_k$. В более общем случае возможность решения уравнения (1) определяется свойствами коэффициента

$$\beta=\frac{1}{m_s(\chi_0,\chi)}\int\limits_0^{\chi_{пр}}\frac{m_s(\chi_0,\chi_1)\,m_s(\chi_1,\chi)\cos\chi_1}{D(\chi_1)\sin\chi_1}\,d\chi_1, \tag{2}$$

представляющего собой усредненное по длинам циклов захваченных каналом лучей отношение интенсивностей $(n+1)$-й и n-й кратности рассеяния. Если β, β_k и $\tilde{\beta}_k$ константы, то уравнение (1) снова допускает аналитическое решение. Введем вспомогательную функцию

$$\Phi(r,\chi)=\int\limits_0^{\chi_{пр}}J(r,\chi_0)\,m_s(\chi_0,\chi)\cos\chi_0\,d\chi_0.$$

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial J(r,\chi)}{\partial r}=-\beta_k J(r,\chi)+\frac{1}{D(\chi)\sin\chi}\left(\Phi(r,\chi)+\frac{\exp(-\tilde{\beta}_k r)}{r}E(\chi)\right), \tag{3}$$

где $E(0, \chi)=E(\chi)$. Умножим обе части (3) на $m_s(\chi, \chi_1)\cos\chi$ и проинтегрируем по χ от 0 до $\chi_{пр}$. Для функции $\Phi(r, \chi_1)$ получается уравнение

$$\frac{\partial\Phi(r,\chi_1)}{\partial r}=-(\beta_k-\beta)\,\Phi(r,\chi_1)+\frac{\exp(-\tilde{\beta}_k r)}{r}\beta E(\chi).$$

Его решение имеет вид

$$\Phi(r,\ \chi)=\beta E(\chi)\,[C(\chi)-E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)r)]\exp(-\beta_н r), \tag{4}$$

где $\beta_н=\beta_k-\beta$ — коэффициент затухания некогерентного поля, обусловленного многократным рассеянием звука на взволнованной поверхности [6]; $E_1(\alpha)$ — интегральная показательная функция; $C(\chi)$ — постоянная интегрирования. Подставляя (4) в (3), получаем решение основного уравнения (1) в виде

$$J(r,\chi)=\frac{E(\chi)}{D(\chi)\sin\chi}[C(\chi)-E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)r)+C_1(\chi)\exp(-\beta r)]\exp(-\beta_н r), \tag{5}$$

где коэффициенты $C(\chi)$ и $C_1(\chi)$ находятся из условий

$$\int\limits_0^{\chi_{пр}}\frac{C_1(\chi_0)E(\chi_0)\,m_s(\chi_0,\chi)\cos\chi_0}{D(\chi_0)\sin\chi_0}\,d\chi_0=0, \tag{6а}$$

$$\int\limits_0^{\chi_{пр}}\frac{C(\chi_0)E(\chi_0)\,m_s(\chi_0,\chi)\cos\chi_0}{D(\chi_0)\sin\chi_0}\,d\chi_0=\beta C(\chi)E(\chi), \tag{6б}$$

выполнение которых обеспечивает переход формулы (5) в (4). Для определения двух коэффициентов $C(\chi)$ и $C_1(\chi)$ получили два уравнения (6а)

и (6б). Кроме того, $J(r, \chi)$ должна удовлетворять начальному условию, конкретный вид которого приводится ниже. Нетрудно показать, что $C(\chi)$ находится из (6б) с точностью до произвольной постоянной. Поэтому переопределенность фактически не возникает. Если же коэффициенты β, β_k и $\tilde{\beta}_k$ являются медленно меняющимися функциями χ_0 и χ, то решение удается получить, заменив β, β_k, $\tilde{\beta}_k$ их средними значениями. Очевидно, чем меньше область изменений β, β_k, $\tilde{\beta}_k$, тем точнее будет получаемое приближенное решение.

Рассмотрим случай плавных крупных неровностей на поверхности. Коэффициент рассеяния $m_s(\chi_0, \varphi_0; \chi, \varphi)$, вычисленный в приближении касательной плоскости для нормального изотропного распределения смещения взволнованной поверхности, имеет вид [1]

$$m_s(\chi_0, \varphi_0; \chi, \varphi) = \frac{1}{8\pi\delta^2}\left(1 + \frac{\varkappa^2}{q^2}\right)\exp\left(-\frac{\varkappa^2}{2q^2\delta^2}\right), \tag{7}$$

где $\varkappa^2 = k^2[\cos^2\chi_0 + \cos^2\chi - 2\cos\chi_0\cos\chi\cos(\varphi - \varphi_0)]$, $q = k(\sin\chi_0 + \sin\chi)$, δ — среднеквадратичный наклон неровностей. Поскольку параметр Рэлея больше единицы, то можно пренебречь когерентной составляющей в рассеянном поле [1]. При этом коэффициент рассеяния m_s в виде (7) задает угловое распределение только некогерентной части переизлученного поля. Отсюда имеем, что $\beta_k \simeq D^{-1}(\chi)$. Так как на большие расстояния будут распространяться только лучи с углами скольжения у поверхности, превышающими $\gamma = \operatorname{arctg}\delta$, то в выражениях (1), (2) (и далее) заменим в интегралах нижний предел интегрирования 0 на величину γ. Поскольку в (2) интегрирование будет вестись от 0 до $\chi_{\text{пр}}$, то при расчете β пренебрежем эффектом «затенения». Затенение будем учитывать лишь при нахождении $\tilde{\beta}_k$, когда рассеянное поле вычисляется в приближении однократного рассеяния. При этом коэффициент когерентного отражения с учетом затенения будем брать в виде [8]

$$V_k = \operatorname{erf}\left(\frac{\operatorname{tg}\chi}{\sqrt{2}\,\delta}\right)\left[1 - 2\Lambda\left(\frac{\operatorname{tg}\chi}{\delta}\right)\right]\exp\left(-\frac{P^2}{2}\right),$$

где P — параметр Рэлея,

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-t^2)\,dt,$$

$$\Lambda(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\,x}[\exp(-x^2) - \sqrt{\pi}\,x(1 - \operatorname{erf}(x))].$$

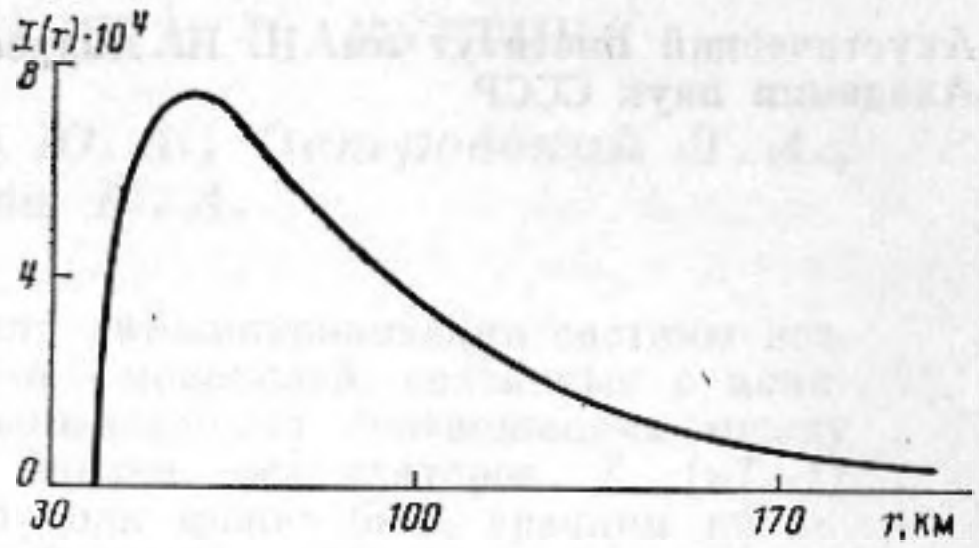
Расчеты коэффициентов β, β_k и $\tilde{\beta}_k$, проведенные с использованием для оценок δ формулы Кокса и Манка, $\delta^2 = (3 + 5{,}12v)\cdot 10^{-3}$, где v — скорость ветра, м/с, показали правомерность предположений, сделанных в начале работы. Например, при частоте звука $f = 2$ кГц, скорости ветра $v = 10$ м/с, относительном градиенте скорости звука $a = 1{,}2\cdot 10^{-5}$ м$^{-1}$ и $h = 3$ км, $\beta = (2{,}492 \pm 0{,}002)\cdot 10^{-6}$ м$^{-1}$, $\beta_k = (2{,}35 \pm 0{,}29)\cdot 10^{-5}$ м$^{-1}$, $\tilde{\beta}_k = (1{,}308 \pm 0{,}025)\cdot 10^{-4}$ м$^{-1}$, где у коэффициентов β, β_k и $\tilde{\beta}_k$ приведены средние значения и максимальные отклонения от них при изменении углов скольжения от γ до $\chi_{\text{пр}}$. Как видно из примера, коэффициент β_k оказался более чувствительным к изменению угла скольжения, чем β и $\tilde{\beta}_k$. Поэтому при дальнейшем развитии изложенного подхода необходимо учитывать зависимость β_k от χ. Из (5) следует, что предложенный метод применим до тех пор, пока $\Delta\beta_{\text{н}} r < 1$, где $\Delta\beta_{\text{н}}$ — максимальное отклонение $\beta_{\text{н}}$ от среднего значения.

Поскольку индикатриса рассеяния имеет максимум в зеркальном направлении, то некогерентное поле вблизи источника равно нулю, т. е. $J(r, \chi) = 0$ при $r = D(\gamma)$. Последнее условие будет выполнено, если согласно (6а) положить $C_1(\chi) = 0$; а $C = E_1((\tilde{\beta}_k - \beta_{\text{н}})D(\gamma))$; при этом условие

(6б) будет также выполнено. Тогда окончательно находим

$$J(r,\chi)=\frac{E(\chi)}{D(\chi)\sin(\chi)}[E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)D(\gamma))-E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)r]\exp(-\beta_н r). \quad (8)$$

Полученное выражение описывает распределение лучевой интенсивности некогерентного поля на плоскости $z=0$. Воспользовавшись инвариантностью вдоль луча величины $J(r, z, \chi)c^2(z)$, нетрудно найти лучевую интенсивность на произвольной глубине z. Поскольку переменные r и χ в выражении (8) разделились, то такой переход, а также переход от лучевой интенсивности к обычной, связанный с интегрированием (8) по угловой переменной, приводит к изменению лишь ее абсолютного значения, оставляя зависимость от расстояния неизменной. Следовательно, на произвольной глубине лучевая и обычная интенсивности будут спадать с расстоянием по одному и тому же закону. Нормируя $J(r, \chi)$ на величину $E(\chi)/D(\chi)\sin\chi$ и обозначая это отношение через $I(r)$, получим универсальный (в указанном смысле) закон спадания интенсивности некогерентного поля в виде



Закон спадания с расстоянием некогерентного поля в приповерхностном канале

$$I(r)=[E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)D(\gamma))-E_1((\tilde{\beta}_k-\beta_н)r)]\exp(-\beta_н r). \quad (9)$$

При выводе (9) не использовался конкретный вид $D(\chi)$, следовательно, полученный результат справедлив и для произвольного профиля скорости звука $c(z)$ (например, глубоководный звуковой канал) при условии применимости уравнения (1) и выполнении требования квазипостоянности коэффициентов β, β_k и $\tilde{\beta}_k$.

На фигуре приведен график $I(r)$ для рассмотренного выше примера. Наблюдаемый максимум функции $I(r)$ физически объясняется взаимодействием двух факторов — притоком энергии из когерентной компоненты в некогерентную и утечкой энергии из канала, при рассеянии звука на неровностях поверхности. Преобладание первого фактора обеспечивает рост некогерентного поля на начальном этапе распространения, тогда как второй приводит к экспоненциальному затуханию на больших расстояниях. Подчеркнем еще раз, что универсальный закон в форме (9) задает спадание с расстоянием относительного, а не абсолютного значения интенсивности некогерентного поля. При этом надо иметь в виду, что коэффициент нормировки для лучевой и обычной интенсивностей, а также для различных глубин различен. В каждом конкретном случае он может быть вычислен численно и использован для определения абсолютного значения.

В заключение заметим, что учет поглощения звука в воде в рамках развитого подхода сводится к появлению в конечных формулах множителя $\exp(-\beta_0 r)$, где β_0 — коэффициент поглощения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
2. *Кряжев Ф. И., Кудряшов В. М.* Влияние рассеяния на границе на звуковое поле в волноводе // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984. С. 57—69.
3. *Горская Н. С., Раевский М. А.* Эффекты многократного рассеяния низкочастотных акустических волн на ветровом волнении // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 4. С. 533—537.
4. *Нечаев А. Г.* Флуктуации поля и интенсивности акустического сигнала в океане со взволнованной поверхностью: Препринт № 123. Горький: ИПФ АН СССР, 1985.

5. *Курьянов Б. Ф., Клячин Б. И.* Применение теории переноса излучения к задачам распространения шумов океана // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1984.
6. *Белоусов А. В., Лысанов Ю. П.* О законе спадания некогерентного поля в океане со взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 5. С. 814–820.
7. *Воронович А. Г.* Приближение некоррелированных отражений в задаче о распространении звука в волноводе со статистически неровной границей // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 1. С. 19–30.
8. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.

Акустический институт им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
27.VII 1987