

$$=N_{i+1}D(\chi_{i+1}). \text{ Поскольку } N_{i+1}=N_i+1, \text{ то}$$

$$N_i = \frac{D(\chi_{i+1})}{D(\chi_i) - D(\chi_{i+1})}. \quad (2)$$

Пусть $\Delta\chi_i = \chi_i - \chi_{i+1}$, тогда из (2) находим, что

$$\Delta\chi_i = \frac{D(\chi_i)}{(N_i+1) \left. \frac{\partial D(\chi)}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_i}}.$$

Для приповерхностного канала с постоянным градиентом скорости звука $D(\chi) = 2 \operatorname{tg} \chi/a$, следовательно, $\Delta\chi_i = \sin 2\chi_i/2(N_i+1)$ или, учитывая малость углов скольжения лучей, захватываемых каналом $\Delta\chi_i = \chi_i/N_i+1$.

Ниже приведены характерные максимальные значения $\Delta\chi_i$ в зависимости от толщины приповерхностного канала h и расстояния от источника:

h , км	χ_i , град	N_i	r , км	$\Delta\chi_i$, град
0,1	2,8	5	40	0,26
0,2	4	9	100	0,41
3	15	6	270	2,16

Так, например, для канала глубиной 100 м угол скольжения предельного луча равен $2,8^\circ$. Если отойдем от источника на расстояние 5 длин циклов этого луча, что составит 40 км, то максимальное угловое расхождение $\Delta\chi$ будет равно $0,46^\circ$. Как видно, угловые расхождения очень малы и для их обнаружения необходимы приемные устройства с высокой степенью разрешимости. В противном случае, сумев выделить из принятого сигнала рассеянную компоненту, что само по себе является не простой задачей, экспериментально будет измеряться лишь его огибающая, повторяющая угловую зависимость индикатрисы однократного рассеяния, нормированную на $\sin \chi$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусов А. В., Лысанов Ю. П. О законе спадения некогерентного поля в океане со взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 5. С. 814–820.
2. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982.
3. Белоусов А. В. Распространение звука в приповерхностном канале с малыми мелкомасштабными неровностями // Судостроительная промышленность. Сер. Акустика. 1987. № 2. С. 9–13.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.1.1988

УДК 534.26

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВОЛНОВЫЕ ФИЛЬТРУЮЩИЕ СВОЙСТВА МНОГОСЛОЙНЫХ СРЕД

Вишневский А. В., Романов В. Н.

Для решения задач об ослаблении случайных полей давления многослойными средами необходимо знать передаточную функцию $\Phi(\lambda_1; \lambda_2; \omega)$, которая определяет трансформацию компонент пространственно-временного спектра и рассчитывается как отношение нормального к границе раздела с жидкостью напряжения σ_{zz} на расстоянии H от границы к аналогичной величине на самой границе [1, 4]. Пусть упругие напряжения (содержащие напряжения, обусловленные реакцией жидкости) возникают при воздействии на границу системы слоев распределенной нормальной силы вида $\exp(ik_0\lambda_1x + ik_0\lambda_2y)$, где λ_1 и λ_2 — проекции волнового вектора на оси x и y соответственно, нормированные на волновое число в жидкости k_0 .

В работе [1] было получено выражение для функции $\Phi(\lambda_1; \lambda_2; \omega)$ применительно к полубесконечному пространству и бесконечной изгибно-колеблющейся пластине.

Поскольку реальные конструкции, подверженные воздействию случайных полей давления, могут более точно моделироваться слоистой средой, то определим передаточную функцию для произвольного числа плоскопараллельных слоев.

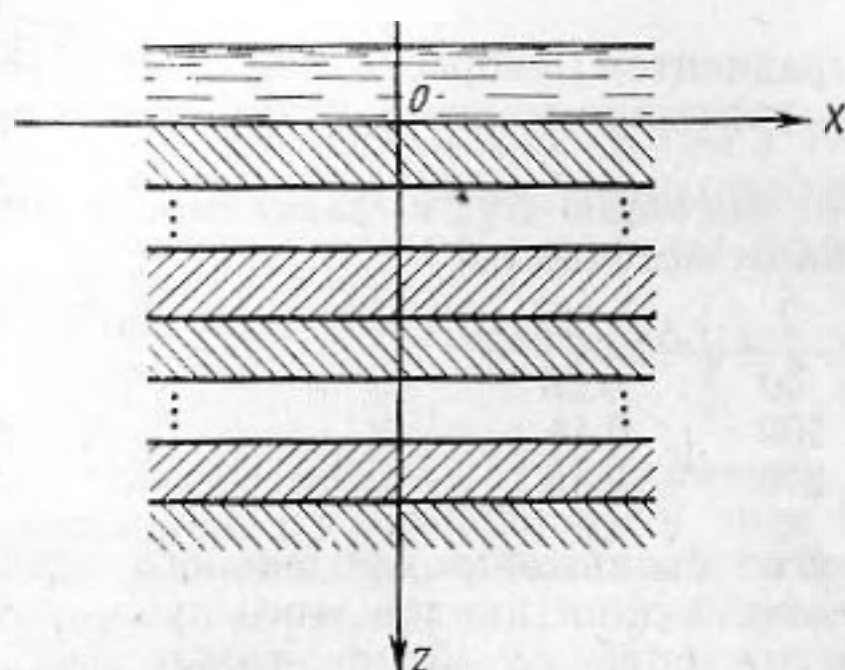
Отметим, что задача о прохождении плоской звуковой волны через слоистую среду решена, например, в работах [2, 3]. В отличие от этих работ рассматриваемая задача состоит в определении передаточной функции по упругим напряжениям от

границы раздела слоистой среды с жидкостью до плоскости, параллельной границе раздела и находящейся внутри этой слоистой среды.

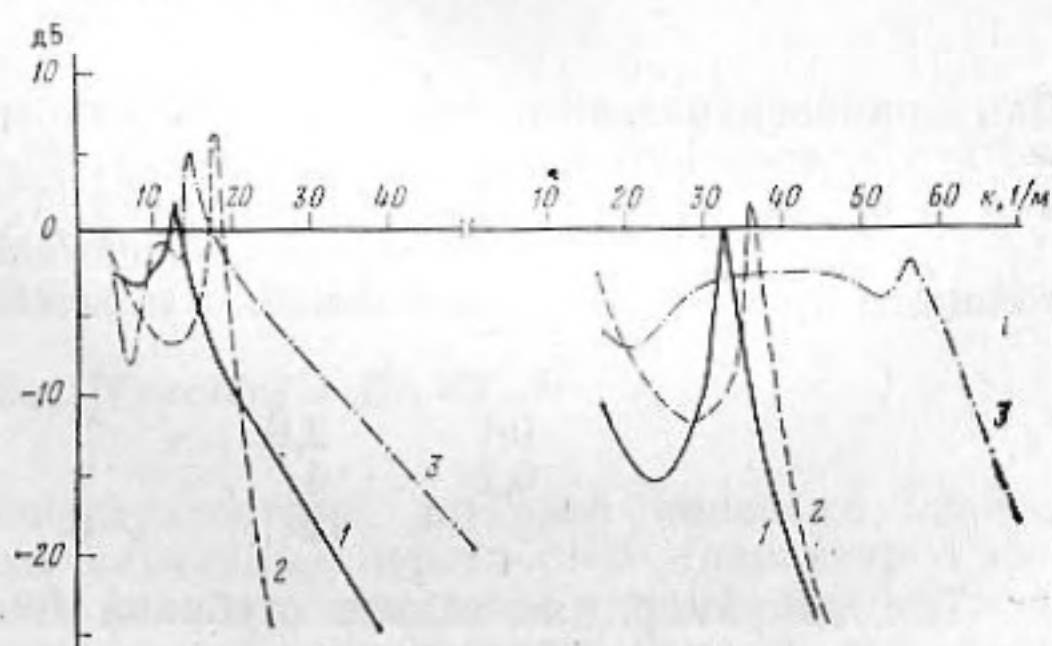
Рассмотрим многослойную среду, расположенную на упругом полупространстве (см. фиг. 1). Каждый слой представляет собой заключенный между двумя параллельными плоскостями изотропный однородный материал. В этом материале могут распространяться как продольные, так и сдвиговые волны. Вектор смещения частиц u должен удовлетворять известному векторному уравнению

$$(\lambda_j + \mu_j) \nabla(\nabla u) + \mu_j \nabla^2 u = -\rho_j \omega^2 u, \quad (1)$$

где λ_j ; μ_j — постоянные Ламэ для материала слоя с номером j ; ρ_j — плотность этого материала. Более удобно характеризовать упругие параметры слоя не постоянными



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 3

Фиг. 1. Структура многослойной среды

Фиг. 2. Зависимость модуля передаточной функции от волнового числа ($k_0 H = 0,33$): 1 — пластина — твердая среда, 2 — пластина — жидкость, 3 — твердая среда

Фиг. 3. То же, что на фиг. 2 для $k_0 H = 1,32$

Ламэ, а безразмерными волновыми числами продольных и сдвиговых волн

$$q_{пj} = k_j / k_0; \quad q_{сj} = \kappa_j / k_0,$$

где

$$k_j = \sqrt{(\lambda_j + 2\mu_j) / \rho_j \omega^2}, \quad \kappa_j = \sqrt{\mu_j / \rho_j \omega^2}$$

— волновые числа продольных и сдвиговых волн в j слое.

В каждом из слоев после многократных отражений от границ будут существовать две сдвиговые и две продольные волны, распространяющиеся в различных относительно оси z направлениях. Амплитуды этих волн можно определить, используя условия на границах раздела слоев. Будем считать, что слои склеены друг с другом; тогда граничными условиями будут условия непрерывности смещений и упругих напряжений при переходе через границу. В силу симметрии задачи относительно оси z для каждой границы необходимо удовлетворить четыре граничные условия.

При решении задачи о волновых процессах в многослойной среде целесообразно в отличие от работы [4] граничные условия применять последовательно, используя для этого, например, матрицы перехода. Если обозначить матрицу-столбец, в которую входят компоненты колебательной скорости v_x^j и v_z^j и компоненты тензора упругих напряжений σ_{xz}^j и σ_{zz}^j , как $[T_j]$, а матрицу перехода для j -го слоя как $[B_j]$, то связь между колебательными скоростями и напряжениями на верхней и нижней границах этого слоя будет иметь вид

$$[T_{j+1}] = [B_j][T_j], \quad (2)$$

где элементы матрицы $[T_j]$ определяются по формулам $t_1^j = v_x^j / k_0$; $t_3^j = -i\sigma_{xz}^j / \omega$; $t_2^j = v_z^j / k_0$; $t_4^j = -i\sigma_{zz}^j / \omega$. Выражение для элементов матрицы перехода $[B_j]$ можно получить, воспользовавшись результатами работы [3], где следует положить $\sin \theta_l = \chi / q_c$, $\cos \theta_l = \sqrt{q_c^2 - \chi^2} / q_c$; $\sin \theta_n = \chi / q_n$; $\cos \theta_n = \sqrt{q_n^2 - \chi^2} / q_n$, $\chi = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$. После этого элементы матрицы перехода $[B_j]$ можно определить по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} b_{11} &= b_{33} = a_{11}; & b_{12} &= b_{43} = a_{12}; & b_{13} &= ic_0 a_{14}; \\ b_{14} &= b_{23} = ic_0 a_{13}; & b_{21} &= b_{34} = a_{21}; & b_{22} &= b_{44} = a_{22}; \\ b_{24} &= ic_0 a_{23}; & b_{31} &= \frac{1}{ic_0} a_{41}; & b_{32} &= \frac{1}{ic_0} a_{31}; & b_{42} &= \frac{1}{ic_0} a_{32}, \end{aligned}$$

где c_0 — скорость звука в жидкости. При определении поля в полупространстве с номером n используем то обстоятельство, что в нем есть только волны, уходящие от границы раздела. Обозначим матрицу-столбец с неизвестными амплитудами волн

$[X_n]$, тогда матрицу $[T_n]$ можно получить из нее следующим образом:

$$[T_n] = [C_n][X_n] \quad (3)$$

где $x_1^n = x_2^n = W$, $x_3^n = x_4^n = S$; W, S — амплитуды продольной и сдвиговой волн соответственно;

$$c_{11n} = c_{24}^n = -i\chi; \quad c_{13}^n = -ia_{cn}; \quad c_{22}^n = ia_{nn}; \\ c_{32}^n = -2\rho_n\chi a_{nn}q_{cn}^{-2}; \quad c_{34}^n = -c_{41}^n = \rho_n d_n q_{cn}^{-2}; \quad c_{43}^n = -2n\chi a_{cn}q_{cn}^{-2},$$

остальные элементы матрицы $[C_n]$ равны нулю. Применяя последовательно граничные условия, получим выражение

$$[T_n] = [B_{n-1}] \dots [B_{j+1}][B_j] \dots [B_1][T_0]. \quad (4)$$

Учитывая, что на границе с жидкостью отсутствуют сдвиговые напряжения σ_{xz} , а нормальные напряжения заданы, в матрице $[T_0]$ величины $t_3^0 = 0$, $t_4^0 = 1$.

Осуществив перемножение матриц в выражении (4), получим систему линейных уравнений 4-го порядка относительно неизвестных v_x^0 , v_z^0 , W и S . Решив эту систему, полностью определим матрицу $[T_0]$.

Пусть точка наблюдения находится на границе раздела слоев с номерами j и $j+1$; тогда

$$[T_j] = [B_j] \dots [B_1][T_0]. \quad (5)$$

Искомая функция $\Phi(\chi; \omega)$ будет являться элементом t_4^j матрицы $[T_j]$.

На основании формул (2)–(5) была составлена программа расчета передаточной функции на ЭВМ. При увеличении числа слоев время расчета будет увеличиваться пропорционально числу слоев, в то время как решение, предложенное в работе [4], дает более быстрый рост времени счета. На фиг. 2 и 3 представлены результаты расчетов на ЭВМ модуля передаточной функции в соответствии с выражениями (2)–(5) для волновых чисел, соответствующих псевдозвуковым турбулентным пульсациям давления ($\chi > 1$).

В качестве слоистой среды рассмотрена конструкция в виде пластины ($\rho = 1600$ кг/м³, $q_c^2 = 1,15$, $q_n^2 = 0,156$, $\eta = 0,02$), наклеенной на твердое полупространство ($\rho = 1100$ кг/м³, $q_c^2 = 11$, $q_n^2 = 0,73$, $\eta = 0,1$) (кривая 1). На этих же фигурах отдельно изображены модули передаточных функций для той же пластины в жидкости (кривая 2) и того же твердого полупространства (кривая 3). Расстояние от границы раздела с жидкостью до точки наблюдения одинаково и составляло на фиг. 2 $k_0 H = 0,33$, а на фиг. 3 $k_0 H = 1,32$. Толщина пластины равнялась половине расстояния до точки наблюдения, η — коэффициент внутренних потерь.

Из анализа приведенных зависимостей видно, что при наклеивании пластины на твердую среду максимум передаточной функции, обусловленный возникновением изгибной волны в пластине, смещается в область меньших волновых чисел $k = k_0 \chi$ по сравнению со случаем пластины в жидкости. Это связано с увеличением колеблющейся массы пластины. Снижение и расширение этого максимума связано с наличием потерь в твердой среде. Сравнивая фиг. 2 и фиг. 3, можно заметить, что максимумы передаточных функций при увеличении частоты смещаются в область больших k . Причем максимум, соответствующей волне Рэлея для полупространства [1], смещается на величину, прямо пропорциональную частоте, а максимум, связанный с наличием изгибной волны, сдвигается пропорционально корню квадратному из частоты. На высоких частотах область «прозрачности» в полубесконечной твердой среде значительно шире этой области при наличии пластины. Эта область связана с переносом энергии сдвиговыми волнами в среде.

Таким образом, при наклеивании пластины на твердую среду за этой пластиной можно добиться большего снижения нормальных упругих напряжений, вызванных турбулентными пульсациями давления, чем за пластиной в жидкости или в твердой среде без наклеенной на нее этой пластины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вишнеvский А. В., Романов В. Н. Пространственно-волновая фильтрация турбулентных пульсаций давления твердыми средами // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 1. С. 104–107.
2. Бреховский Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
3. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
4. Francis S. H., Slazak M., Berryman Y. G. Responce of elastic cylinders to connective-slow nois. I. Homogeneous, layered cylinders // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. № 1. P. 166–172.

Поступило в редакцию
8.VII.1987