

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

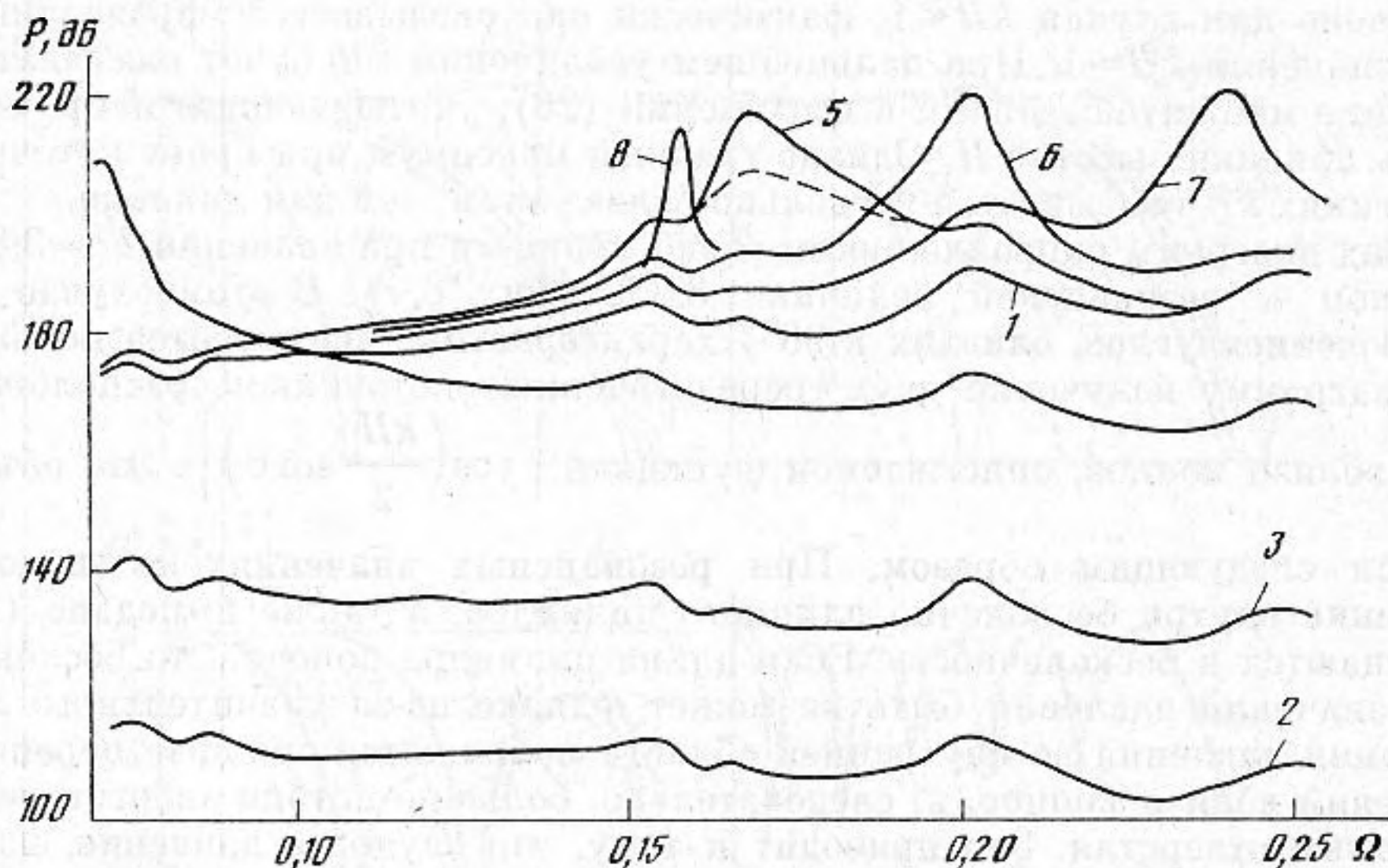
УДК 534.23

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАМКНУТОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ, СОДЕРЖАЩЕЙ АМОРТИЗИРОВАННУЮ МАССУ И КОНТАКТИРУЮЩЕЙ СО СРЕДОЙ

Байбуртян В. А., Феданова Ю. В., Ционский А. Я.

В настоящей работе рассматриваются установившиеся вынужденные колебания анизотропной цилиндрической оболочки, подкреплённой дискретными кольцами и закрытой с торцов изотропными пластинами, в сжимаемой неограниченной жидкости. Возбуждение колебаний производится силой, нормальной к поверхности оболочки и приложенной к массе, соединённой с этой поверхностью упругой пружиной. Исследуется влияние жесткости пружины и величины массы на виброакустические свойства системы.

Расчеты выполнялись с помощью комплекса программ, основанного на методе собственных форм решения задачи о вынужденных колебаниях оболочки вращения,



Амплитудно-частотная характеристика давления в поле,  $\bar{R}=50$ : 1 — сила, действующая на оболочку, 2 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,0022$ ; 3 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,01$ ; 4 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,07$ ; 5 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,173$ ; 6 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,2$ ; 7 —  $\tilde{c}=0,001, \Omega_r=0,245$ ; 8 —  $\tilde{c}=1, \Omega_r=0,173$

подкреплённой ребрами, в жидкости [1]. Влияние жидкости учитывалось через интеграл Гельмгольца. В результате расчета определяется давление в жидкости на поверхности оболочки и в дальнем поле, а также податливости оболочки в заданных точках образующей. Можно показать, что при действии на массу  $\tilde{m}$  силы  $F$  на оболочку будет передаваться сила

$$Q_r = - \frac{\Omega_r^2 F}{\Omega^2 [\tilde{c} \tilde{w}_{os}^4 + 1] - \Omega_r^2}, \tag{1}$$

где безразмерные величины (с тильдой) определяются соотношениями  $\tilde{Q}_r = K_*^{-1} Q_r$ ,  $\tilde{F} = K_*^{-1} F$ ,  $K_* = E \cdot h_*^2 / (1 - \nu_*^2)$ ,  $\Omega_r = \sqrt{\tilde{c} / \tilde{m}}$ ,  $\tilde{c} = c(1 - i\eta) / B_*$ ,  $B_* = E \cdot h_* / (1 - \nu_*^2)$ ,  $\Omega = \omega R_* / c_*$ ,  $\bar{R} = R / R_*$ ,  $c_* = \sqrt{E_* / \rho_*} (1 - \nu_*^2)$ ,  $\tilde{m} = m / R_*^2 \rho_* h_*$ ,  $\tilde{w}_{os}^4 = w_{os}^4 B_*$ . Здесь  $c, \eta$  — жесткость и



коэффициент потерь пружины,  $E$ ,  $\nu$ ,  $h$ ,  $R$ ,  $\rho$  — характерные модуль Юнга, коэффициент Пуассона, толщина, радиус вращения и плотность материала оболочки,  $F$  — сила, действующая на массу,  $\omega$  — круговая частота,  $w_{об}^1$  — податливость оболочки в точке контакта с пружиной. Из (1) видно, что значение  $\bar{Q}_r$  зависит не только от собственной частоты колебаний груза на пружине, но и от абсолютных значений жесткости и массы, а также величины податливости в точке контакта.

В качестве примера рассмотрим цилиндрическую оболочку с относительной длиной  $L/R=14$ . Относительная толщина стенки оболочки  $h/R=0,009$ . Оболочка разделена дискретными кольцами на семь участков относительной длины  $L_j/R=2$ . Другие механические и геометрические параметры такой оболочки даны в работе [2]. Точка контакта с пружиной находится в центре третьего участка.

На фигуре приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) давления в поле  $P_{max}$  для различных соотношений  $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{m}$  при  $\eta=0,01$  для  $R=50$ . Кривая 1 представляет АЧХ для суммы окружных мод  $n=0+3$  при непосредственном воздействии на оболочку единичной силы. Интересно отметить, что нулевая окружная мода дает максимальный вклад в поле давления на первой резонансной частоте  $\Omega=0,0725$  при  $\theta=\pi/2$  (в сферической системе координат  $R, \varphi, \theta$ ). На второй резонансной частоте ( $\Omega=0,166$ ) — при  $\theta=2\pi/3$ , на третьей ( $\Omega=0,246$ ) —  $\theta=\pi$ . Из анализа графиков видно, что резонанс системы масса — пружина — оболочка наступает при  $\Omega \approx \Omega_r$ . При  $\Omega_r < 0,07$  резонанс ниже самого нижнего из проявляющихся оболочечных резонансов, а при  $\Omega_r > 0,3$  — выше самого верхнего. При высокой собственной частоте — очень жесткая пружина и малая масса — влияние осциллятора на АЧХ практически не сказывается: при  $\bar{\epsilon}=1$ ,  $\bar{m}=0,01$  соответствующая кривая совпадает с кривой 1. При  $\bar{\epsilon} \ll 1$  уровень давления в поле определяется величиной  $\Omega_r$  — падение давления тем больше, чем ниже  $\Omega_r$  (кривые 2, 3). При совпадении  $\Omega_r$  с резонансной частотой оболочки происходит резкий рост давления в окрестности резонанса (кривые 4–7). Из соотношения (1) видно, что при больших  $\bar{\epsilon}$  резонанс системы может отличаться от  $\Omega_r$ . Пик становится уже, частота резонанса снижается, давление меняется незначительно (кривая 8). Демпфирование пружины понижает давление на резонансных частотах. Для примера штриховой линией приведена кривая, соответствующая кривой 5 при  $\eta=0,05$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Воронич И. И., Ционский А. Я., Юдин А. С. Метод собственных форм решения задачи о вынужденных колебаниях оболочки вращения, подкрепленной ребрами, в жидкости // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 6. С. 744–748.
2. Шепелева В. Г., Юдин А. С. Вынужденные колебания подкрепленной оболочки вращения под действием несимметричной нагрузки. Тр. XII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Т. 3. Ереван: Изд-во Ереван. ун-та, 1980. С. 276–280.

Научно-исследовательский институт  
механики и прикладной математики  
Ростовского государственного университета

Поступило в редакцию  
2.III.1988

УДК 534.26

### ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА ТОНКОМ УПРУГОМ ТЕЛЕ ВРАЩЕНИЯ С АБСОЛЮТНО ЖЕСТКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ

Бойко А. И., Тэтюхин М. Ю.

Пусть в акустической среде с параметрами  $\rho$ ,  $c$  расположено тонкое упругое тело вращения с гладкой границей  $S_1$ . Форма поперечного сечения тела описывается в цилиндрической системе координат уравнением  $r^2 = \epsilon^2 S_1(z)$ , где  $|z| \leq l$ ,  $S_1(-l) = S_1(l) = 0$ . Внутри тела имеется абсолютно жесткое включение с гладкой границей  $S_2$ , у которого форма поперечного сечения задается уравнением  $r^2 = \epsilon^2 S_2(z)$ , где  $|z| \leq l$ ,  $S_2(-l) = S_2(l) = 0$ ,  $S_2(z) \leq S_1(z)$ ;  $\epsilon$  — малый параметр.

На тело падает плоская волна  $v = A_0 \exp\{ikR \cos \gamma\}$ , где  $k = \omega/c$  — волновое число,  $\cos \gamma = \cos \theta_0 \cos \theta + \sin \theta_0 \sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0)$ ;  $R, \theta, \varphi$  — сферические координаты;  $\theta_0, \varphi_0$  — углы, определяющие направление падения плоской волны. По условию задачи  $(k\epsilon)^2 \max S_1(z) \ll 1$ .

Функция  $p = u + v$ , описывающая полное поле, удовлетворяет вне тела однородному уравнению Гельмгольца. Рассеянное поле удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда:  $u(R, \theta, \varphi) = f(\theta, \varphi; \epsilon) R^{-1} \exp\{ikR\} + O(R^{-2})$  при  $R \rightarrow \infty$ . Амплитуда рассеяния  $f(\theta, \varphi; \epsilon)$  в этом случае имеет вид  $f(\theta, \varphi; \epsilon) = \epsilon^2 f_0(\theta, \varphi) + O(\epsilon^3)$ . Для вектора смещений внутри тела выполняется уравнение теории упругости. На границе  $S_1$  тела имеют место условия

$$w_n|_{\bar{S}_1} = \frac{1}{\omega^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Big|_{\bar{S}_1}, \quad \sigma_{nn}|_{\bar{S}_1} = -p|_{\bar{S}_1}, \quad \sigma_{n\tau}|_{\bar{S}_1} = 0.$$