

5. Marrakchi A., Huignard J. P., Herriau J. P. Application of phase conjugation in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals to mode pattern visualisation of diffuse vibration structures // Opt. Comm. 1980. V. 34. N 1. P. 15.
6. Kamshilin A. A., Petrov M. P. Continuous reconstruction of holographic interferograms through anisotropic diffraction in photorefractive crystals // Opt. Comm. 1985. V. 53. N 1. P. 23.
7. Brown G. M., Grant R. M., Stroke G. W. Theory of holographic interferometry // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. No 5. P. 1166.
8. Камшилин А. А., Мокрушина Е. В. Возможности использования фоторефрактивных кристаллов в голографической виброметрии // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 6. С. 363.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
15.II.1988

УДК 534.231.2

О ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПОЛЕ СЛУЧАЙНЫХ МОДУЛИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Канделаки Д. В.

Рассмотрим пространственную корреляцию флуктуаций интенсивности в поле случайных узкополосных (модулированных) источников. Полагаем, что центр отрезка d , соединяющего точки приема 1 и 2, совпадает с центром круга (фиг. 1), а источники равномерно распределены в круговом поясе с радиусами D_1 и D_2 и удалены от центра, так что $D_1 \gg d$. Источники полагаем δ -коррелированными по пространству, ненаправленными и излучающими стационарный шумовой сигнал $\bar{P}(t)$.

Данная модель способна достаточно хорошо описывать поле, создаваемое в океане удаленными источниками шумов [1]. По отношению к полю в случае гармонических источников пространственная корреляция рассмотрена в [2].

Элемент площади круга создает в j -той точке ($j=1, 2$) поле $P_j(R_j, t)$ с интенсивностью $I_j(R_j, t) = P_j^2 + \bar{P}_j^2$, где \bar{P}_j — сигнал, сопряженный по Гильберту, $R_1(r, \theta) = \sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4} - rd \cos \theta}$, $R_2(r, \theta) = R_1(r, \pi - \theta)$. Интенсивности $I_j(R_j, t)$ соответствует аналитический сигнал

$$\theta) = \sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4} - rd \cos \theta}, \quad R_2(r, \theta) = R_1(r, \pi - \theta).$$

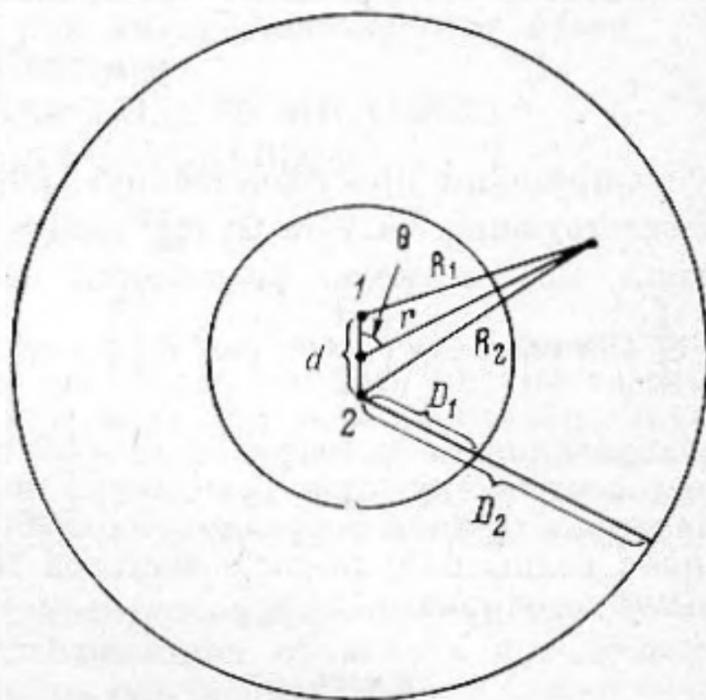
Интенсивности $I_j(R_j, t)$ соответствует аналитический сигнал

$$du_j(r, \theta, t) = A^2 dr^2 d\theta^2 \int_0^\infty \int_{\Omega/2}^\infty C\left(\omega + \frac{\Omega}{2}\right) \times \\ \times C^*\left(\omega - \frac{\Omega}{2}\right) e^{i\Omega\left(t - \frac{R_j}{c}\right)} d\omega d\Omega, \quad (1)$$

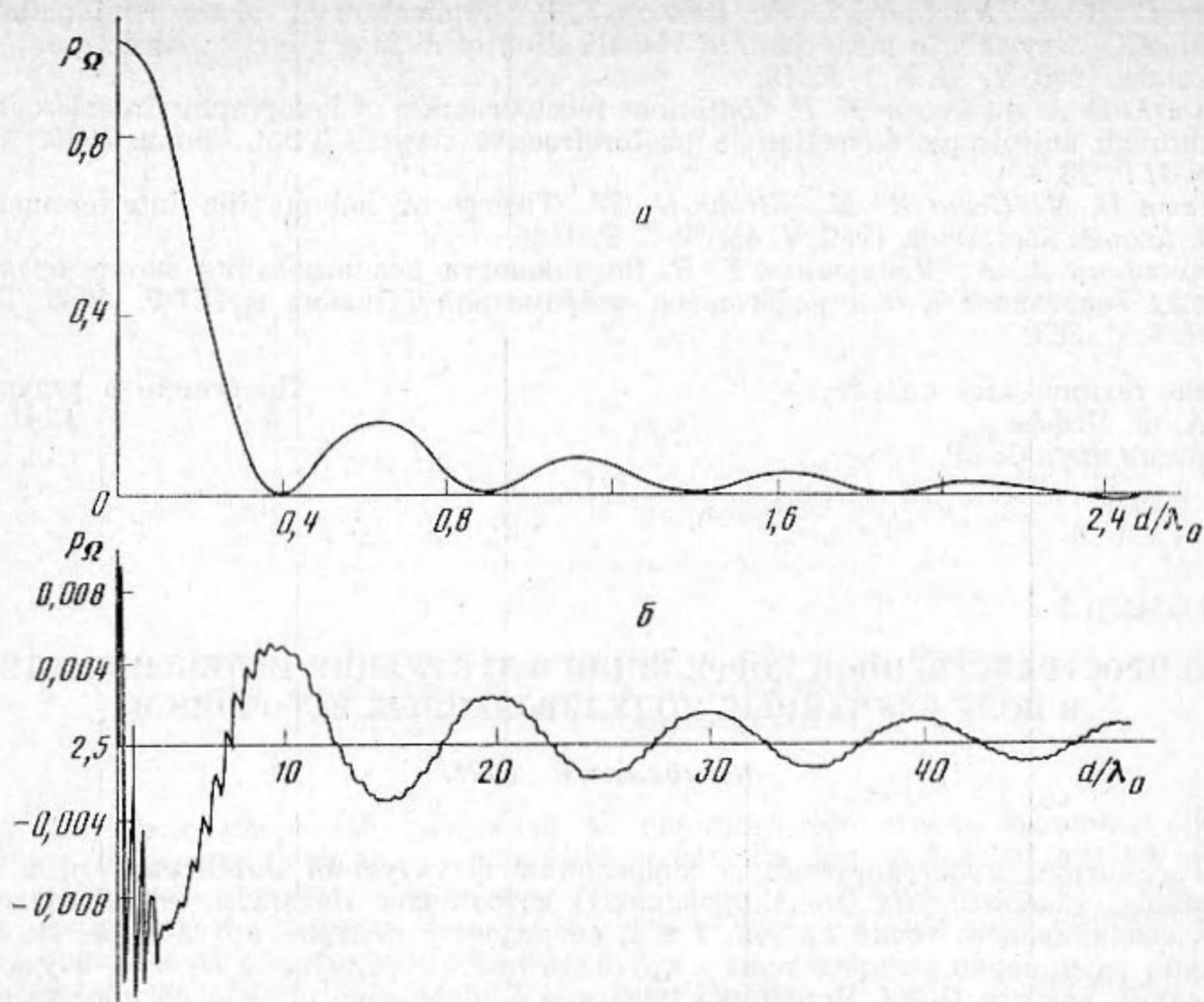
где $C(\omega)$ — случайная спектральная плотность шума, A — амплитуда поля на единичном расстоянии, приходящаяся на единицу площади поверхности. Выражение (1) представляет флуктуации интенсивности в точке приема, обусловленные элементарным источником шума, в виде совокупности случайных волн модуляции с различными частотами Ω .

Для полной флуктуации интенсивности в j -той точке, обусловленной всей шумящей поверхностью, находим

$$U_j(t) = A^2 \int_{D_1}^{D_2} \int_{D_1}^{D_2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^\infty \int_{\Omega/2}^\infty C\left(\omega + \frac{\Omega}{2}, r, \theta\right) C^*\left(\omega - \frac{\Omega}{2}, r', \theta'\right) \times \\ \times \exp i \left\{ \Omega \left[t - \frac{R_j(r, \theta) + R_j(r', \theta')}{2c} \right] + \omega \frac{R_j(r', \theta') - R_j(r, \theta)}{c} \right\} d\omega d\Omega d\theta d\theta' dr, dr'. \quad (2)$$



Фиг. 1. Две точки приема в поле случайных источников, распределенных в круговом поясе



Фиг. 2. Коэффициент пространственной корреляции флуктуаций интенсивности узкополосного шума при малых (а) и больших (б) значениях параметра k_0d ; $Q_1=0,2$, $Q_2=0,1$

Определим пространственную корреляцию спектральных составляющих (2), соответствующих частоте Ω : $B_{\Omega}^{(12)}(d) = \langle U_1(t) |_{\Omega} U_2^*(t) |_{\Omega} \rangle$, где символ $\langle \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций. В выражениях для фаз будем полагать $R_j \approx r \left[1 \mp \varepsilon \cos \theta + \varepsilon^2 \left(\frac{1}{2} - \cos^2 \theta \right) \right]$, где $\varepsilon = d/2r \ll 1$. Используем предположение о δ -кор-

релированности источников и свойства стационарных случайных функций. Выполняя соответствующие усреднения и интегрирование [3], получим выражение для пространственной корреляционной функции флуктуаций интенсивности с частотой Ω (поля волны модуляции с частотой Ω , созданного распределенными по кругу шумовыми источниками):

$$B_{\Omega}^{(12)}(d) = 4\pi^2 A^2 (D_2 - D_1)^2 \int_{\Omega/2}^{\infty} g\left(\omega + \frac{\Omega}{2}\right) g\left(\omega - \frac{\Omega}{2}\right) \times \\ \times J_0\left[\left(\omega + \frac{\Omega}{2}\right) \frac{d}{c}\right] J_0\left[\left(\omega - \frac{\Omega}{2}\right) \frac{d}{c}\right] d\omega, \quad (3)$$

где $g(\omega)$ — энергетический спектр источников, J_0 — функция Бесселя нулевого порядка

Предполагая, что спектральная плотность g отлична от нуля и постоянна в полосе частот от $\omega_0 - \Delta$ до $\omega_0 + \Delta$, получим выражение для коэффициента пространственной корреляции флуктуаций интенсивности в функции параметра k_0d , где $k_0 = \omega_0/c$,

$$\rho_{\Omega}(d) = \frac{1}{(Q_1 - Q_2) k_0 d} \int_{(Q_2 - Q_1) k_0 d / 2}^{(Q_1 - Q_2) k_0 d / 2} J_0\left[x + k_0 d \left(1 - \frac{Q_2}{2}\right)\right] J_0\left[x + k_0 d \left(1 + \frac{Q_2}{2}\right)\right] dx, \quad (4)$$

$$Q_1 = 2\Delta/\omega_0, \quad Q_2 = \Omega/\omega_0, \quad \Omega < 2\Delta.$$

При достаточно малых значениях параметра k_0d , таких что $Q_1 k_0 d \ll 1$, находим из (4) приближенное соотношение

$$\rho_{\Omega}(d) \approx J_0^2(k_0 d) + O(Q_1^2 k_0^2 d^2). \quad (5)$$

Для значений параметра k_0d , при которых выполняется условие $k_0 d (1 + Q_2 - Q_1) \gg$

$\gg 1$ (в случае узкополосного сигнала это условие можно заменить соотношением $k_0 d \gg 1$), пользуясь асимптотикой функции Бесселя находим из (4)

$$\rho_{\Omega}(d) \approx \frac{1}{\pi k_0 d} \left\{ \cos[Q_2 k_0 d] + \sin[2k_0 d] \frac{\sin[(Q_1 - Q_2) k_0 d]}{(Q_1 - Q_2) k_0 d} \right\}. \quad (6)$$

В совокупности соотношения (5) и (6) полностью описывают пространственную корреляцию в случае весьма узкополосных сигналов, для которых области применимости этих соотношений перекрываются.

Пример расчета пространственной корреляции флуктуаций интенсивности узкополосного шума согласно соотношению (4) приведен на фиг. 2, а, б соответственно для малых и больших значений d/λ_0 , где λ_0 — длина несущей волны. Как показывает анализ и следует из приведенных зависимостей, пространственная корреляция поля волны модуляции содержит два характерных масштаба изменения: сначала проявляется пространственный масштаб $l \sim \lambda_0$, соответствующий длине несущей волны, затем по мере роста параметров $(Q_1 - Q_2)k_0 d$ и $Q_2 k_0 d$ осцилляции с масштабом l затухают и проявляется другой пространственный масштаб изменения, $L \sim \lambda_M$, где $\lambda_M = 2\pi c/\Omega$ — длина волны модуляции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Урик Р. Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
2. Крон Б., Шерман Ч. Функции пространственной корреляции для различных моделей шума // Некоторые проблемы обнаружения сигнала, маскируемого флуктуационной помехой. М.: Сов. радио, 1965.
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

Поступило в редакцию
16.IX.1987

УДК 532.528

КОАГУЛЯЦИОННО-ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ АНСАМБЛЯ ГАЗОВЫХ КАВИТАЦИОННЫХ ЗАРОДЫШЕЙ

Макаров В. К., Чулкова Н. В.

По данным акустических измерений [1], относительная объемная концентрация свободного воздуха, находящегося в длительно отстоявшейся воде внутри газовых пузырьков, $\beta < 10^{-10}$. Согласно работам [2-4], для таких образцов дистиллированной и водопроводной воды $\beta \sim 10^{-8} - 10^{-5}$. Причины такого разногласия результатов связаны с наличием на поверхности пузырьков адсорбированных пленок, в результате чего акустические методы не позволяют обнаружить пузырьки радиусом $R < 10^{-6}$ м [5, 6].

В настоящем сообщении рассмотрена коагуляционно-диффузионная модель ансамбля газовых кавитационных зародышей, позволяющая объяснить повышенную концентрацию свободного воздуха в воде, причины его стабилизации, а также связь порога акустической кавитации воды с определяющими физико-химическими параметрами.

Молекулы газа в молекулярном растворе в воде гидрофобны и в результате коагуляции образуют пузырьки [7]. Коагуляционный массопоток на средний по ансамблю пузырек [4] без учета его движения

$$I_k = 4kTn_0 m_0 / (3\mu) = 4kTc / (3\mu), \quad (1)$$

где n_0 и m_0 — экземплярная концентрация и масса молекул газа соответственно, c — массовая концентрация газа в воде, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, μ — коэффициент динамической вязкости воды.

Под действием такого потока уже за время $t = 2 \cdot 10^{-2}$ концентрация свободного воздуха достигает величины $\beta \approx 10^{-5}$, что позволяет объяснить повышенное свободное воздуходержание воды.

Процесс роста пузырьков замедляется отрицательным диффузионным массопотоком на пузырек, ослабленным пленкой, которая адсорбирована его поверхностью [4]:

$$I_d = 4\pi A R^2 [c - c_0 (1 + 2\sigma / (R P_0))], \quad (2)$$

где A — эмпирически определяемая величина, характеризующая диффузионную проницаемость адсорбционного слоя на поверхности пузырька (для дистиллированной воды $A \approx 10^{-6}$ м/с), c_0 — равновесная концентрация газа в жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения, P_0 — гидростатическое давление при нормальных условиях.

Рост пузырьков под действием суммарного массопотока прекратится, когда они достигнут стабильного радиуса $R_{ст}$, определяемого условием $I_k + I_d = 0$, из которого